This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

University of Wisconsin
LIBRARY
Class TOD
Book .F33

Wirkungsweise, Prüfung und Berechnung

der

Wechselstrom-Transformatoren.

Für die Praxis bearbeitet

von

Clarence Paul Feldmann

Ingenieur des städtischen Elektrizitätswerkes zu Köln am Rhein.

Erster Teil.

Mit 103 Abbildungen.

LEIPZIG

VERLAG VON OSKAR LEINER.

1894.

Das Recht der Übersetzung vorbehalten!

Druck von Oskar Leiner in Leipzig. 32150

45590
APR 23 1898
TOL
F33
6977654

Vorwort.

Das vorliegende Werk ist hervorgegangen aus dem Bestreben, das Gebiet der Transformatorentechnik auch demjenigen zu erschliessen, dessen praktische Thätigkeit oder natürliche Anlage das Studium rein mathematisch gehaltener Werke erschwert oder versagt. Es unterscheidet sich von den meisten bis jetzt verbreiteten Werken der Wechselstromtechnik wesentlich dadurch, dass die Ableitungen an möglichst einfache Überlegungen anknüpfen und dass bei der Behandlung die Rücksicht auf die praktische Verwertbarkeit der Schlüsse allein massgebend war. Stets hat auch das Betreben vorgeherrscht, den Transformator nicht unter unmöglichen Bedingungen, sondern unter denjenigen des praktischen Betriebes zu betrachten; deshalb ist auch den Ableitungen unter Zugrundelegung konstanter Induktionskoëffizienten untergeordnetere Bedeutung beigelegt; deshalb sind ferner die wichtigeren Diagramme noch einmal im Anschlusse an die von der englischen Schule entwickelten Anschauungen wiedergegeben oder neu entworfen worden.

Das Werk zerfällt, wie der Titel besagt, in drei Abschnitte. Der erste derselben behandelt als grundlegende Kapitel die Eigenschaften des magnetischen Feldes und die Wirkung von Kapazität und Selbstinduktion im Wechselstromkreise und geht dann dazu über, an Hand zahlreicher Beispiele und Messresultate die Wirkungsweise der Wechselstromtransformatoren einheitlich darzustellen. Der zweite Abschnitt umfasst die Prüfung der Transformatoren und zerfällt selbst wieder in ein einleitendes Kapitel über Wechselstrommessungen und in ein Kapitel über die Prüfungsmethoden des Laboratoriums und der Werkstättenpraxis. Diesem Teile schliessen sich als Anhänge kurze Abrisse über die Untersuchung magnetischer Felder, über die Methoden zur Bestimmung

der periodischen Kurve der E. M. K. und über die unter Zugrundelegung der wahren Gestalt der E. M. K. sich ergebenden Abänderungen der Entwickelungen sinngemäss an. Der dritte Abschnitt endlich soll den Praktiker in den Stand setzen, Transformatoren von genau bestimmten Eigenschaften voraus zu berechnen und zu entwerfen.

Bei der Bearbeitung der ersten zwei Kapitel wurde ich durch den freundlichen Rat des Ingenieurs J. Teichmüller in Mülheim a. Rh. in dankenswerter Weise unterstützt. Für die Kapitel über Wechselstrommessungen und Dimensionierung der Transformatoren wurden mir von einer Reihe von Firmen des In- und Auslandes in entgegenkommendster Weise Daten und Figuren zur Verfügung gestellt. Diesen Firmen sei hiermit an dieser Stelle bestens gedankt.

Köln, im Mai 1894.

Clarence P. Feldmann.

Inhalts-Verzeichnis.

Seite

Einleitung VII

Erstes Kapitel.

Das magnetische Feld und die Grundgesetze der Induktion.

1. Der Widerstand 1
2. Trägheit schwerer Massen 2
3. Analogie zwischen der Trägheit und der Selbstinduktion 3
4. Magnetische Induktions- und Kraftlinien 4
5. Die Kraftliniendichte 7
6. Die magnetisierende Kraft 9
7. Der magnetische Kreis 11
8. Unzuverlässigkeit der Analogie zwischen dem Ohm'schen Gesetze und dem Gesetze des magnetischen Kreises 15
9. Magnetisierungskurven 18
10. Der magnetische Kreisprozess 24
11. Behandlung einiger Sonderfälle des magnetischen Kreises . . . 30
12. Änderung der Kraftlinienzahl 40
13. Die Kurve des Feldes und der E. M. K. 42

Zweites Kapitel.

Selbstinduktion und Kapazität im Wechselstromkreise.

1. Der verzögernde Widerstand oder die Impedanz 50
2. Impedanz in Serie geschalteter Widerstände 58
3. Impedanz parallel geschalteter Widerstände 60
4. Die Theorie des Induktionswiderstandes.
   Die Drosselspule im unverzweigten Stromkreise 65
5. Die Drosselspule im Nebenschluss 73
6. Wirkungsweise des Kondensators im Wechselstromkreise 79
7. Effektverbrauch im Kondensator 87
8. Serienschaltung eines Induktionswiderstandes und eines Kondensators 89
9. Parallelschaltung eines Induktionswiderstandes und eines Kondensators 100

Seite
10. Behandlung der Probleme ohne Einführung von Selbstinduktion . 105
11. Über die an konzentrischen Kabeln bei Wechselstrombetrieb auftretenden Erscheinungen 106
12. Einfluss der elektrostatischen Kapazität der Transformatoren . . 134

Drittes Kapitel.

Wirkungsweise und Wirkungsgrad der Wechselstromtransformatoren.

1. Praktisches Näherungsverfahren zur Bestimmung des Wirkungsgrades bei verschiedenen Belastungen 136
2. Die im Transformator auftretenden Verluste 140
   a) von den Verlusten im Eisen 141
   b) von den Verlusten im Kupfer 156
   c) Spannungsverlust, Spannungsabfall und Spannungserhöhung 161
3. Anwendung des Näherungsverfahrens auf Transformatoren mit geschlossenem magnetischen Kreise 170
4. Transformatorendiagramme 192
   a) Allgemeines Diagramm 192
   b) Das Polardiagramm 194
   c) Entwurf der Diagramme ohne Einführung von Induktionskoëffizienten 199
5. Anwendung des erweiterten Näherungsverfahrens auf Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise 207
6. Der Jahreswirkungsgrad 214
7 Die Wirkungsweise des Ausgleichstransformators oder Egalisators 222
8. Über das magnetische Verhalten der Transformatoren im Momente des Anschlusses an ein arbeitendes Netz 224

Einleitung.

Sobald in einer geschlossenen Windungsfläche die Zahl der dieselbe durchsetzenden Kraftlinien sich ändert, entsteht eine elektromotorische Kraft.

Geschieht diese Änderung der Kraftlinienzahl dadurch, dass zwischen dem induzierenden und dem induzierten magnetischen Felde eine Relativbewegung eingeleitet wird, so heisst die elektromagnetische Vorrichtung eine Dynamomaschine.

Geschieht die Änderung der Kraftlinienzahl aber dadurch, dass das der induzierenden und der induzierten Bewickelung gemeinsame magnetische Feld in seiner Stärke variiert, so nennt man die elektromagnetische Vorrichtung einen Transformator. Die Änderung der Kraftlinienzahl wird bei dem Wechselstromtransformator dadurch zu stande gebracht, dass in die induzierende oder primäre Wickelung ein Strom von wechselnder Richtung und Stärke gesandt wird. Unter dem Einflusse desselben variiert das beiden Bewickelungen gemeinsame Feld und variiert somit auch die E. M. K. der induzierten oder sekundären Wickelung.

Der moderne Wechselstromtransformator besteht also aus zwei feststehenden, räumlich voneinander getrennten und elektrisch voneinander isolierten Bewickelungen, welche mit den Kraftlinien eines magnetischen Feldes von wechselnder Stärke kettengliederartig verschlungen sind. Ist dann, etwa durch Anordnung eines entsprechend dimensionierten Eisenkernes, dafür Sorge getragen, dass in jedem Augenblicke die beiden auf den Eisenkern aufgebrachten Bewickelungen die gleiche Zahl von Kraftlinien kettengliederartig umschlingen, so ist die E. M. K. in jeder dieser Bewickelungen einfach proportional ihrer Windungszahl. Man hat also durch entsprechende Wahl dieser Windungszahlen die Möglichkeit, eine gegebene E. M. K.

beliebig umzusetzen oder zu transformieren. Das Verhältnis der Windungszahlen heisst deshalb das Umsetzungs-, Übersetzungs- oder Transformationsverhältnis.

Der Transformator transformiert also eine gegebene E. M. K. nach oben oder nach unten, je nachdem seine primäre Windungszahl kleiner oder grösser als die sekundäre, oder sein Übersetzungsverhältnis kleiner oder grösser als Eins ist.

Die Übersetzung nach oben findet sich in der ältesten und noch heute in der Elektrotherapie benutzten Grundform des modernen Transformators, in der Rhumkorff'schen Induktionsspule, vor. Sie wird heute fast nur in jenen Fällen angewendet, wo man im Interesse einer leichteren Isolierung der mit beweglichen Teilen versehenen Wechselstromdynamos für sehr hohe Spannungen der Dynamo nur die Erzeugung niedrigerer Spannung überlässt und diese Spannung dann in entsprechend bewickelten und isolierten Transformatoren an der Erzeugungsstelle selbst auf den erforderlichen hohen Wert umsetzt. Beispiele hierfür bietet die Beleuchtungsanlage Deptford-London, in welcher Ferranti-Transformatoren die Maschinenspannung von 2500 Volt auf 10000 Volt erhöhen, und bot die Lauffen-Frankfurter Kraftübertragung, in welcher Transformatoren der Maschinenfabrik Oerlikon und der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft, Berlin, die Maschinenspannung von etwa 70 Volt bis auf maximal 30000 Volt umsetzten.

Da der Transport und die Verteilung elektrischer Energie stets mit einem dem Leitungsquerschnitte umgekehrt, der Leitungslänge und der Stromstärke direkt proportionalen Verluste verbunden sind, so müssten für die Fortleitung grösserer Energiemengen auf einigermassen beträchtliche Entfernungen sehr schwere Kabelleitungen verwendet werden, wenn nicht durch Erhöhung der Spannung ein Mittel gegeben wäre, die Stromstärke und damit den Verlust, den Leitungsquerschnitt und die Anlagekosten entsprechend zu vermindern.

Von der Erkenntnis dieser Thatsache zu der Überlegung, dass eine Umkehrung der Rhumkorff'schen Induktionsspule die Erhöhung einer gegebenen Wechselspannung mittelst eines ruhenden Apparates in bequemster und sicherster Weise gestatte, war nur ein Schritt — aber einer jener Schritte, welche

in der Geschichte der Menschheit eine neue Epoche eröffnen und welche vielleicht von kommenden Zeiten und Geschlechtern erst in ihrer vollen Wichtigkeit erkannt werden.

Das Verdienst, die Brauchbarkeit des Prinzips in grösserem Massstabe an einer ausgeführten Anlage gezeigt zu haben, gebührt L. Gaulard und J. D. Gibbs[1]), welche gelegentlich der Turiner Ausstellung im Jahre 1884 vom Bahnhofe in Lanzo aus mittelst einer etwa 80 *km* langen Leitung aus 3·7 *mm* starkem Chrombronzedraht die Bahnhöfe von Turin, Venaria und Lanzo und die Ausstellung mit einzelnen Glühlampen und Bogenlampen beleuchteten. Der gesamte Aufwand an elektrischem Effekt betrug etwa 30 Pferdestärken. Die Transformatoren wurden säulenförmig aus gestanzten Kupferscheiben aufgebaut, welche voneinander isoliert, für beide Wickelungen gleichgestaltet und in gleicher Anzahl verwendet wurden. Die vorspringenden Enden dieser Kupferscheiben wurden dann derart verbunden, dass die eine Wickelung alle geradzahligen, die andere Wickelung alle ungeradzahligen Kupferscheiben enthielt. Der Transformator besass somit als Bewickelungen zwei säulenförmig aufgebaute, parallel nebeneinander verlaufende Spiralen von gleicher Windungszahl; sein Übersetzungsverhältnis war somit 1 : 1, und seine Anordnung war eine zweipolige.

Um eine ökonomische Fortleitung der elektrischen Energie auf grössere Entfernungen zu ermöglichen, mussten Gaulard und Gibbs die primären Windungen ihrer Transformatoren in Serie schalten, während von den sekundären Windungen jedes Transformators aus die Glühlampen oder Bogenlampen ebenfalls in Serienschaltung betrieben wurden. Die Transformatoren wurden primär mit konstantem Strome gespeist; die primäre Spannung variierte entsprechend der Anzahl der eingeschalteten Transformatoren. Damit war aber schon die Brauchbarkeit der Gaulard- und Gibbs'schen Anordnung wesentlich in Frage gestellt, weil dieselbe nur die Ausschaltung ganzer Transformatoren, nicht aber einzelner Glühlampen oder Bogenlampen gestattete. Eine unabhängige Aus- und Einschaltung jeder einzelnen Lampe ist nur möglich, wenn »die Vorteile der Edison'schen Zentralstationen mit denen des

[1]) Vergl. F. Uppenborn, Geschichte der Transformatoren.

Systems von Gaulard und Gibbs vereinigt werden« — eine Thatsache, welche Prof. Colombo noch während der Dauer der Turiner Ausstellung betonte.

Das Verdienst, die erste brauchbare Anordnung und Schaltung eines Transformators angegeben zu haben, gebührt den Ingenieuren der Firma Ganz & Co., Budapest, C. Zipernowsky, M. Déri und O. T. Bláthy, welche ihr System polloser, parallel geschalteter Transformatoren zum ersten Male auf der Budapester Landesausstellung vom Jahre 1885 zur praktischen Anwendung brachten. Bei dieser ersten Beleuchtungsanlage schon traten einzelne Vorteile des Systems deutlich zu tage: vor allem die vollkommene Unabhängigkeit der einzelnen Lampen voneinander, sobald die primäre Spannung konstant gehalten wurde. Die Ganz'schen Transformatoren waren selbstregulierend, insofern sie nämlich bei konstanter Primärspannung selbstthätig die sekundäre Spannung auf konstanter Höhe und den primären Energieaufwand angenähert proportional dem sekundären Energiekonsum hielten. Die Proportionalität war um so vollkommener erreicht, je geringer die gesamten im Transformator auftretenden Verluste waren; die Verluste wiederum waren um so kleiner, je kleiner die Widerstände der Bewickelungen und je sorgfältiger der Eisenkern dimensioniert und angeordnet war.

Die Gaulard-Gibbs'schen Transformatoren besassen anfangs gar keine Eisenkerne. Später jedoch gab man ihnen zur Ermöglichung einer Regulierung cylindrische Eisenkerne, welche nach Bedarf mehr oder weniger tief in die cylindrische Höhlung der säulenförmigen Windungen eingesenkt werden sollten.

Die Ingenieure der Firma Ganz & Co. waren jedoch anfangs schon von der richtigen Vorstellung ausgegangen, dass, wie wir heute sagen würden, geringer Spannungsverlust und geringer Spannungsabfall sich gleichzeitig mit geringem, für Magnetisierung erforderlichen Effektverlust nur unter Anwendung polloser Transformatoren erzielen lassen. Nur bei Anwendung eines Transformators mit geschlossenem magnetischen Kreise ist es möglich, alle Windungen der primären und sekundären Spule magnetisch gleichliegend und gleichwertig zu ge-

stalten und ohne übermässigen Aufwand an Kupfer oder Erregerstrom die primären und sekundären Widerstände so niedrig zu halten, dass der gesamte Spannungsverlust im Transformator nur wenige Prozente der Nutzspannung ausmacht.

Wenn die Windungen nicht magnetisch gleichliegend sind, so wird nicht jede einzelne derselben genau die gleiche Anzahl von Kraftlinien umschlingen; es werden vielmehr von den der primären Spannung entsprechenden Kraftlinien ein kleiner Teil streuen, d. h. nutzlos den Luftraum durchsetzen, während der grössere Teil auf den Eisenkern beschränkt bleiben und die sekundären Windungen umschlingen wird. Das durch diese Streuung erzeugte magnetische Feld wird nun bei konstanter Primärspannung mit wachsender sekundärer Stromstärke an Intensität gewinnen, und die gesamte Spannungsverminderung wird grösser sein, als der nach dem Ohm'schen Gesetze sich ergebende Spannungsverlust. Dem Streuungsfelde entspricht eben ein Spannungsabfall, dessen Grösse bei unrationell gebauten Transformatoren den Spannungsverlust in den Widerständen der Windungen erheblich übertreffen kann.

Lange Zeit hielt man nun den in Parallelschaltung arbeitenden Transformator mit geschlossenem magnetischen Kreise für eine so vollkommene Lösung des Problems der Energieverteilung, dass Erfinder und Konstrukteure aller Nationen an der Umbildung und Neugestaltung der von Zipernowsky, Déri und Bláthy so erfolgreich in die Praxis übersetzten Grundidee arbeiteten, ohne an den Fundamenten derselben zu rütteln.

Da trat im Jahre 1889 James Swinburne auf und führte den ersten Streich gegen die schon halb und halb zum Axiom gewordenen Anschauungen. Er wies darauf hin, dass bei dauernd betriebenen Wechselstromanlagen jeder Transformator während des ganzen Jahres magnetisiert werden müsse, erfahrungsgemäss aber nur während eines halben Monats etwa mit seiner vollen Belastung in Betrieb sei, dass also für das wirtschaftliche Ergebnis einer Wechselstromanlage nicht der aus dem verlorenen und nutzbar gemachten Effekt, sondern der aus der verlorenen und nutzbar gemachten Arbeit ermittelte Wirkungsgrad des Transformators massgebend sei. Er führte dann weiterhin aus, dass Transformatoren mit offenem magne-

tischen Kreise, welche so rationell gebaut seien, wie sein Igeltransformator, einen erheblich höheren Durchschnittswirkungsgrad besitzen müssten. Swinburne's Veröffentlichungen haben die allgemeine Aufmerksamkeit auf die Ermittelung des durchschnittlichen Wirkungsgrades gerichtet, und unstreitig gebührt ihm das Verdienst, der Fabrikation der Transformatoren einen neuen, belebenden und fördernden Impuls gegeben zu haben. Seine Erwartungen haben sich jedoch bis jetzt nicht bestätigt. Der Transformator mit geschlossenem magnetischen Kreise erfreut sich immer grösserer Verbreitung, und Swinburne selbst hat neuerdings begonnen, neben seinen Igeltransformatoren solche mit eisengeschlossenem Kreise zu bauen.

Die Entwickelungsgeschichte der Transformatoren ist von Berufeneren mehrfach bearbeitet worden. Die hier gegebenen einleitenden Bemerkungen sollten nur einige Ausdrücke erläutern und einen der zur Ausarbeitung der folgenden Kapitel mitbestimmenden Gesichtspunkte erörtern.

Erstes Kapitel.

Das magnetische Feld und die Grundgesetze der Induktion.

1. Der Widerstand.

Ein grosser Teil der Schwierigkeiten, auf welche man beim Studium der in Wechselstromkreisen auftretenden Erscheinungen stösst, lässt sich darauf zurückführen, dass das Ohm'sche Gesetz für solche Kreise nicht ohne weiteres mehr in seiner einfachsten Form anwendbar ist.

Wir stellen uns heute jeden Stromkreis mit einem bestimmten Widerstande behaftet vor und wissen dann, dass der in dem Stromkreise unter dem dauernden Einflusse einer konstanten E. M. K. zirkulierende Strom durch das Verhältnis dieser E. M. K. zum Gesamtwiderstande des Stromkreises gegeben ist. Da wir in der Technik meistens nur eine länger andauernde Wirkung der Ströme verlangen, haben wir den Umstand beinahe vergessen, dass der nach dem Ohm'schen Gesetz durch den Quotienten aus der konstanten E. M. K. und dem gleichfalls konstanten Widerstande definierte Stromwert nur bei dauernder Einwirkung der Stromquelle auftritt, während er unmittelbar nach dem Stromschlusse nur jenen Grenzwert angiebt, welchem der rasch anwachsende Strom zustrebt.

Wirkt die konstante E. M. K. längere Zeit auf den Stromkreis ein, so bemerken wir eine Erwärmung desselben, deren Grösse wir jedoch nicht ohne weiteres anzugeben vermögen, da dieselbe in hohem Masse von der Wärmeabgabe des Stromkreises an seine Umgebung abhängt.

Sind wir also auch nicht im stande, ohne nähere Untersuchungen oder Angaben für den betreffenden Fall die Grösse der auftretenden Erwärmung anzugeben, so hat uns Joule doch die Grösse der durch den elektrischen Strom pro Zeiteinheit zugeführten Wärmemenge kennen gelehrt. Das Joule'sche Gesetz definiert den Widerstand als jene Eigenschaft eines Stromkreises, kraft welcher die demselben zugeführte elektrische

Energie in einem nicht umkehrbaren Prozesse in Wärme umgesetzt wird. In dieser Beziehung ähnelt das Verhalten des Widerstandes jenem der Reibung, welche bei allen unseren maschinellen Einrichtungen in mehr oder weniger unliebsamer Weise zutage tritt. Auch der bei unseren Maschinen zur Überwindung der Reibung aufgewendete Effekt setzt sich in einem nicht umkehrbaren Prozesse in Wärme um.

2. Trägheit schwerer Massen.

Betrachten wir den Fall, wo ein mit Trägheit behaftetes schweres Schwungrad in Bewegung gesetzt werden soll. Das gesamte hierzu erforderliche Drehmoment setzt sich aus zwei Teilen zusammen, von denen der eine die Lagerreibung und den Luftwiderstand zu überwinden, der andere der Trägheit entgegen zu wirken hat. Der erste Teil muss auch dann noch aufgewendet werden, wenn das Schwungrad seine normale Tourenzahl erreicht hat, und so lange die Rotation dauert, so lange wird eine diesem Teile der Gesamtenergie entsprechende Wärmeentwickelung an den Lagern auftreten. Ganz anders sind das Verhalten und die Wirkung des zweiten Teiles der Gesamtenergie. In dem Masse, wie sich die Tourenzahl des Schwungrades steigert, nimmt die Grösse des zur Überwindung der Trägheit aufzuwendenden Effektes ab, bis dieser zweite Teil des Gesamteffektes schliesslich bei Erreichung der vollen Geschwindigkeit überhaupt Null wird. Die eine Wirkung der Trägheit ist also jedenfalls eine zeitliche Verzögerung der Wirkung des aufgewendeten Drehmomentes; denn es ist ohne weiteres klar, dass ein nur mit Reibung in den Lagern laufendes, aber nicht mit Trägheit behaftetes Rad unter dem Einflusse des Drehmomentes seine volle Geschwindigkeit sofort angenommen hätte. Die zweite Wirkung der Trägheit offenbart sich erst in dem Momente, wo das zur Aufrechterhaltung der Rotation dienende Drehmoment zu wirken aufhört. Das Schwungrad wird dann nicht sofort stehen bleiben, wie es ein nicht träges Rad thun müsste, sondern wird noch so lange mit stets abnehmender Geschwindigkeit weiterrotieren, bis der gesamte, anfänglich zur Überwindung der Trägheit aufgewendete zweite Teil des Effektes sich vollkommen in eine an die Lager und deren Umgebung abgegebene Wärmemenge umgewandelt hat. Der zweite Teil des Gesamteffektes geht also nicht verloren, sondern wird in einem umkehrbaren Prozesse bei der Ingangsetzung erst aufgespeichert und bei der Stillsetzung wieder zurück-

gewonnen, um dann allerdings in einem nicht umkehrbaren Prozesse in Wärme umgewandelt zu werden. Auf der Thatsache, dass ein mit Trägheit behaftetes Rad Energie aufspeichert, wenn der Antriebsmotor zu schnell läuft, und Energie abzugeben vermag, wenn der Antriebsmotor unter seiner normalen Tourenzahl ist, beruht ein Teil der ausgleichenden Wirkung des Schwungrades. Das träge Rad hat das Bestreben, seinen Bewegungszustand beizubehalten, und setzt jeder Änderung desselben einen bestimmten Widerstand entgegen.

3. Analogie zwischen der Trägheit und der Selbstinduktion.

Und nun tritt die Frage nahe, ob nicht etwa bei dem Entstehen und Verschwinden des elektrischen Stromes in einem Stromkreise eine Art elektrischer Trägheit sich manifestiert. Wenn ein elektrischer Strom der Fortbewegung einer materiellen Substanz entspräche[1]), so würde er wahrscheinlich mit einer gewissen Trägheit behaftet sein. Wie stehendes Wasser in einer Röhre nicht plötzlich, sondern nur ganz allmählich aus dem Zustande der Ruhe in jenen der Bewegung übergeführt werden kann, so würde beim Vorhandensein einer elektrischen Trägheit das Anwachsen des Stromes unter dem Einflusse einer gegebenen konstanten Kraft nicht momentan erfolgen können, und wie das einmal in Bewegung befindliche Wasser nur unter Aufwand einer beträchtlichen Kraft, welche manchmal die Röhre sprengt oder beschädigt, in seiner Weiterbewegung plötzlich behindert werden kann, so würde beim Vorhandensein einer elektrischen Trägheit die Unterbrechung des Stromes entweder allmählich oder plötzlich und dann auch gewaltsam erfolgen können.

Nun wissen wir, dass ein Strom zur Entwickelung seiner vollen Stärke nicht unmittelbar nach Stromschluss gelangt, sondern infolge der Selbstinduktion eine gewöhnlich sehr kurze Zeit dazu braucht, und dass bei plötzlicher Unterbrechung des Stromkreises die Wirkung der Selbstinduktion sich in einer gewaltsamen, unter Licht- und Wärmeerscheinung auftretenden Durchschlagung des isolierenden Mediums äussern kann. Der erste oberflächliche Eindruck ist also der, dass die Elektrizität thatsächlich Trägheit besitzen muss. Wenn wir aber unsere Analogie zwischen dem stromdurchflossenen Drahte und der wasserdurchströmten Röhre weiterführen, indem wir, wie bisher,

---

[1]) Oliver J. Lodge, Modern views of electricity. Second edition, p. 95 — 98.

unsere Aufmerksamkeit nur auf die im Drahte selbst angenommene Strömung des elektrischen Fluidums richten, so erkennen wir, dass eine eventuell vorhandene elektrische Trägheit sich auch durch mechanische Wirkungen äussern müsste. So müsste eine an einem feinen Faden aufgehängte Spule jedesmal einen Rückstoss erfahren, wenn ein Strom in ihr zu fliessen beginnt oder aufhört; so müsste ferner eine Spule, in welcher ein konstanter Strom aufrecht erhalten und welche in rasche Rotation versetzt wird, gleich einem Kreisel oder Gyrostaten jeder Kraft, welche sie aus ihrer Richtung zu führen strebt, entgegenwirken.

Lodge und Maxwell haben, unter Beobachtung aller Vorsichtsmassregeln, das Vorhandensein dieser zwei mechanischen Wirkungen auf experimentellem Wege nicht zu konstatieren vermocht. Negative Resultate beweisen jedoch noch keineswegs das Nichtvorhandensein des Effektes, wie O. Lodge mehrfach betont [1]).

Zweifellos jedoch besteht ein wesentlicher Unterschied zwischen dem stromdurchflossenen Drahte und dem wasserdurchströmten Rohre. Bei dem letzteren sind sämtliche Wirkungen auf das Rohrinnere beschränkt; bei dem ersteren aber sind die Wirkungen keineswegs auf den Leiter beschränkt, sie erstrecken sich vielmehr, wie eine ganze Reihe wohlbekannter Erscheinungen beweisen, mehr oder weniger weit über den umgebenden Raum.

Solche Thatsachen sind die ablenkenden Wirkungen, welche ein konstanter Strom auf eine Magnetnadel oder einen anderen Strom ausübt, und die Induktionswirkungen, welche ein im Raume bewegter, ein der Stromstärke nach veränderter oder ein an Grösse variabler Stromkreis auf sich selbst oder auf andere Stromkreise auszuüben vermag.

Um uns das Verständnis dieser Erscheinungen näher zu rücken, greifen wirauf die von Faraday angebahnte und von Maxwell mathematisch ausgebildete Kraftlinientheorie zurück.

4. Magnetische Induktions- und Kraftlinien.

Jede magnetische Induktionslinie strömt entweder durch einen Magneten oder um einen stromführenden Leiter. Sie erzeugt an ihrer Eintrittsstelle in einen Magnetstab einen Südpol, an ihrer Austrittsstelle einen Nordpol, ist stets eine geschlossene Linie und hat das Bestreben, sich möglichst zusammenzuziehen,

---

[1]) O. J. Lodge, a. a. O., p. 98, 113—191. 328, 329.

sich den Weg von höchster magnetischer Leitungsfähigkeit zu wählen und alle anderen Induktionslinien gleicher Richtung abzustossen. Daraus ergiebt sich ein magnetischer Zug in Richtung der Kraftlinien und ein Druck senkrecht zur Richtung derselben.

So lange man Spulen ohne Eisen oder den von unmagnetischem Materiale erfüllten Raum zwischen zwei Magneten betrachtet, verläuft die magnetische Kraft in Richtung der Induktionslinien. Die Induktionslinie kann dann also auch mit dem gebräuchlicheren Namen der Kraftlinie belegt werden. Im allgemeinen aber sind Linien magnetischer Kraft und Linien magnetischer Induktion, wie Maxwell[1]) und Fleming[2]) hervorheben, nicht zusammenfallende Begriffe. Ausserhalb eines Magneten sind sie freilich identisch, innerhalb seiner Substanz aber müssen sie sorgfältig auseinander gehalten werden.

Bei einem geraden, gleichmässig magnetisierten Stabe ist die vom Magneten selbst verursachte Kraftwirkung ausserhalb wie innerhalb desselben vom Nordpole nach dem Südpole gerichtet. Wenn wir uns also in der Masse des Magneten einen schmalen Schlitz und in diesem einen (allerdings nur denkbaren, nicht auch herstellbaren) freien Nordpol N_1 angebracht denken (Fig. 1), so würden die polarisierten Endflächen des Schlitzes offenbar das Bestreben haben, eine nach oben gerichtete Kraft N_1, s, n auf den Pol auszuüben, während die ursprünglichen Pole N, S mit einer Kraft N_1, S, N, den Pol N_1 nach abwärts zu bewegen streben[3]). Die resultierende Kraftwirkung, welche der Differenz der beiden angegebenen Kräfte entspricht, kann also innerhalb der Substanz von N nach S oder von S nach N gerichtet sein;

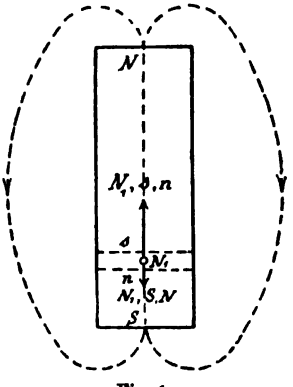


Fig. 1.

[1]) Maxwell, Elektrizität u. Magnetismus. Deutsch von Dr. B. Weinstein. II, S. 36.

[2]) J. A. Fleming, Alternate current transformer in theory and practice, I, p. 14.

[3]) Die Ausdrücke N_1, S, N und N_1, s, n sollen hier nur symbolisch die gesamte Wirkung darstellen, welche von den Polen N und S und von den Polen n und s auf den freien Pol N_1 ausgeübt wird. Sie sind also keineswegs als mathematische Ausdrücke dieser Wirkungen aufzufassen.

die Richtung der Induktionslinien aber muss innerhalb der Substanz von S nach N gehen, während sie ausserhalb derselben wie die punktirt angedeuteten Kraftlinien von N nach S geht. Die Induktionslinien sind also geschlossene Linien oder, in Maxwell's Ausdrucksweise, cyklische Konfigurationen. Der deutsche Sprachgebrauch unterscheidet nicht so scharf zwischen Linien magnetischer Kraft und Linien magnetischer Induktion. Wenn wir deshalb im folgenden kurzweg von Kraftlinien sprechen, meinen wir ausserhalb der Substanz des Magneten verlaufende Linien magnetischer Kraft, welche durch die innerhalb des Körpers liegenden Induktionslinien zu geschlossenen Linien ergänzt werden[1]).

Mündet eine Kraftlinie in ein Stück Stahl oder Eisen, so wird dasselbe zum Magneten und erhält an der Eintrittsstelle der Kraftlinien einen Südpol, an der Austrittsstelle einen Nordpol. Da diese Kraftlinie aber nur von einem Nordpole ausgegangen sein kann, so ergiebt diese einfache Überlegung die Erklärung der bekannten Erscheinung, dass ein einem Nordpole genähertes Eisenstück am genäherten Ende einen Südpol, am entfernteren Ende einen Nordpol erhält und dass infolge des Verkürzungsbestrebens der Kraftlinien zwischen zwei ungleichnamigen Polen Anziehung stattfinden muss.

Die Kraftliniensysteme zweier parallelen, gleichgerichteten Ströme stellen für jeden Teil des Drahtes konzentrische Kreisringe dar, welche in dem Raume zwischen den zwei Leitern entgegengesetzt gerichtet sind; daraus ergiebt sich zwischen den beiden Leitern eine Kraftlinienanordnung ähnlich der zwischen zwei entgegengesetzten Magnetpolen auftretenden; daraus folgt also der bekannte Satz, dass zwei parallele, gleichgerichtete Ströme einander anziehen.

Kreuzen sich zwei stromführende Leiter, von denen der eine beweglich angeordnet ist, so kreuzen sich auch die ihnen entsprechenden Kraftliniensysteme, und es tritt eine bewegende Kraft auf, welche den beweglichen Leiter ablenkt. Der Sinn dieser Ablenkung ist dadurch bestimmt, dass die zwei sich kreuzenden Kraftliniensysteme sich parallel zueinander zu stellen streben. Auf dieser Eigenschaft beruht die Wirkungsweise einer Klasse von Instrumenten, mit denen wir uns später bei Behandlung der zur Wechselstrommessung geeigneten Apparate zu befassen haben werden, die Wirkungsweise der Elektrodynamometer.

---

[1]) Vergl. Ewing, El., London 25, p. 259.

5. Die Kraftliniendichte.

Wenn wir im Maschinenbau die Grösse eines auf eine Fläche ausgeübten Druckes, also die Grösse einer Kraft, ausdrücken wollen, so führen wir den Druck in Kilogrammen pro Quadratcentimeter ein. Wir wissen z. B., dass bei Schmiedeisen ein Druck von 700 *kg* pro *qcm* als zulässig erachtet wird und dass ein Druck von 4000 *kg* pro *qcm* den Stab zerbrechen würde. Analog drücken wir in der Elektrotechnik die Grösse der in der Richtung der Kraftlinien ausgeübten Zugkraft durch die Anzahl der Kraftlinien pro *qcm* aus und wissen z. B., dass bei Schmiedeisen (etwa bei den Armaturen unserer Gleichstromdynamos) 20000 Kraftlinien pro *qcm* noch als zulässig erachtet werden und dass es bisher nur unter Anwendung besonderer Kunstgriffe gelungen ist, die Kraftliniendichte bis auf 45350 pro *qcm* zu treiben[1]).

Maxwell, der in seiner klassischen Abhandlung den von Faraday entwickelten Anschauungen streng mathematische Grundlagen und Deutungen verlieh, hat für den etwas umständlichen Ausdruck »Anzahl der Kraftlinien pro *qcm*« den Begriff Induktion eingeführt. Dieser Begriff ist leider etwas vieldeutig geworden; doch wird man niemals Mühe haben, aus dem Zusammenhange sofort zu überblicken, welcher Sinn dem Worte an der betreffenden Stelle beizulegen ist.

Man hat von seiten der Praxis behauptet, dass man sich 20000 Kraftlinien, »wenn man sie sich auch noch so dünn denkt«, nicht auf den Raum eines Quadratcentimeters zusammengedrängt denken könne. Ganz abgesehen davon, dass die Kraftlinien keine thatsächlich existierenden, körperlichen Dinge, sondern nur gedachte, zur leichteren Erklärung der Erscheinungen eingeführte Linien sind, müssen wir uns vor Augen halten, dass, wenn wir von einem Drucke von 700 *kg* pro *qcm* sprechen, wir uns auch nicht 700 Kilogrammgewichte neben- oder übereinander aufgebaut denken.

Um die Vorstellung zu erleichtern, hat G. Kapp eine sogenannte praktische Einheit der Induktion eingeführt, indem er pro Quadratzoll (englisch) 6000 Kraftlinien = 1 Kapplinie

---

[1]) Vergl. J. A. Ewing, Magnetic induction in iron and other metals. El., London 25, p. 339. Ewing's Untersuchungen über „Magnetische Induktion in Eisen und verwandten Metallen" sind auch in einem Buche erschienen, das von Dr. Holborn und Dr. Lindeck ins Deutsche übertragen wurde.

setzte. Solche willkürliche Festsetzungen bringen durch das unerquickliche Gemenge absoluter, auf Centimeter, Gramm und Sekunde bezogener und praktischer, in Zoll gemessener Grössen leicht Unklarheit und Verwirrung in die Beziehungen.

Kann man sich eine Induktion B = 20000 Kraftlinien pro *qcm* (oder vielleicht auch 2 Kraftlinien auf ein Quadrat von 0·1 *mm* Seitenlänge) nicht vorstellen, so greift man auf die von Maxwell[1]) abgeleitete, von Bidwell[2]) und Bosanquet[3]) experimentell bestätigte Beziehung zurück, dass, bei einem Eisenquerschnitte von f *qcm*, einer Induktion B eine in Grammen ausgedrückte Zugkraft K

$$K = \frac{B^2 f}{8 \pi . g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

in Richtung der Kraftlinien entspricht. Hierin bedeutet π die Ludolph'sche Zahl und g die Beschleunigung durch die Schwerkraft, welche in Centimetern auszudrücken ist. Es ist somit

$$K = \frac{B^2 f}{8 . 3{\cdot}14 . 981} = \frac{B^2 f}{24642{\cdot}72} \quad . \quad . \quad . \quad 1a)$$

Aus dieser wichtigen Beziehung erhält man eine für viele Zwecke der Praxis genügend genaue, sehr leicht zu merkende Formel, wenn man den Nenner des Bruches in 1a) gleich 25000 setzt. Es wird dann die Zugkraft in Kilogrammen pro Quadratcentimeter

$$\cong \frac{B^2}{25000 . 1000} = \left(\frac{B}{5000}\right)^2,$$

und somit der in Richtung der Kraftlinien ausgeübte Zug

bei einer Induktion B = 1 × 5000 rund 1 *kg* pro *qcm*
« « « B = 2 × 5000 « 4 « « «
« « « B = 3 × 5000 « 9 « « «
« « « B = 4 × 5000 « 16 « « «
« « « B = a × 5000 « a^2 « « «

Dieser Zug beansprucht z. B. eine die Armaturspulen tragende (Fig. 2), zwischen den zwei Armaturkränzen einer Wechselstrommaschine angeordnete Traverse in seiner vollen Stärke auf Biegung und muss bei Dimensionierung der Wellen und Lager bei Gleichstrommaschinen, in welchen der Anker

---

[1]) Maxwell. a. a. O, II. p. 333.
[2]) Sh. Bidwell, El., London 17, p. 136.
[3]) R. H. M. Bosanquet, El., London 13, p. 83.

durch Zufall oder ungenaue Montage eine etwas unsymmetrische Lage zum Felde einnehmen kann, entsprechend berücksichtigt werden [1]).

Die Formel 1) giebt uns ein Mittel an die Hand, aus der experimentell leicht zu bestimmenden Tragfähigkeit K eines Elektromagneten seine Induktion B zu berechnen. Hat der Eisenkern des Elektromagneten f *qcm* Querschnitt, so ist seine Tragfähigkeit in Grammen

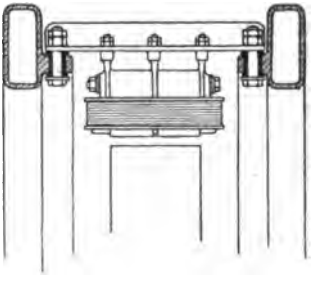


Fig. 2.

$$K = \frac{B^2 f}{8 \pi g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

und somit

$$B = \sqrt{8 \pi g \cdot \frac{K}{f}} \cong 157 \sqrt{\frac{K}{f}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1b)$$

6. Die magnetisierende Kraft.

Shelford Bidwell bediente sich zur Ausführung einer solchen experimentellen Bestimmung der Induktion aus der gemessenen Tragfähigkeit eines Elektromagneten, welcher aus weichem Holzkohleneisendraht von 4·6 *mm* Durchmesser hergestellt und zu einem Ringe von 8 *cm* Durchmesser gebogen war. Dieser Ring wurde behutsam in zwei Halbringe zersägt, deren Endflächen genau aufeinander gepasst und welche über ihre ganze Länge mit im ganzen 1929 Windungen isolierten Kupferdrahtes bewickelt wurden. [2]) Wenn dann ein mit einem Ampèremeter gemessener Erregerstrom die Spulen der beiden Ringhälften umfloss, so gab die zum Auseinanderreissen dieser Hälften erforderliche Kraft ein Mass für die Induktion B.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der mit diesem Apparate von Shelford Bidwell beobachteten Induktionen B mit den entsprechenden Werten des Erregerstromes i, welcher die Spulen der Ringhälften durchfloss und zur Entstehung der beobachteten Zugkraft Veranlassung gab.

---

[1]) Vergl. auch die Bemerkungen von Esson, El., London 24, p. 425, und von M. v. Dolivo-Dobrowolsky, El. Zeitschr. 1891, p. 392.

[2]) Aus Silv. P. Thompson, The Electromagnet, El., London 25, p. 623.

Beobachtungen von Sh. Bidwell.

Material: weiches Holzkohleneisen.

B = 7390,	i = 0·039	Ampère,	$\frac{B}{i}$ = 189910,
11550,	0·103	«	112140,
15460,	0·40	«	38640,
17330,	1·15	«	15070,
18470,	2·08	«	8880,
19330,	4.27	«	4530,
19820,	5·85	«	3390.

Diese Tabelle lässt deutlich erkennen, dass der Quotient aus $\frac{B}{i}$ nicht konstant ist, sondern dass mit steigender Induktion der Erregerstrom i erheblich rascher wachsen muss als die Induktion B. Die zur Erregung des Feldes aufzuwendende magnetisierende Kraft H ist mit anderen Worten nicht proportional der Induktion B. Aber es lässt sich experimentell leicht beweisen, dass z. B. die Induktion B = 19820 sich im vorliegenden Falle auch mit einem Strome von 2·925 oder 17·55 Ampère hätte erreichen lassen, wenn im ersten Falle die Zahl der Windungen auf dem ganzen Ringe 1929×2 oder im zweiten Falle $\frac{1929}{3} = 643$ gewesen wäre. Die magnetisierende Kraft H einer Erregerspule ist eben proportional dem Produkte aus der Zahl ihrer Windungen und dem diese Windungen durchfliessenden Strome.

Bezeichnet n die Gesamtzahl der auf der Spule angebrachten Windungen, ist l die Länge der Spule in *cm*, i der Strom in den Spulenwindungen, so ist die magnetische Kraft H

$$H = a \cdot \frac{n\,i}{l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Der Proportionalitätsfaktor a hat im absoluten Masssysteme den Wert $4\,\pi$, wenn man i in C G S-Einheiten einführt, und den Wert $\frac{4\,\pi}{10} = 1{\cdot}256$, wenn man i in Ampère einführt. Es ist also die magnetisierende Kraft H einer Spule = $\frac{4\,\pi}{10}$ mal der Anzahl der auf 1 *cm* Länge treffenden Ampère-Windungen. Der Faktor $4\,\pi$, dem wir öfter in den Formeln der elektromagnetischen Theorie begegnen, rührt davon her, dass

man übereingekommen ist, die Anzahl der von einem Einheitspole ausgehenden Kraftlinien $= 4\,\pi$ zu setzen; er hätte sich vermeiden lassen, wenn man in dem Grundgesetze, dass zwei um r *cm* voneinander entfernte Massen m_1 und m_2 sich abstossen mit einer Kraft

$$f = b \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

den Faktor b nicht gleich der Einheit, sondern $= \frac{1}{4\,\pi}$ gesetzt hätte.

»Die unnatürliche Unterdrückung des Faktors $4\,\pi$ in der Formel für die Anziehungskraft, in welcher derselbe eigentlich sein sollte, treibt ihn«, wie Oliver Heaviside[1]) in seiner lebhaften Ausdrucksweise bemerkt, »in das Blut der elektromagnetischen Theorie, auf dass er sich dort vermehre und dann auf dem ganzen Körper derselben zum Ausbruch komme.«

7. Der magnetische Kreis.

Die grundlegenden Arbeiten von G. Kapp[2]) und J. und E. Hopkinson[3]) und ihre späteren Ergänzungen und Erweiterungen haben die Konstruktion und Berechnung neuer Dynamotypen aus einer empirischen Praxis zu einer praktischen Wissenschaft umgestaltet und für die in wenigen Jahren erzielten ausserordentlichen Fortschritte im Baue elektromagnetischer Apparate eine gesunde Basis geschaffen.

In seinen 1890 gehaltenen Vorlesungen hebt jedoch Silv. P. Thompson[4]) in meisterhafter Darstellung hervor, dass die Keime zu unseren heutigen Anschauungen über die Gesetze des magnetischen Kreises schon lange vor Kapp und Hopkinson in den Werken hervorragender Experimentatoren vergraben lagen und dass unter Rowland's und Bosanquet's Händen diese Keime Wurzeln schlugen und unter Kapp's und Hopkinson's Bearbeitung veredelt wurden und Früchte zeitigten.

Im Jahre 1873 hob Rowland[5]), indem er sich an Faraday's Anschauungen und Joule's Ausdrucksweise anlehnte, hervor, dass das Grundgesetz des magnetischen Kreises »ein

---

[1]) O. Heaviside, El., London 27, p. 656.
[2]) G. Kapp, El., London 14, 15 u. 16.
[3]) J. und E. Hopkinson. El., London 18, p. 39.
[4]) S. P. Thompson, The Electro-Magnet., El. London 25, p. 525.
[5]) Rowland, Phil. Mag., Series IV, 46. 1873.

dem Ohm'schen Gesetze ähnliches« sei. In Rowland's Ausdrucksweise musste man die »magnetisierende Kraft der Spule« dividieren durch den »Widerstand gegen die Kraftlinien«, wenn man »die gesamte Menge der magnetischen Strömung« erhalten wollte. Rowland verwendete seine Berechnungen nur zur Bestimmung der magnetischen Durchlässigkeit oder Leitungsfähigkeit (welche Sir W. Thomson auch Permeabilität genannt hat). R. H. Bosanquet[1]) dagegen veröffentlichte in den Jahren 1882 und 1883 eine Reihe von Artikeln, in welchen er ausser den spezifischen Eigenschaften des Eisens auch Probleme behandelte, welche sich aus der Gestaltung des magnetischen Kreises ergeben.

In diesen Artikeln zeigte er insbesondere, wie die verschiedenen magnetischen Widerstände der einzelnen Teile des magnetischen Kreises zu berechnen und zu addieren seien, wenn man den magnetischen Gesamtwiderstand erhalten wolle, und ausserdem führte er den glücklich gewählten Ausdruck magnetomotorische Kraft zur Kennzeichnung jener Kraft ein, welche im magnetischen Kreise den Widerstand überwindet und die Strömung hervorruft, wenn dieser Ausdruck statthaft ist.

Die magnetomotorische Kraft M eines magnetischen Kreises ist gleichwertig der gesamten magnetisierenden Kraft derselben. Während die magnetisierende Kraft H auf die Längeneinheit der Erregerspule bezogen ist, bezeichnet die magnetomotorische Kraft M das Produkt aus der Kraft per Längeneinheit H und der gesamten Länge l des magnetischen Kreises. Es ist also zunächst

$$M = H \cdot l \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Und nun gelten zwischen magnetischem und elektrischem Kreise folgende Analogien[2]).

Die elektromotorische Kraft E ruft im Kreise vom elektrischen Widerstande R einen Strom J hervor, dessen Grösse sich aus dem Ohm'schen Gesetze ergiebt:

$$J = \frac{E}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Die magnetomotorische Kraft M ruft im Kreise vom mag-

---

[1]) R. H. Bosanquet, Phil Mag., Series V, 15, p. 205, 1883. »On Magneto-Motive Force«. El., London 14, p. 291.

[2]) Vergl. auch Robert Lang, Das Ohm'sche Gesetz als Grundgesetz des Elektromagnetismus. El. Zeitschr. 1892, p. 473 ff.

netischen Widerstande ϱ eine Strömung N hervor, deren Grösse sich aus dem Gesetze ergiebt:

$$N = \frac{M}{\varrho} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Bezeichnet F den konstanten Querschnitt des elektrischen Kreises, f jenen des magnetischen Kreises, so ist der elektrische Strom

$$J = \left(\frac{J}{F}\right) F = A \,.\, F \quad \ldots\ldots \quad 7)$$

gleich dem Produkte aus der Stromdichte A und dem Querschnitte F, und analog ist die magnetische Strömung

$$N = \left(\frac{N}{f}\right) f = B \,.\, f \quad \ldots\ldots \quad 8)$$

gleich dem Produkte aus der Kraftliniendichte oder Induktion B und dem Querschnitte f des magnetischen Kreises. Es ist also

$$M = N \,.\, \varrho \text{ oder } H \,.\, l = B \,.\, f\, \varrho \quad \ldots\ldots \quad 8a)$$

Wie die meisten Analogien hält auch die eben besprochene nur bis zu einem gewissen Grade; bei näherem Zuschauen erkennt man, dass dieselbe nicht zu weit geführt werden darf, wenn sich nicht erhebliche Unterschiede in dem Verhalten der als analog betrachteten Grössen zeigen sollen.

Wir wissen, dass der elektrische Widerstand oder sein reciproker Wert, die elektrische Leitungsfähigkeit, für ein bestimmtes Material und unter Voraussetzung konstanter Temperatur für beliebige Stromdichten gleich sind. In neuerer Zeit haben die eingehenden Arbeiten Ewing's, Hopkinson's u. a. m. dargethan, dass der magnetische Widerstand oder die magnetische Leitungsfähigkeit aller magnetischen Metalle auch bei gleichem Material und gleicher Temperatur für verschiedene magnetische Strömungsdichten oder Induktionen verschieden und ausserdem noch in hohem Masse von der Vorbehandlung und Vorgeschichte des Materials abhängig sind.

Es gelten zwar für den elektrischen Kreis mit der elektrischen Leitungsfähigkeit k und den magnetischen Kreis mit der magnetischen Leitungsfähigkeit μ die analogen Beziehungen: für den elektrischen Widerstand

$$R = \frac{L}{k \,.\, F} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

für den magnetischen Widerstand

$$\varrho = \frac{l}{\mu \,.\, f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

und zudem sind die beiden Leitungsfähigkeiten k und μ für verschiedene Materialien und für verschiedene Temperaturen eines und desselben Materials verschieden. Während aber k für alle Werte von $\frac{J}{F}$ konstant ist, variiert μ für verschiedene Werte von $\frac{N}{f} = B$.

Diese Thatsache ergiebt sich schon aus den in § 6 zusammengestellten Beobachtungen Bidwell's.

Da nämlich nach Gleichung 6)

$$M = N\varrho = H \cdot l$$

und nach Gleichung 10)

$$\varrho = \frac{l}{\mu f}$$

so folgt

$$H \cdot l = \left(\frac{N}{f}\right)\frac{l}{\mu} = \frac{B}{\mu} \cdot l$$

oder

$$\mu H = B \quad \ldots \ldots \ldots \quad 11)$$

bezw.

$$\mu = \frac{B}{H} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 11a)$$

In dem auf S. 10 behandelten Falle des Bidwell'schen geteilten Ringes war zunächst

$$H = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n\,i}{l} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{1929}{2\pi \cdot 3{\cdot}858}\,i = 100\,i,$$

weil die Gesamtzahl der Windungen n = 1929 und die mittlere magnetische Länge derselben gleich dem Umfange eines Kreises von $r_m = 3{\cdot}858$ *cm* Radius war. Dieser mittere magnetische Radius ist von dem mittleren geometrischen $r_g = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{4{\cdot}02 + 3{\cdot}70}{2} = 3{\cdot}86$ *cm* verschieden; es lässt sich unter Anwendung der Infinitesimalrechnung auf Grund einer einfachen Überlegung zeigen, dass sich der Wert des mittleren magnetischen Radius für einen Ring vom äusseren Radius r_1 und vom inneren Radius r_2 aus der Beziehung

$$r_m = \frac{r_1 - r_2}{\lg \text{nat} \frac{r_1}{r_2}} = \frac{r_1 - r_2}{2{\cdot}3026 \lg_{10} \frac{r_1}{r_2}} \ldots \ldots \quad 12)$$

ermitteln lässt, wenn man statt der natürlichen die dekadischen Logarithmen einführt, welche der Logarithmentafel oder dem Rechenschieber zu entnehmen sind. Im vorliegenden Falle war $r_m = 3{\cdot}858$ *cm* und somit schliesslich $H = 100\ i$, wie oben bereits erwähnt.

Man erkennt, dass hier der Unterschied zwischen magnetischem und geometrischem Radius nicht gerade erheblich, aber immerhin von merkbarer Grösse ist. Es sind jedoch Fälle denkbar, wo der Unterschied etwas grösser wird. Wir werden auf die Ermittelung des magnetischen Radius auch bei der Berechnung der Transformatoren zurückkommen müssen.

Wenn also $H = 100\ i$ war, so wird $\frac{B}{i} = \frac{100\,B}{H} = 100\,\mu$ sein und wir erkennen aus der dritten Spalte der Tabelle 1 auf S. 10, dass innerhalb der Grenzen von $B = 7390$ bis $B = 19820$ und für das von Bidwell untersuchte Eisen die magnetische Leitungsfähigkeit μ von einem Maximalwerte 1899·10 bis zu einem Minimalwerte 33·90 abnimmt.

8. Unzulässigkeit der Analogie zwischen dem Ohm'schen Gesetze und dem Gesetze des magnetischen Kreises.

Es ist von verschiedenen Seiten in neuerer Zeit hervorgehoben worden, dass es unberechtigt sei, das von Rowland und Bosanquet angeregte magnetomotorische Gesetz als Analogon für das Ohm'sche Gesetz aufzufassen. Auf den ersten Blick erscheint die Ähnlichkeit zwischen beiden Gesetzen überraschend, besonders, wenn man die magnetische Leitungsfähigkeit als Analogon der elektrischen auffasst. Diese Auffassung ist auch der vorstehenden Erläuterung des magnetomotorischen Gesetzes zugrunde gelegt worden, da der Verfasser sich von der Erwägung leiten liess, dass das heute jedem Elektrotechniker in Fleisch und Blut übergegangene Ohm'sche Gesetz die Einprägung des magnetomotorischen Gesetzes erheblich erleichtern könne. Thatsächlich aber entspricht, wie Föppl[1]) und Heaviside[2]) hervorheben, die Permeabilität μ des magnetomotorischen Gesetzes der Dielektrizitätskonstante c eines dem Ohm'schen Gesetze ganz ähnlich gestalteten elektromotorischen

[1]) Dr. A. Föppl, El. Zeitschr. 1891, p. 203. — El., London, 28, p. 344. — du Bois, Bericht über die Verhandlungen des Intern. Elektr. Kongresses zu Frankfurt a. M., II, p. 71.

[2]) O. Heaviside, El., London, 26, p. 446.

Gesetzes für die in einem Dielektrikum auftretenden Verschiebungsströme

$$D = c\,E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

In dieser Gleichung bedeutet E die elektrostatische Kraft, D die elektrische Verschiebung, c die Dielektrizitätskonstante. Heaviside nennt μ, d. i. jene Eigenschaft, derzufolge ein Körper magnetische Induktion zu erfahren vermag, seine »inductivity«, und c, d. i. diejenige Eigenschaft, derzufolge ein Körper elektrische Verschiebung gestattet, seine »permittivity« oder »permittancy«. Grawinkel und Strecker[1]) haben in der zweiten Auflage ihres trefflichen Hülfsbuches für die Elektrotechnik darauf hingewiesen, dass die Kraftlinien, nachdem sie einmal erzeugt worden sind, ruhen und demnach keinen Widerstand mehr finden. Ihrer Ansicht nach kann der Vorgang der Magnetisierung viel eher mit dem Laden eines Kondensators als mit dem Fliessen eines konstant gewordenen Stromes verglichen werden (für den noch nicht konstant gewordenen Strom, der unmittelbar nach Stromschluss unter dem Einflusse einer konstanten E M K fliesst, gilt ja das Ohm'sche Gesetz noch nicht), und mit Rücksicht hierauf schlagen sie vor, den reciproken Wert des magnetischen Widerstandes als magnetische Kapazität zu bezeichnen.

Der Haupteinwand, der sich mit Recht gegen die Analogie zwischen Ohm'schem und magnetomotorischem Gesetze erheben lässt, ist der, dass man leicht aus der Analogie zu der falschen Annahme geführt werden könne, den magnetischen Widerstand im stationären Zustande als arbeitverzehrend und die magnetische Strömung als Energieträger zu betrachten.

Der zweite Einwand gegen die Analogie, dass nämlich die magnetische Durchlässigkeit oder Permeabilität μ nicht für alle magnetischen Strömungsdichten B konstant ist, muss schon deshalb nicht als allzu wichtig betrachtet werden, weil in neuerer Zeit gewichtige Stimmen ein ähnliches Verhalten der elektrischen Leitungsfähigkeit k als möglich erscheinen lassen.

Das Ohm'sche Gesetz erscheint uns heute von einer so ausserordentlichen Einfachheit und Selbstverständlichkeit, dass vielleicht nicht Einer unter Zwanzig seine absolute Richtigkeit bezweifelt. Trotzdem hat Maxwell versichert, dass die Annahme der absoluten Konstanz des Widerstandes eines Leiters für ver-

---

[1]) C. Grawinkel und K. Strecker, Hülfsbuch für die Elektrot., 2. Aufl., p. 47. Vergl. auch die Polemik zwischen Uppenborn und den Vorgenannten, El. Zeitschr. 1891, p. 327 u. 437.

schiedene Stromdichten eine vollkommen empirische sei und nur durch genaue Experimente zum Gesetze gestempelt werden könne. Diese Experimente sind im Jahre 1876 auf Grund von Vorschlägen Maxwell's von Prof. Chrystal durchgeführt worden, und man glaubte dabei bis auf die zwölfte Stelle die Richtigkeit dieser Form des Ohm'schen Gesetzes nachgewiesen zu haben, wenn die Temperatur künstlich konstant gehalten oder für ihren Einfluss eine entsprechende Korrektion angebracht wurde.

In neuerer Zeit erhoben Prof. Fitzgerald und Dr. Fison Einwände gegen die allgemeine Gültigkeit des Ohm'schen Gesetzes, deren teilweise Berechtigung Prof. Chrystal zugiebt[1]).

Chrystal's Experimente konnten nur den Zweck haben zu prüfen, ob jene Eigenschaft eines Leiters, welche den Namen Widerstand trägt, eine konstante Grösse ist oder nicht. Nun ist allgemein bekannt, dass der Widerstand sich mit einer variablen Grösse ändert, mit der Temperatur; Chrystal's Experimente sollten entscheiden, ob er sich nicht noch mit einer zweiten variablen Grösse, mit der Stromdichte, ändere. Silv. P. Thompson[2]) wirft jedoch sehr richtig die Frage auf, warum man bei diesen beiden Variablen stehen bleiben wolle und nicht auch andere Variable, wie z. B. das magnetische Feld, in welchem sich der Leiter befinde, die Belichtung seiner Oberfläche und andere mehr, in Betracht ziehe. Wenn man finden würde, dass eine oder die andere dieser Variablen die Grösse des Widerstandes beeinflusste, so würde man jedenfalls nicht das Ohm'sche Gesetz für unrichtig erklären, sondern einfach konstatieren, dass der Widerstand nicht konstant, sondern eine Funktion der betreffenden variablen Grösse sei.

Wir wissen z. B., dass Wismut auch für konstante Stromdichte und Temperatur seinen Widerstand im magnetischen Felde ändert; wir haben sogar diese Thatsache zur Messung der Induktion in diesem Felde benutzt und sie einfach mit den obigen Worten konstatiert, ohne deshalb zu sagen, dass das Ohm'sche Gesetz auf Wismut nicht anwendbar sei. Es ist ausserdem durch Sanford's[3]) Untersuchungen erwiesen worden, dass der Widerstand eines metallischen Leiters mit der Natur des ihn umgebenden Dielektrikums sich ändert. Monatelang fortgesetzte Vergleiche ergaben z. B., dass der Widerstand eines

[1]) El., London, 25, p. 302, 309.
[2]) El., London, 25, p. 325. 388.
[3]) El. Zeitschr. 1893, p. 90.

in Petroleum getauchten Kupferdrahtes um 0·18 % kleiner war als der Widerstand desselben Drahtes in Luft. Wir werden es deshalb auch mehr oder weniger als Ansichtssache betrachten müssen, ob es zulässig sei, das magnetomotorische Gesetz als Analogon für das Ohm'sche aufzufassen, da auch der am meisten angeführte Einwand, betreffend die Konstanz der elektrischen Leitungsfähigkeit bei verschiedenen Stromdichten, nicht tief genug eingreifend erscheint, um die bequeme Analogie vollkommen zu verwerfen.

9. Magnetisierungskurven.

Die Gleichung 11 auf S. 14

$$B = \mu H$$

besagt, dass für Luft, deren Permeabilität $\mu = 1$ gesetzt wird, die Induktion B gleich der magnetisierenden Kraft H wird. Und da diese Gleichheit zwischen H und B für alle möglichen Werte von B gilt, so sind für die überwiegende Mehrheit aller denkbaren Substanzen H und B auch innerhalb ihres ganzen Bereiches proportional, weil eben fast alle denkbaren Substanzen entweder unmagnetisch sind wie die Luft, oder so schwach diamagnetisch erscheinen, dass μ praktisch auch für diese Körper gleich der Einheit ist.

Denken wir uns zur Erleichterung der Vorstellung[1]) einen Ring von gleichförmigem Querschnitte und von irgend einem bestimmten Durchmesser, der auf seiner ganzen Länge gleichförmig mit isoliertem Kupferdrahte bewickelt ist. Denken wir uns über dieser inneren Bewickelung, welche wir die sekundäre nennen wollen, eine zweite, ähnlich ausgeführte angebracht, welcher unter Einschaltung eines Stromwenders der Strom einer Batterie zugeführt werden kann. Wenn dann die innere oder sekundäre Bewickelung an ein Schwingungsgalvanometer angeschlossen ist und der Strom in der äusseren oder primären Spule umgekehrt wird, so erhält die Galvanometernadel einen plötzlichen Stoss (oder Impuls), welcher anzeigt, dass in der sekundären Bewickelung eine vorübergehende E. M. K. vorhanden war.

Die Grösse des Galvanometerausschlages giebt uns ein Mass für die Grösse der vorübergehenden E. M. K. Ob wir nun den Ring, auf welchem die beiden Bewickelungen angebracht sind, aus Holz, Glas, Kupfer oder Gold oder irgend einer anderen

---

[1]) Dr. John Hopkinson, El., London 24, p. 245.

unmagnetischen Substanz machen, ob wir ihn hohl oder massiv ausführen, die Galvanometerablenkung, welche einem bestimmten Strom in der primären oder äusseren Spule entspricht, wird stets die nämliche bleiben. Und wenn wir die primäre Stromstärke um die Hälfte vergrössern oder verkleinern, so vergrössert oder verkleinert sich auch der Galvanometerausschlag um die Hälfte.

Wenn wir jedoch den Ring aus weichem Eisen herstellen, haben wir ein vollkommen anderes Verhalten des Galvanometerausschlages. Derselbe ist zunächst für gleiche Ströme in der äusseren oder primären Bewickelung ausserordentlich viel grösser, da uns schon Bidwell's Experimente andeuten, dass μ ganz leicht gleich 2000 werden kann, dass also in diesem Falle die Induktion, für die gleiche magnetisierende Kraft H, 2000 mal grösser

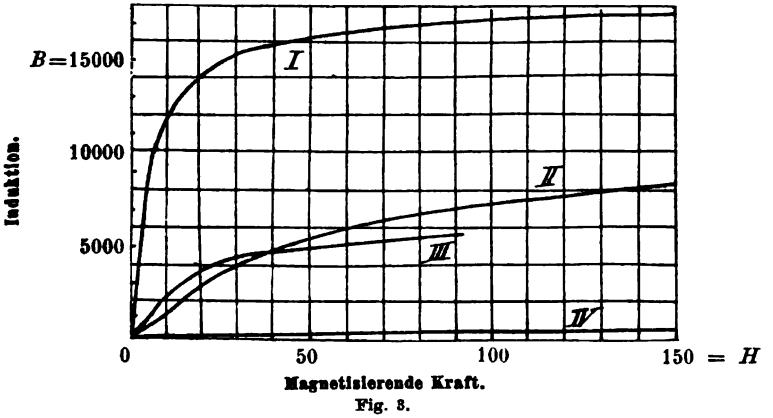


Fig. 8.

I. Magnetisierungskurve für Schmiedeisen.
II. Magnetisierungskurve für Kobalt.
III. Magnetisierungskurve für Nickel.
IV. Magnetisierungskurve für unmagnetische Substanzen.

sein muss, als wenn statt des Eisens nur Luft oder ein unmagnetischer Körper der Kraft H ausgesetzt wäre. Ausserdem aber ist dieser Ausschlag der Galvanometernadel nicht mehr dem Strome in der äusseren Bewickelung proportional. Wir finden vielmehr, wenn wir die Stromstärke in der primären Bewickelung Schritt für Schritt vergrössern und die beobachteten Galvanometerablenkungen als Ordinaten, die gleichzeitig gemessenen Stromstärken in der primären Bewickelung als Abscissen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eintragen, dass diese Kurve anfangs eine bestimmte Neigung besitzt, dann aber sich plötzlich nach oben wendet und so anzeigt, dass die Galvanometerablenkungen etwas rascher anwachsen als zuvor. So-

bald jedoch die primäre Stromstärke einen bestimmten Wert überschreitet, verringert sich die Steigung der Kurve und zeigt dadurch an, dass die Galvanometerablenkungen jetzt weniger rasch anwachsen als die primäre Stromstärke (Fig. 3).

Die Fig. 3 enthält ausser der eben besprochenen Kurve noch zwei andere, ähnlich verlaufende Kurven und eine geradlinig verlaufende Linie. Die beiden Kurven beziehen sich auf Nickel und Kobalt, jene zwei Körper, welche noch deutlich magnetische Eigenschaften besitzen. Ausser diesen beiden Körpern und dem Eisen sind praktisch alle anderen Körper in ihrem Verhalten durch die vierte, gerade Linie der Fig. 3 gekennzeichnet. Wenn die Ablenkung, welche dem unmagnetischen Ringe entspricht, als Einheit genommen wird, so erreicht jene für Eisen für eine bestimmte primäre Stromstärke den Wert 2000, während jene für Wismut, die stärkste der bis jetzt bekannten diamagnetischen Substanzen, den von der Einheit praktisch nicht verschiedenen Wert 0·999825 besitzt.

Man bemerkt, dass in Fig. 3 die Abscissen die Bezeichnung magnetisierende Kraft H, die Ordinaten die Bezeichnung Induktion B tragen. Die erste Bezeichnung erkennen wir nach dem Vorausgegangenen ohne weiteres als berechtigt an. Zur Erklärung der zweiten wollen wir in wenigen Worten schildern, wie wir die Induktion aus den Aichungsdaten und dem Ausschlage des ballistischen Galvanometers berechnen können.

Der ballistische Galvanometerausschlag misst eine während einer sehr kurzen Zeit wirkende Elektrizitätsmenge. Eine solche von bestimmter Grösse vermag z. B. ein Kondensator von bekannter Kapazität zu liefern, der auf ein bestimmtes Potential geladen und dann durch das Galvanometer entladen wird. Der unter diesen Umständen erfolgende Galvanometerausschlag ist proportional der vom Kondensator gelieferten Elektrizitätsmenge und gestattet jene vorübergehende E. M. K. zu berechnen, welche, wenn sie in dem sekundären Stromkreise des Ringes wirkte, im Galvanometer den Ausschlag 1 hervorzurufen im stande wäre. Aus dieser E. M. K. und dem nach Einschaltung des Ringes thatsächlich beobachteten Ausschlage lässt sich dann die Induktion B im Ringe berechnen. Wir begnügen uns hier mit diesen allgemeinen Andeutungen, da wir bei Besprechung der Untersuchung magnetischer Felder noch näher auf die Methode des ballistischen Ausschlages zurückkommen müssen.

Da es bisher noch nicht gelungen ist, für den Zusammenhang zwischen B und H einen einfachen analytischen Ausdruck

aufzufinden, so begnügt man sich meistens damit, für das untersuchte Material eine B H-Kurve ähnlich wie in Fig. 3 zu entwerfen und entweder diese Magnetisierungskurve direkt weiter zu verwenden, oder an Hand derselben Tabellen zu entwerfen, von denen im folgenden einige von verschiedenen Beobachtern nach verschiedenen Methoden erhaltene zusammengestellt sind.

Magnetisierungsdaten für Schmiedeisen nach verschiedenen Beobachtern.

	I Hopkinson[1]	II Ewing[2]	III Rowland[2]	IV Vignoles[3]	V Steinmetz[4]	VI Mittelwert von I bis V	VII Permeabilität berechnet aus B und H_m
B = 1000	H = —	2·3	0·9	—	—	H_m = 1·6	μ = 626
2000	—	2·7	1·2	—	1·5	1·8	1112
3000	—	2·9	1·4	—	2·0	2·1	1427
4000	—	3·2	1·7	2·6	2·4	2·5	1600
5000	1·7	3·6	2·1	3·5	2 6	2·7	1850
6000	2·1	3·8	2·4	4·2	3·0	3·1	1935
7000	2·6	4·3	3·0	4·9	3·5	3 7	1890
8000	3·2	4·7	3·6	5·6	4·3	4 3	1860
9000	4·0	5·3	4·3	6 6	5·3	5·1	1765
10000	5·0	5·9	5·2	7·4	6·2	5·9	1695
11000	6 5	6·8	6·4	8·8	7·8	7·4	1485
12000	8·5	8·2	7·9	10·5	9·0	8·9	1430
13000	12 0	—	10·4	13·8	12·2	12·1	1075
14000	17·0	—	15	20·0	15·6	16·9	828
15000	28·5	—	23	29·4	20·0	25·2	596
16000	50·0	—	40	—	27·4	39	410
17000	105 0	—	—	—	40·2	73	233

Die Spalte VI dieser Tabelle enthält das arithmetische Mittel der in den Spalten I — V enthaltenen Werte von H. Eine solche Zusammenfassung willkürlich ausgesuchter Versuchsreihen, welche zudem noch nach verschiedenen Methoden und an verschiedenem, wenn auch gleich bezeichnetem Materiale erhalten wurden, mag unzulässig erscheinen. Doch mag eine solche Zusammenfassung immerhin dazu dienen, von dem Verlaufe einer Magnetisierungskurve für eine mittlere Eisensorte ein ungefähres Bild zu geben

[1]) Aus Silv. P. Thompson, Die dynamoelektr. Maschinen, deutsch von C. Grawinkel, I, p. 283.

[2]) Aus Ewing's Kurven und Tabellen, El., London, 24, p. 567.

[3]) Aus Vignole's Kurven und Tabellen, El., London, 27, p. 78.

[4]) Aus Steinmetz' Kurven und Tabellen, El., London, 28, p. 409, El. Zeitschr. 1892, p. 43, 55.

(Fig. 4), und schliesslich kommt noch die Überlegung in Betracht, dass für eine nicht untersuchte Eisensorte die B H-Kurve angenommen werden muss. Dass in einem solchen Falle die wahren Werte von H eher gleich jenen der VI. Spalte als gleich jenen

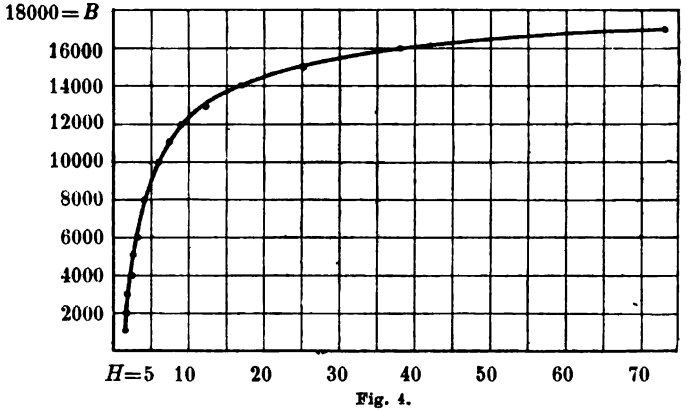


Fig. 4.
Magnetisierungskurve für gutes Schmiedeisen.

einer beliebig herausgegriffenen Versuchsreihe sein werden, liegt auf der Hand. Übrigens ist hier stets wieder darauf hinzuweisen, dass eine Prüfung der zum Bau von Dynamos und Transformatoren zu verwendenden Eisensorten dringend zu empfehlen und ausserdem, selbst bei dauerndem Bezuge des Materials von einem und demselben Lieferanten, von Zeit zu Zeit zu wiederholen ist. Die letzte Spalte der Tabelle enthält die Werte der aus H_m und B berechneten Permeabilität. Man erkennt, dass mit steigender Induktion die Permeabilität bis zu einem Maximalwerte anwächst und dann aber stetig abnimmt (Fig. 5).

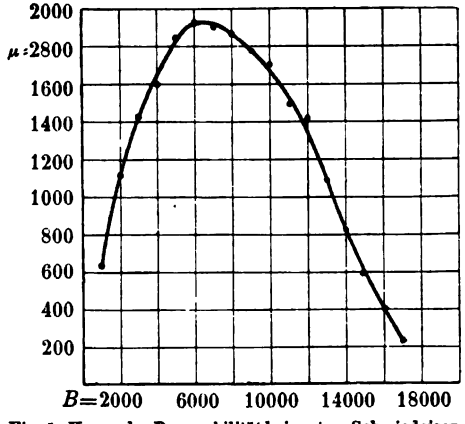


Fig. 5. Kurve der Permeabilität bei gutem Schmiedeisen.

Die Abnahme der Permeabilität schreitet stetig bis zu den höchsten Werten fort, welche bis jetzt für die Induktion B erreicht worden sind. Dies geht deutlich aus der folgenden Versuchs-

reihe Ewing's hervor, bei welcher B den Wert 40730 erreichte und die Permeabilität nur noch 2·15 betrug. Für den höchsten bis jetzt für B erreichten Wert[1]) war

$$B = 45350, \quad H = 24500, \quad \mu = 1{\cdot}85,$$

die Permeabilität des weichen Schmiedeisens (Lowmoor Wrought Iron), also nur noch 85% höher als jene der Luft.

Untersuchung eines Stückes Lowmoor Wrought Iron nach Ewing[1]).

H = 3080,	B = 24130,	μ = 7·83,
6450,	28300,	4·39,
10450,	32250,	3·09,
13600,	35200,	2·59,
16390,	36810,	2·25,
18760,	39900,	2·13,
18980,	40730,	2·15. (?)

Es sind jedoch ausser den durch die Kurven der Fig. 3 dargelegten noch weitere Unterschiede zwischen dem Verhalten der grossen Klasse unmagnetischer und der beschränkten Klasse magnetischer Körper vorhanden.

Denken wir uns zur Erklärung dieser Unterschiede die sekundäre Spule auf einer Seite des Ringes angeordnet und den Ring selbst geteilt, so dass seine Teile, wie bei Bidwell's Versuchsanordnung, auseinander gezogen werden können und die sekundäre Spule vollkommen vom Ringe abgezogen werden kann. Wir senden nun zunächst einen Strom von bestimmter Stärke durch die primäre Windung des Ringes, verringern die Stärke dieses Stromes allmählich bis auf Null, ziehen dann die Teile des Ringes auseinander und lassen schliesslich die sekundäre Spule aus dem Ringe herausschlüpfen. Wenn das Material des Ringes unmagnetisch war, so finden wir bei diesem Vorgehen keine Ablenkung der Galvanometernadel; war jedoch das Material des Ringes magnetisch, so finden wir eine starke Ablenkung, welche unter Umständen, bei besonders hartem Material, 80—90% jenes Ausschlages betragen kann, den das Herausziehen der Sekundärspule bei Vorhandensein der vollen Stromstärke verursacht hätte[2]). Welche Eigenschaften also auch die magnetisierende Stromstärke dem Eisen mitgeteilt haben mag, so zeigt das vorliegende Experiment deutlich, dass das Eisen einen grossen Teil dieser Eigenschaften auch dann noch zurückbehält, wenn die magnetisierende Kraft zu wirken aufgehört hat.

[1]) Aus Ewing, Magn. Ind. in iron and other metals. p. 139 u. 144.
[2]) J. Hopkinson, El., London, 24, p. 246.

Wir können diesen Versuch noch einen Schritt weiter treiben, indem wir den Strom allmählich zu einem grossen Werte anwachsen und dann auf einen kleinen Wert abnehmen lassen, hierauf den Ring öffnen und die Sekundärspule herausziehen. Bei den meisten Substanzen finden wir, dass die Ablenkung genau dieselbe ist, als ob wir den Strom nur von Null bis zu seinem kleinen Endwerte gebracht hätten. Bei Eisen und anderen magnetischen Materialien aber finden wir, dass die Ablenkung nicht nur von dem Endwerte, sondern in hohem Masse auch von dem Maximalwerte abhängt, den der Strom erreicht hatte.

10. Der magnetische Kreisprozess.

Nimmt man eine cyklische Veränderung[1]) der magnetisierenden Kraft H vor, d. h. verleiht man ihr allmählich alle Werte von Null an bis zu einem beliebigen positiven Maximum, von da über Null hinaus bis zu einem negativen Maximum von gleichem oder anderem absoluten Werte[2]) und von diesem wieder auf Null zurück, und trägt man dann die erhaltenen Werte von B als Ordinaten zu den entsprechenden Abscissenwerten H auf, so erhält man für den ansteigenden und abnehmenden Wert besondere Kurven, welche nicht zusammenfallen. Es zeigt sich vielmehr, dass einem und demselben Werte der magnetisierenden Kraft H verschiedene Werte der Induktion B entsprechen, je nachdem man sich auf dem aufsteigenden oder dem abnehmenden Aste der B H-Kurve befindet.

Nimmt man z. B. einen Draht aus sehr weichem Eisen, dessen Durchmesser = 0·158 *cm*, dessen Länge = 64 *cm* ist, und verändert man H

1) von Null bis + 17·26 und zurück,
2) « + « + 17·26 über Null bis — 17.26, und
3) « — « — 17·26 über Null bis + 17·26,

so hat man[3]) z. B. (Fig. 6) für

1) H = + 1.9, B = 4900,
2) H = — 1·9, B = 0,
3) H = + 1·9, B = — 1000,

oder für

1) H + 4, B = 10000,
2) H — 4, B = — 9000,
3) H + 4, B = 9700.

---

[1]) Baur, El. Zeitschr. 1889, p. 130.

[2]) Die Vorzeichen sind hier nur zur Unterscheidung der Richtung des magnetischen Stromes eingeführt.

[3]) Nach Versuchen von Ewing. Vergl. Dr. Baur, El. Zeitschr. a. a. O.

Der Erste, welcher ein derartiges Verhalten beobachtete und auch die Bedeutung der von den beiden Ästen der B H-Kurve eingeschlossenen Fläche richtig erkannte, war Prof. Warburg[1]) in Freiburg i. B.; nach ihm hat Prof. Ewing in einer langen und eingehenden Reihe glänzender Versuche diese Erscheinung genauer verfolgt und ihr den Namen Hysteresis beigelegt, während Warburg dieselbe einer Wirkung der Koërcitivkraft zugeschrieben hatte.

Die von den beiden Ästen der Magnetisierungskurve eingeschlossene Fläche stellt jene Arbeit dar, welche aufgewendet werden muss, um die Volumeinheit (das *ccm*) des magnetischen Materials von dem + zum — Maximum und zurück zu magnetisieren.

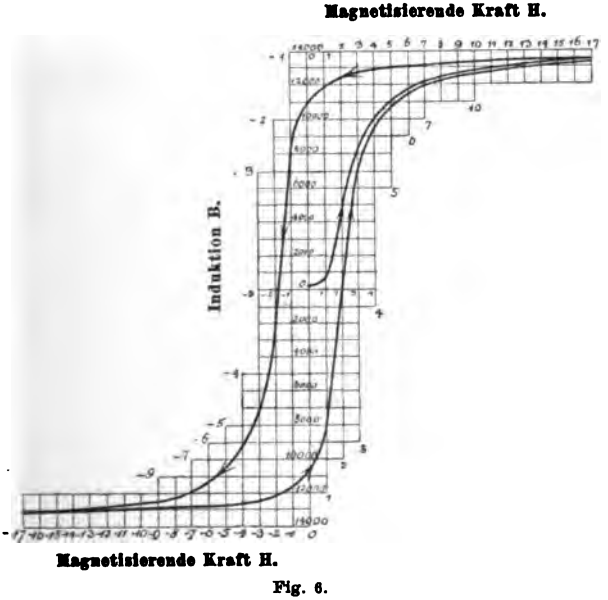


Fig. 6.

Magnetischer Kreisprozess für weiches Schmiedeisen.

Um den während des magnetischen Kreisprozesses verbrauchten Effekt zu bestimmen, braucht man nur den Flächeninhalt der Schleife mit dem Planimeter zu messen, indem man als Flächeneinheit ein Rechteck mit den Seiten B = 1 und H = 1 wählt. Dividiert man dann die erhaltene Fläche durch

[1]) Warburg, Freiburg Ber., 8, 8. Dezember 1890. Wiedemann, Ann. 1881, 13, p. 141.

4π, so erhält man den Effekt direkt in absoluten C. G. S. Einheiten, in Erg, welche durch 10^7 dividiert die praktischen Einheiten, Watt, ergeben.

So ist für unsere Fig. 6 die gesamte Fläche

$$= 584040 \; qmm,$$

oder, da $B = \sqrt{5}\; mm$ und $H = \sqrt{5}\; mm$,

$$= 116808 \text{ B H Einheiten.}$$

Dies giebt, durch $4\pi = 12{\cdot}56$ geteilt,

$$9300 \text{ Erg} = 0{\cdot}00093 \text{ Watt.}$$

Die während des Kreisprozesses absorbierte Energie setzt sich in Wärme um. Nimmt man als mechanisches Wärmeäquivalent $425 \times 980{\cdot}6 \times 100 = 4{\cdot}17 \times 10^7$ Erg $= 4{\cdot}17$ Watt, als spezifisches Gewicht des Eisens 7·7 und als spezifische Wärme desselben 0·11 Kalorien an, so wäre die von einem Erg pro *ccm* erzeugte Temperaturerhöhung, wenn keine Wärmeabgabe stattfinden würde, $= 2{\cdot}84 \times 10^{-8}$ ° C.

Es sind mit anderen Worten die Temperaturerhöhung pro Cyklus in ° C. und der Effektverlust pro Cyklus in Erg, wenn man die maximalen Werte von B und H einführt,

für $H_{max} = 1{\cdot}50$,	$B_{max} = 1974$,	Erg 410,	0·000012 ° C.
1·95,	3830,	1160,	0·000033
2·56,	5950,	2190,	0·000062
3·01,	7180,	2940,	0·000083
3·76,	8790,	3990,	0·000113
4·96,	10590,	5560,	0·000153
6·62,	11480,	6160,	0·000175
7·04,	11960,	6590,	0·000187
26·5,	13700,	8690,	0·000247
75·2,	15560,	10040,	0·000285.

Da thatsächlich stets Wärme von seiten des magnetisierten Eisenstückes abgegeben wird, so wird die von der Hysteresis herrührende Erwärmung stets geringer sein, als die vorstehende Tabelle dies angiebt. Freilich ist hierbei zu beachten, dass nur der der statischen Hysteresis entsprechende Energieaufwand berücksichtigt wurde. Von den in der Masse des Eisens möglicherweise auftretenden Wirbelströmen, die auch Foucaultströme genannt werden (obwohl Foucault nichts mit ihrer Entdeckung oder Erkennung zu thun hat), sowie von dem Einflusse der viskosen Hysteresis ist vollkommen abgesehen.

Die Wirkung dieser letzteren Form der Hysteresis äussert sich darin, dass unter dem Einflusse einer wechselnden magnetisierenden Kraft H die magnetische Induktion B auch zeitlich hinter dem normalen Wert zurückbleibt und z. B. noch längere Zeit nach dem Stromschlusse langsam steigt, wenn dem Stromschlusse eine höhere Induktion vorhergegangen, oder sinkt, wenn eine niedrigere Induktion zuvor vorhanden war. Die von der viskosen Hysteresis absorbierte Energie und die von dieser erzeugte Wärme müssten um so grösser sein, je rascher H wechselt.

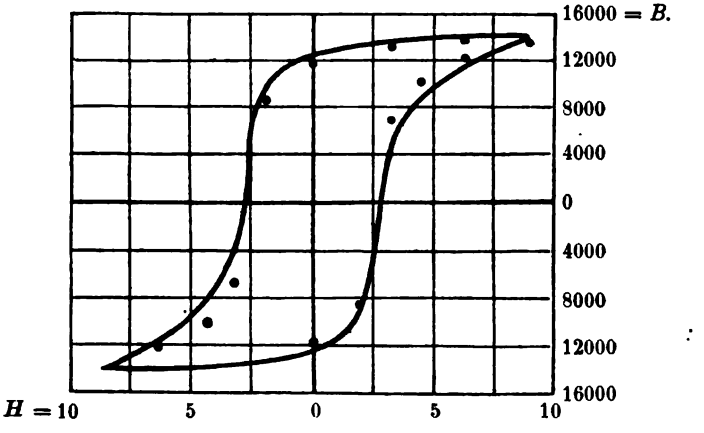


Fig 7.
Einfluss der viskosen Hysteresis bei weichem Eisen.

Um das Auftreten einer zeitlichen Verzögerung der Wirkung einer magnetisierenden Kraft, also das Vorhandensein einer magnetischen Viskosität, zu erklären, schreibt Ewing[1]) den magnetischen Molekülen eine gewisse Trägheit zu. Unter dem Einflusse einer magnetisierenden Kraft beginnt die Störung des Gleichgewichtes der magnetischen Teilchen zunächst an der Oberfläche des magnetischen Körpers, und die Wirkung pflanzt sich dann von Molekül zu Molekül fort. Daraus erklärt sich auch die Erscheinung, dass die zeitliche Verzögerung der magnetisierenden Wirkung in einem grossen Stücke weichen Eisens erheblich grösser ist, als in einem dünnen Drahte.

---

[1]) J. A. Ewing, Ind. in iron . . . . p. 322.

Um die relative Grösse der viskosen Hysteresis gegenüber der statischen zu bestimmen, haben J. und E. Hopkinson[1])

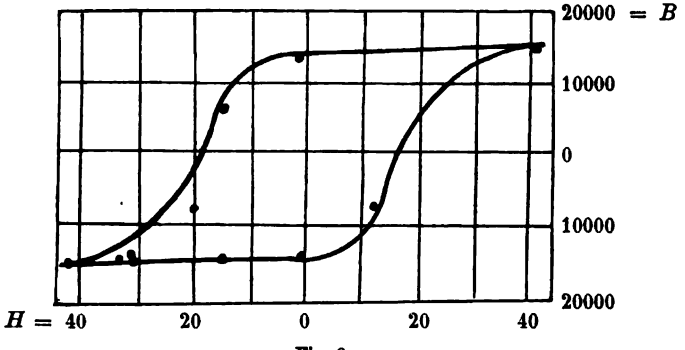


Fig. 8.
Einfluss der viskosen Hysteresis bei hartem Stahl.

genaue Untersuchungen an zwei Ringen aus weichem Eisen und hartem Stahl angestellt, welche zur Vermeidung von Wirbel-

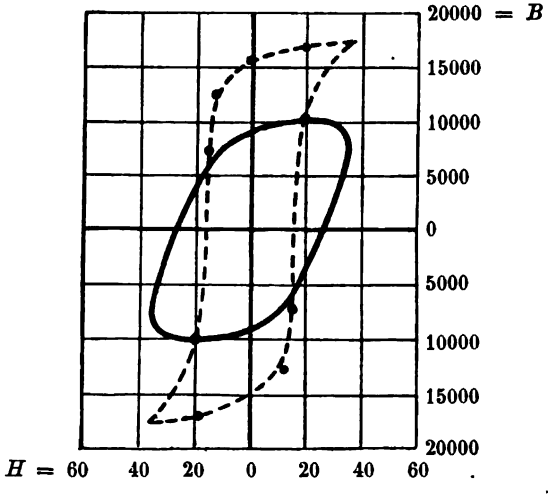


Fig. 9.
Einfluss der viskosen Hysteresis bei nicht sorgfältig unterteiltem, hartem Stahl.

strömen aus sorgfältig schellackierten Drähten von $^1/_4$ *mm* Durchmesser hergestellt waren. Untersucht man die in den Fig. 7 bis 9

[1]) J. und E. Hopkinson, El., London, 29, p. 510. Lum, él., 49, p. 38, 1892.

niedergelegten Resultate dieser Messungen etwas genauer, so erkennt man, dass für mittlere Induktionen von B = 3000 — 4000 die nach der ballistischen Methode erhaltenen Punkte mit den bei 125 kompletten Cyklen sich ergebenden Kurven übereinstimmen, dass aber, sobald die Induktion hohe Werte erreicht, die Kurven besonders in dem der maximalen Induktion vorausgehenden Teile etwas voneinander abweichen.

Man hatte damals nicht untersucht, ob diese Abweichung wirklich eine Folge des zeitlichen Zurückbleibens der Induktion hinter der magnetisierenden Kraft war, oder ob man sie der Anwendung des ballistischen Galvanometers zuzuschreiben hatte.

In einer neuerdings von J. Hopkinson, E. Wilson, F. Lydall ausgeführten Untersuchung[1]) gelangte man zu der Erkenntnis, dass 1) nach einer plötzlichen Vergrösserung der magnetisierenden Kraft die Induktion nicht sofort ihren definitiven Wert erreicht, sondern während einiger Sekunden noch etwas anwächst, und dass 2) der kleine Unterschied zwischen den bei langsamem Durchlaufen der Cyklen und bei einer beträchtlichen Zahl von Cyklen pro Sekunde erhaltenen Kurven thatsächlich in einer zeitlichen Verzögerung der Magnetisierung begründet ist und mit der Zahl der Cyklen pro Sekunde etwas wächst. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Übereinstimmung mit den von Evershed und Vignoles[2]) erhaltenen. Diese Autoren gelangten zu der Erkenntnis, dass die Effekte, welche aufgewendet werden müssen, um ein und dasselbe Stück Eisen einen geschlossenen magnetischen Kreislauf das eine Mal in einem kleinen Bruchteil einer Sekunde, das andere Mal in etwa 2 Sekunden durchlaufen zu lassen, sich höchstens um 4—5, wahrscheinlich aber nur um 2%, unterscheiden, dass aber diese Differenz bis auf 20% anwachsen kann, wenn zur Vollendung des langsamen Kreisprozesses einige Minuten gebraucht werden.

Es mag an dieser Stelle auch gleich ein Punkt von grosser praktischer Bedeutung hervorgehoben werden, auf welchen Evershed und Vignoles[2]) hinweisen. Dieselben fanden, dass zwei von einem und demselben Walzwerk bezogene, als gleiche Qualitäten verkaufte Eisenproben, welche zudem gleiche Permeabilität besassen, in ihren Hysteresisverlusten um mehr als 70% voneinander verschieden waren. Diese Beobachtung steht aller-

---

[1]) J. Hopkinson, E. Wilson und F. Lydall, Lum. él. 48, p. 384, 1893 El. Zeitschr. 14, p. 449, 1893.

[2]) Evershed u. Vignoles, El., London 27, p. 49 und 29, p. 583.

dings vereinzelt da. Bei den zahlreichen Untersuchungen, welche der Verfasser an Transformatoren auszuführen Gelegenheit hatte, betrugen die Unterschiede zwischen den Hysteresisverlusten der aus gleichen Eisensorten hergestellten Transformatoren nie mehr als 15—20%. Aber man wird in der Praxis finden, dass im allgemeinen jede Eisensorte andere Hysteresisverluste aufweist, und es wird sich somit dringend empfehlen, die zur Verwendung gelangenden Eisensorten durch ein praktisch brauchbares und mehr für die Werkstätte als für das Laboratorium geeignetes Verfahren auf ihre Hysteresisverluste zu untersuchen. Wir werden an anderer Stelle hierauf näher eingehen und wenden uns nun zunächst einigen Sonderfällen des magnetischen Kreises und dann den Grundgesetzen der Induktion zu.

11. Behandlung einiger Sonderfälle des magnetischen Kreises.

Wir haben bisher nur den einfachsten Fall eines magnetischen Kreises behandelt, welcher auf seiner ganzen Länge gleichen Querschnitt und gleiche, wenn auch mit der jeweiligen Induktion veränderliche Permeabilität aufweist. Wenig komplizierter nur ist der Fall, wo der magnetische Kreis aus verschiedenen Teilen zusammengesetzt ist, welche zwar von derselben magnetischen Strömung durchsetzt werden, dabei aber verschiedene Querschnitte aufweisen und aus verschiedenem Materiale bestehen. Das wichtigste praktische Beispiel eines solchen magnetischen Serienkreises bietet die Dynamomaschine, deren genaue Berechnung durch die grundlegenden Arbeiten von Hopkinson und Kapp ermöglicht wurde. Gisbert Kapp[1]) ermittelt zum Zwecke der Vorausberechnung den gesamten magnetischen Widerstand (der sich bei einer Dynamo mit einfachem magnetischen Kreise als Summe der Einzelwiderstände des Kreises ergiebt) und erhält dann die von den Magnetschenkelwindungen auszuübende magnetomotorische Kraft aus diesem magnetischen Gesamtwiderstande und der bekannten magnetischen Strömung. Die Doktoren J. und E. Hopkinson[2]) führen den magnetischen Widerstand, der ja auch bei Kapp nicht Zweck, sondern nur Mittel zum Zweck ist, nicht explizit ein, sondern entwerfen für jeden Teil des Serienkreises eine Kurve, deren Ordinaten die allen Teilen gemeinsame magnetische Strömung N und deren Abscissen die Werte der magneto-

[1]) Gisbert Kapp, El., London 14, 15 u. 16.
[2]) J. und E. Hopkinson, El., London 18, p. 39.

motorischen Kraft M für den betreffenden Teil des magnetischen Kreises sind. Bei richtiger Interpretation der in Betracht kommenden Grössen stimmen die beiden Berechnungsmethoden in ihren Endresultaten überein, wie O. Frölich[1]) in einer längeren Abhandlung dargelegt hat.

Um das Hopkinson'sche Verfahren an einem konkreten Falle klarzulegen, denken wir uns den magnetischen Serienkreis aus zwei Teilen a c b und a d b gebildet. (Fig. 10.) Wir ermitteln dann zunächst in einem Vorversuche für jeden dieser Teile, deren geometrische Dimensionen uns bekannt sind, den Zusammenhang zwischen der magnetomotorischen Kraft M und der magnetischen Strömung N und legen denselben in einer Kurve graphisch nieder. Diese M N-Kurve muss ähnlichen Verlauf aufweisen wie die B H-Kurve des betr. Teiles; denn es besteht zwischen beiden Kurven der Zusammenhang, dass die Abscissen M gleich sind l mal den Abscissen H und dass die Ordinaten N gleich sind f mal den Ordinaten B, wenn mit l und f die Länge und der Querschnitt des betreffenden Teiles des magnetischen Kreises dargestellt werden.

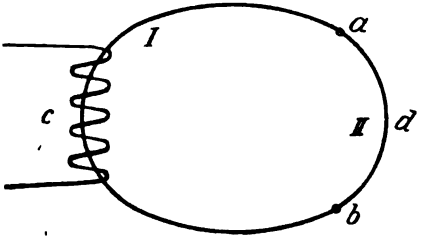


Fig. 10.

Es sei in unserem Falle die M N-Kurve für den Teil I durch die Kurve O A, die M N-Kurve für den Teil II durch die Kurve O B der Figur 11 dargestellt.

Die gesamte magnetomotorische Kraft ergiebt sich dann, wenn wir für jeden Punkt n der Ordinatenaxe die zugehörigen Abscissen $n\,m_1$ und $n\,m_2$ addieren, d. h. für jeden Wert der Gesamtströmung die Summe der magnetomotorischen Kräfte ermitteln. Die Konstruktion bleibt natürlich genau dieselbe, wenn ein kürzerer oder längerer Luftweg den einen Teil des magnetischen Kreises bildet. Dieser Fall, der uns bei dem Swinburne'schen Transformator mit offenem magnetischen Kreise entgegentritt, unterscheidet sich nur dadurch von dem vorhergehenden, dass die dem Luftwege entsprechende Kurve

[1]) O. Frölich, El. Zschr. 1893, p. 365.

(wegen der konstanten Permeabilität des Luftweges) in eine gerade Linie übergeht.

Von gleich grosser praktischer Bedeutung wie der eben behan-

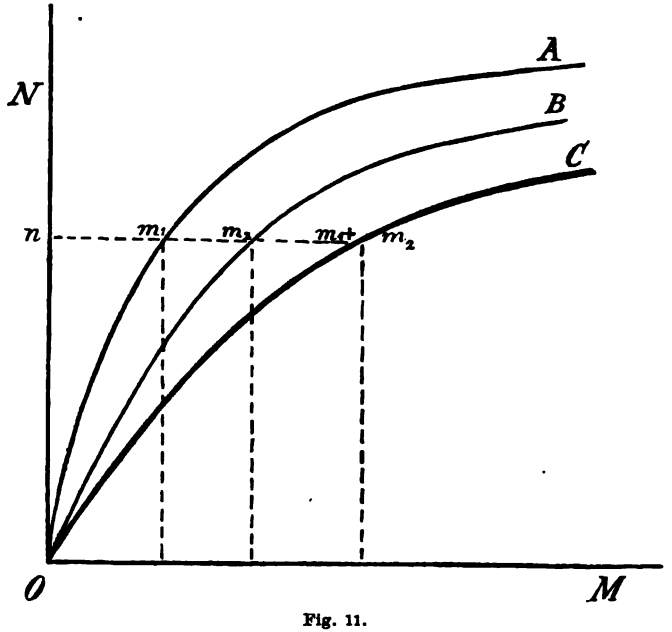


Fig. 11.

delte Fall ist jener, wo der magnetische Kreis geteilt oder verzweigt ist und mehrere parallelgeschaltete Teile enthält. Für diesen Fall hat E. Hanauer[1]) eine graphische Lösung gegeben, welche sich der vorigen, von Hopkinson gegebenen vollkommen anschliesst.

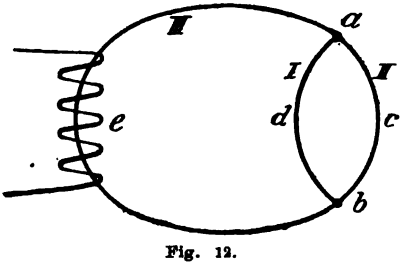


Fig. 12.

Wir wollen hier den einfachen Fall betrachten, wo der magnetische Kreis aus einem unverzweigten Teile a e b und zwei zwischen a und b parallel geschalteten Teilen a c b und a d b besteht. (Fig. 12.) Wir ermitteln zunächst wieder für jeden der drei

[1]) E. Hanauer, El. Zschr. 1893. p. 527.

Teile die MN-Kurve und bedenken dann, dass die parallelgeschalteten Teile I und II gleiche magnetomotorische Kraft, aber verschiedene magnetische Strömungen besitzen. Wir werden also für diese Teile die gesamte Strömung erhalten, indem wir für jeden Punkt in der Abscissenaxe die zugehörigen Ordinaten $m n_1$ und $m n_2$ addieren, d. h. für jeden Wert der magnetomotorischen Kraft zwischen a und b die Summe der Strömungen in den Zweigen I und II ermitteln. Die so erhaltene und in Fig. 13 durch die Kurve O C dargestellte Gesamtströmung passiert den unverzweigten Teil des Stromkreises und ruft in demselben einen magnetischen Spannungsabfall O D hervor. Die seitens der erregenden Spule e (Fig. 12) aufzuwendende magnetomotorische Gesamtkraft ergiebt sich dann auf Grund des zuerst behandelten Problems, indem man für jeden Punkt der Ordinatenaxe die entsprechenden Abscissen n' m' und n' m'' addiert, das heisst für jeden Wert der Gesamtströmung die Summe aus der magnetischen Klemmenspannung des verzweigten Teiles und dem magnetischen Spannungsverluste des unverzweigten Teiles bildet. Werden die drei Teile aus Eisen gebildet, so besitzen die drei Kurven O A, O B, O D die in Fig. 13 dargestellte Gestalt, und der behandelte Fall entspricht der gegenwärtig am weitesten verbreiteten Transformatorenkonstruktion. (Fig. 14.)

Verläuft jedoch eine der Kurven, z. B. O B, geradlinig, so kann Fig. 13 als Darstellung jenes Falles aufgefasst werden, wo zu dem aus Eisen gebildeten Teile I ein **Luftnebenschluss** II vorhanden ist. Ein solcher Luftnebenschluss tritt z. B. dann auf, wenn ein ringförmiger Eisenkern **nicht gleichförmig** über seine ganze Länge, sondern einseitig bewickelt ist.

Solange ein Ring von durchaus gleichförmigem Querschnitt über seine ganze Länge gleichförmig bewickelt ist, sind alle Induktionslinien auf das Eisen beschränkt; die Induktion ist in allen Teilen des Ringes dieselbe, und es findet keine **Kraftlinienstreuung** statt.

Wenn jedoch die magnetisierende Spule so angeordnet ist, wie Fig. 15[1]) dies andeutet, so wird die magnetische Strömung nicht in allen Querschnitten des Ringes gleichen Wert be-

[1]) Ewing, Induction in iron and other metals. p. 261. Fig. 131.

sitzen. Manche der Induktionslinien werden zum Teile im Eisen des Ringes, zum Teile in Luft verlaufen, und in der Nähe der magnetisierenden Spule wird die Zahl der Induk-

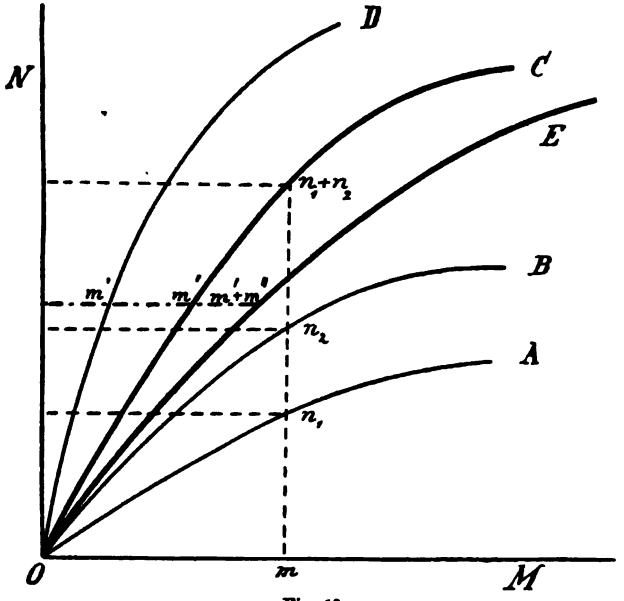


Fig. 13.

tionslinien grösser sein, als auf dem unbewickelten Teile des Ringes. Wir werden später bei Behandlung der Transformatoren den Einfluss des Luftnebenschlusses oder Streufeldes noch genauer studieren müssen. Vorläufig begnügen wir uns mit der Feststellung der Thatsache, dass die Unterschiede der Induktion in den Teilen des ungleichförmig bewickelten Ringes umso kleiner ausfallen, je grösser die Permeabilität des Eisens ist. Wir erkennen daraus sofort, dass mit steigender Sättigung des Eisenkernes die Streuung zunehmen

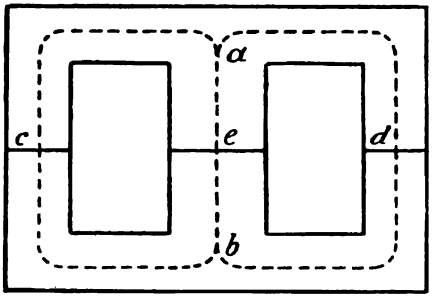


Fig. 14.

muss, weil die Permeabilität des Eisens sich mehr und mehr jener der Luft nähert. Die früher erörterte Formel 2)

$$H = \frac{4\pi}{10} n i$$

für die magnetisierende Kraft einer Spule enthält den Durchmesser der Spulenwindungen nicht und lässt dadurch erkennen, dass die magnetisierende Kraft der Spule, so lange die Zahl n i der Ampère-Windungen pro *cm* Länge konstant bleibt, denselben Wert besitzt, ob nun die Spulenwindungen den Eisenkern dicht umschliessen oder weit von demselben abstehen. Dies ist jedoch nur so lange richtig, als die ganze von der magnetisierenden Kraft hervorgerufene magnetische Strömung auf den Eisenkern beschränkt bleibt. Wenn jedoch in eine Spule von sehr grossem Windungsdurchmesser ein relativ kleiner Eisenkern eingesetzt wird, so werden einzelne Kraftlinien ihren Weg nur teilweise im Eisen, teilweise in Luft vollenden; andere wieder werden vollkommen in Luft verlaufen und die Spulenwindungen umschliessen, ohne den Eisenkern zu berühren. In diesem Falle wird nur ein Teil der gesamten magnetisierenden Kraft der Spule zur Erzeugung der nutzbaren Kraftlinienströmung im Eisenkerne verwendet; ein anderer, allerdings bedeutend kleinerer Teil aber dient zur Hervorrufung des nutzlosen Streufeldes. Daraus geht hervor, dass in dem in Fig. 16 übertrieben dargestellten Falle zur Hervorrufung

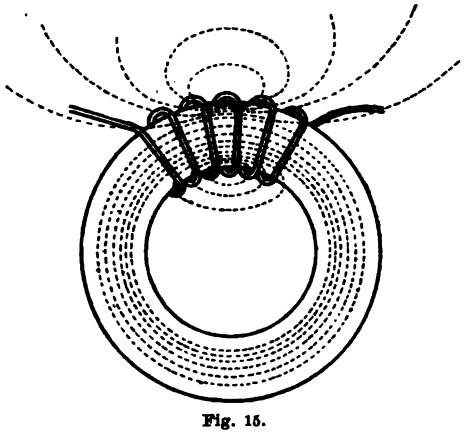


Fig. 15.

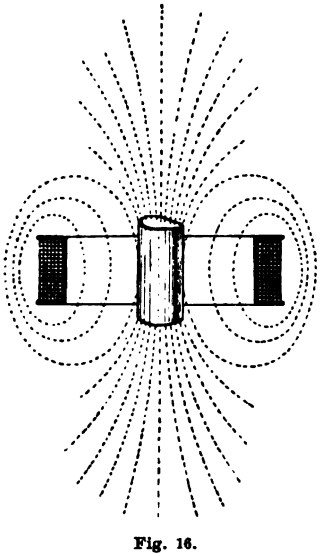


Fig. 16.

der nämlichen nutzbaren Induktion eine etwas grössere magnetisierende Kraft erforderlich ist, als in dem Falle, wo die Spulenwindungen den Eisenkern dicht umschliessen. Man wird deshalb, wo nicht Konstruktionsrücksichten eine andere Anordnung erfordern, zur Vermeidung der Streuung die Spulenwindungen möglichst nahe dem Eisenkerne anordnen. Allzu ängstlich braucht man jedoch in dieser Beziehung nicht zu sein, da bei den meist üblichen Induktionen die Permeabilität des Luftnebenschlusses etwa 1500 bis 2000 mal kleiner ist als jene des Eisens.

Eine ähnliche Erhöhung der magnetisierenden Kraft ist auch dann erforderlich, wenn in einem mit einer Stossfuge versehenen Eisenstücke dieselbe Induktion hervorgerufen werden soll, wie in einem ungetrennten Eisenstücke aus gleichem Materiale. Dieser Fall wurde von Ewing und Low[1]) im Jahre 1888 experimentell untersucht, dann von H. E. J. G. du Bois[2]) theoretisch behandelt und daraufhin von Ewing[3]) einer nochmaligen Untersuchung unterzogen.

Ewing's Experimente wurden an einem zerschnittenen Eisenstücke angestellt, dessen Endflächen nach der Richtplatte vollkommen eben geschabt waren und somit praktisch vollkommen aufeinander passten. Es ergab sich, dass trotz dieses sorgfältigen Zusammenpassens dieselbe magnetisierende Kraft in dem ungeteilten Eisenstücke eine grössere Induktion hervorzurufen vermochte und dass somit die Stossfläche der Einfügung eines Luftraumes von bestimmter Länge in den magnetischen Kreis entsprach.

Die Länge x dieses äquivalenten Luftraumes lässt sich leicht ermitteln, wenn wir von einem eisengeschlossenen magnetischen Kreise von gleichförmigem Querschnitte und der Länge l ausgehen. So lange das Eisen noch ungeteilt ist, vermag die magnetisierende Kraft H in demselben eine Induktion B hervorzurufen; wenn jedoch durch die Stossfläche ein neuer magnetischer Widerstand in den Kreis eingefügt ist, entspricht derselben magnetisierenden Kraft N eine kleinere Induktion B'. Hierbei wird aber die Permeabilität des Eisens in beiden Fällen nicht den gleichen Wert besitzen. Es ist daher im Interesse der einfacheren Endformel für die Länge x die Wirkung der Stossfläche dadurch auszudrücken, dass man die magnetomotorischen Kräfte H und H' ermittelt, welche im ungeteilten

[1]) Ewing u. Low, Phil. Mag., 1888.

[2]) H. E. J. G. du Bois, Bericht über die Verhandlungen des Intern. El. Kongresses zu Frankfurt a. M. vom 7.—12. Septbr. 1891, II. Hälfte, p. 71.

[3]) Ewing, El., London, 29, p. 673, 1892. Ind. in iron. p. 273.

und im geteilten Eisen die nämliche Induktion hervorzurufen vermögen. Die Permeabilität des Eisens von der Länge l sei μ, jene des äquivalenten Luftraumes von der Länge x ist natürlich gleich Eins. Dann gilt für das ungeteilte Eisen die Beziehung

$$H = \frac{B}{\mu} \text{ oder auch } Hl = \frac{Bl}{\mu} \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

und für das geteilte Eisen besteht die Gleichung

$$H'l = \frac{Bl}{\mu} + Bx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

woraus dann folgt

$$x = l\left(\frac{H' - H}{B}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14a)$$

Abnahme der magnetischen Induktion bei gleicher magnetisierender Kraft durch Einfügung einer ebenen Stossfläche in den magnetischen Kreis.

Magnet. Kraft.	Magnetische Induktion. Ohne Stossfuge.	Mit Stossfuge.
H = 4	B = 3950	B′ = 3000
6	6900	5300
8	9250	7400
10	10900	9150
15	13250	12000
20	14300	13500
30	15200	14900

Entnimmt man einer solchen Versuchsreihe die zusammengehörigen Werte von B und H, und B′ und H, so erhält man zwei Kurven I und II (Fig. 17 und 18), aus welchen man leicht die punktierte Kurve III ableiten kann, deren Abscissen für irgend einen Ordinatenwert B durch den horizontalen Abstand der Kurven I und II gegeben sind. Die Kurve III wird also den Zusammenhang zwischen (H′ — H) und B darstellen, und da dieselbe nahezu geradlinig verläuft, so deutet sie an, dass der magnetische Widerstand der Stossfuge nahezu konstant ist; die Länge x des diesem magnetischen Widerstande äquivalenten Luftraumes berechnet sich aus den Werten der vorstehenden Tabelle zu 0·0033 *cm* und aus den Werten der unabhängigen, durch Fig. 18 dargestellten Versuchsreihe zu 0·0036 *cm*. Wenn jedoch die Stossflächen nach der auf der Drehbank vorgenommenen Zerteilung des Versuchsstabes nicht vollkommen eben geschabt wurden, so stieg die Länge des äquivalenten Luftraumes auf 0·005 *cm*. Diese Länge, die durch kräftiges Zusammenpressen der Stossflächen noch verringert

werden kann, erscheint vernachlässigbar. Wenn man aber bedenkt, dass die Permeabilität dieser dünnen Luftschicht nur $= 1$ ist, jene des Eisens aber z. B. $\mu = 2000$ sein kann, so würde in einem solchen Kreise dem äquivalenten Luftraume $x = 0{\cdot}005$ *cm* eine Eisenlänge $2000\ x = 10$ *cm* entsprechen, welche gegenüber der Gesamtlänge l des Kreises nicht vernachlässigbar sein wird.

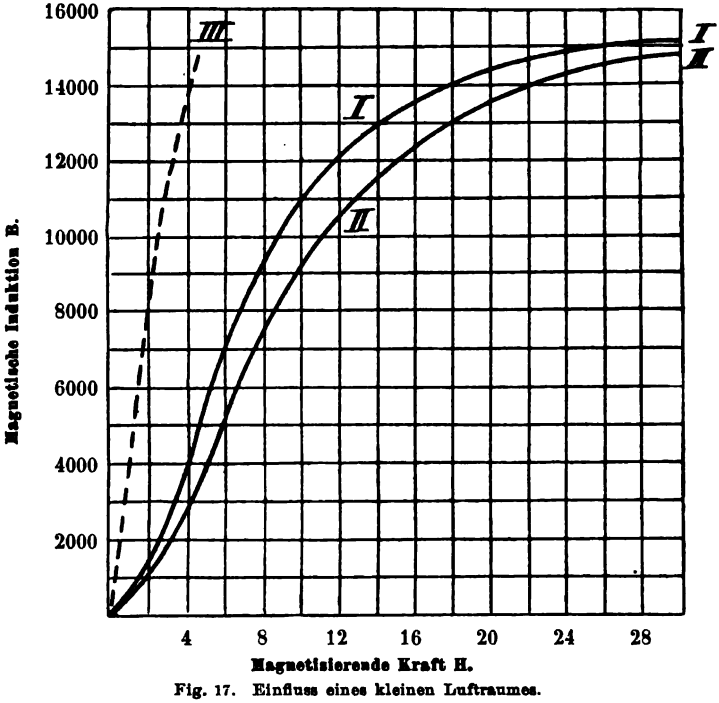


Fig. 17. Einfluss eines kleinen Luftraumes.

I. Zusammenhang zwischen B u. H für das ungeteilte Eisen.
II. „ „ B u. H für das geteilte Eisen.
III. „ „ B u. (H′ — H).

So gering auch die Länge dieser äquivalenten Luftschicht ist, so erscheint es doch, besonders im Falle der durch Schaben abgerichteten Stossflächen, unwahrscheinlich, dass die metallischen Flächen thatsächlich so weit voneinander abstehen sollten. Es erscheint wahrscheinlich, dass der durch die Stossfuge eingeführte magnetische Widerstand teilweise von der Verringerung der Permeabilität rings um die Trennungsfläche und teilweise von dem Einflusse der an der Stossfuge auftretenden magnetischen Pole herrührt.

Da die Länge der äquivalenten Luftschicht für alle Induktionen konstant ist, so kann man zur graphischen Darstellung des Einflusses der Stossfläche ein Verfahren anwenden, welches von Lord Rayleigh eingeführt wurde und welches Ewing bezeichnet als eine Scherung der Bildebene parallel der Abscissenaxe um einen Winkel, dessen Tangente gleich ist $\frac{x}{l}$.

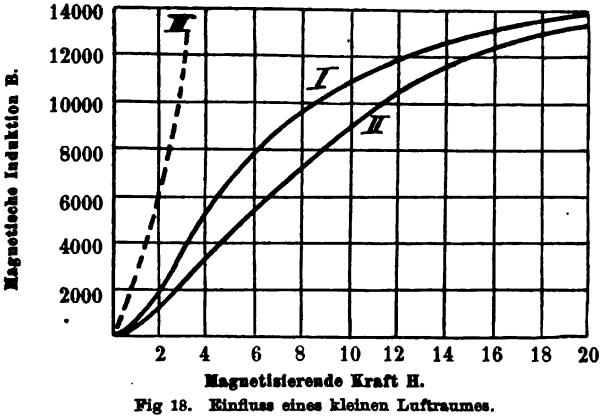


Fig 18. Einfluss eines kleinen Luftraumes.

I. Zusammenhang zwischen B u. H für das ungeteilte Eisen.
II. „ „ B u. H für das geteilte Eisen.
III. „ „ B u. (H′ − H).

Fig. 19 stellt als praktisches Beispiel hierfür den Fall eines weichen Eisenringes dar, dessen magnetische Länge $l = 30\,cm$ ist und welcher in unzerteiltem Zustande die stark ausgezogenen B H-Kurven ergab. Wenn wir aus diesen Kurven die Beziehung zwischen B und H für den Fall ableiten wollen, dass der Ring in zwei sorgfältig zusammengepasste Halbringe zerlegt ist, so haben wir zwei Stossflächen, welche jede einer Luftschicht von $\frac{1}{300}$ *cm* Länge entsprechen. Die zwei Fugen bilden zusammen den $\frac{1}{4500}$ Teil der ganzen Ringlänge; wenn wir also eine Linie O P Q derart ziehen, dass $H = -1$ und $B = 4500$, so stellen die Abstände ihrer Punkte von der Axe der B die entmagnetisierenden Kräfte dar, welche von den Polen der Schnittflächen herrühren. Wir erhalten dann für jeden Wert B des zerteilten Ringes die erforderliche magnetisierende Kraft H′, wenn wir als Abscissen für diesen Punkt B die

parallel der Abscissenaxe gemessenen Abstände der ursprünglichen Kurve von der Linie O P Q verwenden. Die Durchführung dieser Konstruktion ergiebt die in Fig. 19 punktierten B H'-Kurven und lässt erkennen, dass der remanente Magnetismus von dem Werte 9050 auf den Wert 6000 durch die Zerteilung des Ringes vermindert wurde.

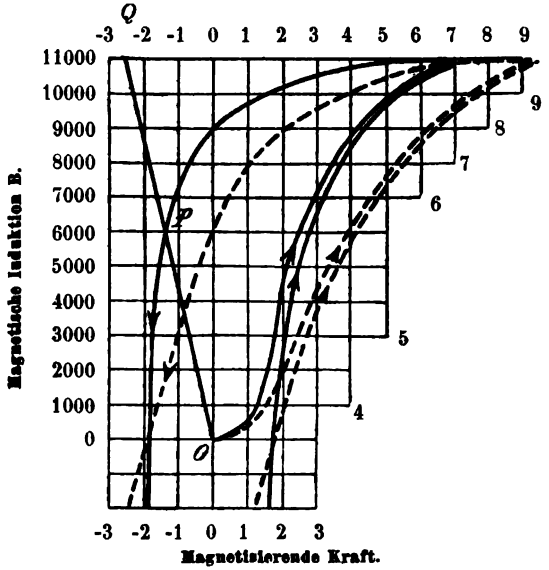


Fig. 19. Einfluss einer Stossfläche.

12. Änderung der Kraftlinienzahl.

So oft in einer Spule die Zahl der die Spulenfläche normal durchsetzenden Kraftlinien sich ändert, entsteht zwischen den Enden der Spulenwindungen eine Spannungsdifferenz und, wenn diese Enden durch einen Widerstand verbunden sind, auch ein Strom. Die Grösse der entstehenden E. M. K. ist in absoluten Einheiten gleich der Änderung der Kraftlinienzahl pro Zeiteinheit, und da die praktische Einheit der E. M. K., das Volt, gleich 10^8 absoluten Einheiten ist, berechnet sich die Grösse der induzierten E. M. K. aus der Zahl N der in t Sekunden zum Entstehen oder Verschwinden gelangten Kraftlinien aus der Beziehung $E = \frac{N}{t} \cdot 10^{-8}$, in welcher E in Volt ausgedrückt ist. Sieht man die Fläche in Richtung der Kraftlinien an, d. h. stellt man sich so, dass die Kraftlinien vom Hinterkopfe

nach dem Auge verlaufen, so umkreist der entstehende Induktionsstrom die Fläche der Spule im Sinne des Uhrzeigers, wenn die gesamte Zahl der Kraftlinien abnahm, und gegen den Sinn des Uhrzeigers, wenn die gesamte Zahl der Kraftlinien zunahm.

Soll der entstehende Induktionsstrom längere Zeit andauern, so muss die Kraftlinienzahl dauernd verändert werden. Und da man eine Veränderung in einer Richtung nur so lange vornehmen kann, bis man zu einem praktisch als zulässig erkannten Maximum gelangt, da man mit anderen Worten die Zahl der Induktionslinien nicht von Null bis zur Unendlichkeit anwachsen lassen kann, so muss man, wenn ein dauernder Strom hervorgerufen werden soll, nach einer längeren oder kürzeren Zeit die weitere Veränderung der Anzahl der Induktionslinien dadurch bewirken, dass man sie in entgegengesetzter Richtung vor sich gehen lässt. Daraus erklärt sich die Thatsache, dass jeder länger andauernde Strom ein Wechselstrom ist und von Hysteresis begleitet wird, sofern das Feld Eisen enthält und nicht ausschliesslich durch Spulen aus unmagnetischem Draht- und Kernmaterial gebildet wird [1]).

Die einfachste Art der Entstehung einer dauernden Veränderung der Zahl der Induktionslinien in einer Fläche ist die Rotation eines Kreisringes in einem homogenen Felde und um eine senkrecht zu den Induktionslinien des Feldes gelegene Axe. Dieser Fall, bei welchem die Zahl der Induktionslinien allmählich bis zu einem Maximalwerte anwächst, dann bis auf Null und auf einen negativen Maximalwert abnimmt, um von da an wieder bis auf Null anzusteigen, wird gewöhnlich den Ableitungen über die Entstehung der E. M. K. in den Gleichstrommaschinen zugrunde gelegt. Der in deren Armatur ursprünglich vorhandene Wechselstrom wird erst nachträglich durch den Kommutator für den äusseren Stromkreis gleichgerichtet. Bei den vorerwähnten Ableitungen pflegt man zuerst eine Kurve zu geben, welche der Veränderung des Feldes entspricht, und aus dieser dann die Kurve desVerlaufes der E. M. K. abzuleiten.

Bei Gleichstrommaschinen giebt man dann nach dem Vorgange Silvanus P. Thompson's [2]) auch eine Reihe von Kurven, welche erkennen lassen, dass der durch den Kommutator gleichgerichtete Strom umso weniger in seiner Stärke schwankt, je

---

[1]) Die sogenannte unipolare Induktion ist hier ausser acht gelassen.

[2]) Silv. P. Thompson, Die dynamoelektr. Maschinen. Deutsch von C. Grawinkel, p. 322.

mehr Kommutatorsegmente vorhanden sind. Bei Wechselstrommaschinen ist natürlich diese Betrachtung hinfällig.

13. Die Kurve des Feldes und der E. M. K.

Jede Kurve giebt uns ein Bild über den Zusammenhang zwischen zwei variablen Grössen; sie lässt uns aus Figur oder Formel erkennen, welchen Wert die eine dieser Grössen annimmt, wenn die andere willkürlich geändert wird. Die Thatsache, dass der Zusammenhang zwischen den zwei Grössen ein ganz bestimmter ist, drückt man in der Sprache der Mathematik dadurch aus, dass man sagt, die eine (abhängig) variable Grösse sei eine Funktion der anderen (unabhängig) variablen Grösse.

So sind die Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers und der von ihm zurückgelegte Weg Funktionen der Zeit, und da die Geschwindigkeit einfach proportional ist der Zeit, so nennt man sie eine lineare Funktion derselben, während der zurückgelegte Weg eine quadratische Funktion der Zeit ist.

Ist der Zusammenhang zweier Grössen, von denen die Zeit die unabhängig Variable ist, ein derartiger, dass nach dem Ablaufe gewisser Zeitperioden die abhängig Variable stets gleiche Werte annimmt, so nennt man die Funktion eine periodische.

Solche periodische Bewegungen sind z. B. die Bewegungen der Himmelskörper und der Wasserteilchen auf dem Meeresspiegel. Dieser letzteren Bewegung insbesondere, welche durch ein Auf- und Abwärtsgleiten der Teilchen den Eindruck hervorrufen wird, als fände eine seitliche Verschiebung statt, hat man den Namen einer Wellenbewegung gegeben.

Aber auch in der Technik haben wir eine häufig vorkommende einfache Form der periodischen Bewegung, jene nämlich, welche der Kreuzkopf a besitzt, wenn die gleichförmig rotierende Bewegung einer Kurbel b c in eine hin und her gehende umgesetzt werden soll. (Fig. 20.)

Lässt man einen mit dem Ende a verbundenen Schreibstift s auf eine gleichmässig in Richtung des auf Fig. 20 angedeuteten Pfeiles rotierende, mit Papier bespannte Trommel schreiben, so erhält man eine Kurve von der in Fig. 21 dargestellten Form.

Lässt man zunächst die Kurbel feststehen und dreht die Trommel einmal, so beschreibt der Stift auf der Trommel einen vollkommenen Kreis x x, der auf dem aufgerollten Papierstreifen die Gerade x a b c d f x ergiebt (Fig. 21). Lässt man umgekehrt die Trommel feststehen und die Kurbel eine Umdrehung machen,

so beschreibt der Schreibstift auf dem Papier der Trommel eine Gerade, deren gesamte Länge der Summe der Amplituden $b\,b_1 + d\,d_1$ in Fig. 21 entspricht. Lässt man aber die Trommel so rotieren, dass sie gerade eine Umdrehung macht, wenn der

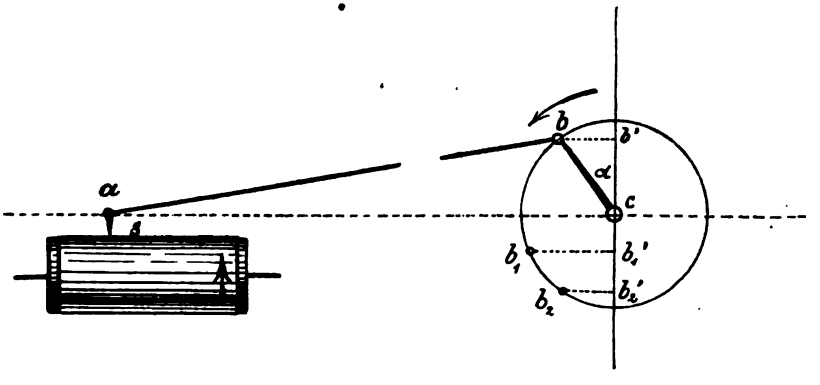


Fig. 20.

Kurbelzapfen b einmal den Kurbelkreis durchlaufen hat, dann entsteht die Wellenlinie $a\,b_1\;c\,d_1\;e\,f_1$ der Fig. 21.

Da sowohl die Trommel als auch die Kurbel sich vollkommen gleichmässig bewegen, so muss die Kurve eine vollkommen symmetrische werden. Steht der Kurbelwarzenpunkt in a_1

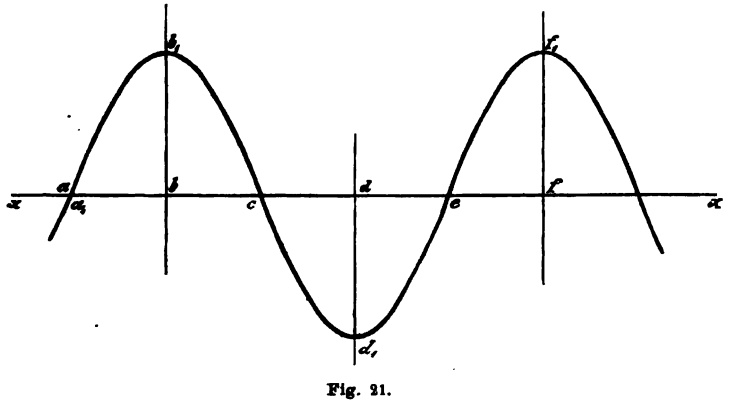


Fig. 21.

und die Trommel in einer beliebigen Anfangsstellung a, so macht der Schreibstift einen Punkt a_1, der dem Kreise x x angehört, also in Fig. 21 mit a zusammenfallen muss. Während die Kurbel ein der Wegstrecke a b entsprechendes Wegstück zurücklegt, gleitet der

Schreibstift allmählich nach b_1; da sich aber die Trommel in der Zwischenzeit allmählich bis b bewegt hat, so beschreibt der Stift das Kurvenstück $a_1 b_1$. Von hier an würde der Schreibstift langsam von b_1 nach b zurückgleiten, wenn die Trommel feststände; da aber in der Zwischenzeit die Trommel auch um $^1/_4$ ihres Umfanges weiter geschritten ist, ergiebt sich das Kurvenstück $b_1 c$. Der Rest der Kurve, welcher der weiteren halben Umdrehung der Kurbel und Trommel entspricht, muss natürlich in Fig. 21 sich genau symmetrisch und entgegengesetzt gerichtet repräsentieren.

Untersucht man die oben betrachtete Kurve genauer, so erkennt man, dass die irgend einer bestimmten Kurbelstellung

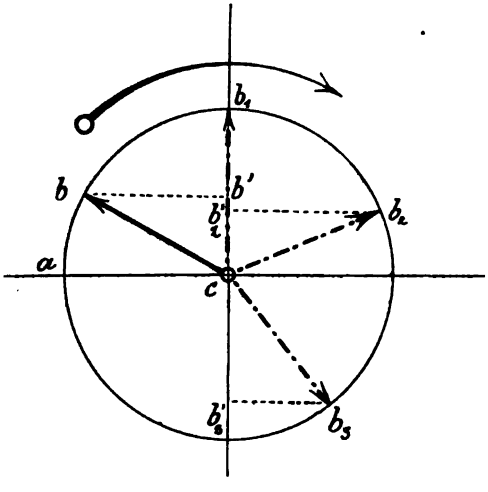


Fig. 22.

entsprechende Entfernung des Schreibstiftes von dem Kreise x x gleich der Entfernung des Kurbelzapfens von der Linie b c (Fig. 20) ist, also auch proportional dem Sinus des Winkels α ist, den die Kurbel mit ihrer Anfangslage einschliesst.

Man erhält also stets eine Sinuslinie, das ist eine Kurve von der in Fig. 21 dargestellten Form, wenn man eine Gerade c b um ihren einen Endpunkt c rotieren lässt und nun in ein rechtwinkliges Koordinatensystem auf der Abscissenaxe den Umfang des Kreises b, b_1, b_2, b_3... in beliebigem Massstabe, auf der zugehörigen Ordinatenaxe die Werte $\overline{a\,c}$, $\overline{b\,b'}$, 0, $\overline{b_2\,b'_2}$, $\overline{b_3\,b'_3}$ .. der zugehörigen Projektionen aufträgt (Fig. 22). Und

es kann und soll im Folgenden eine Sinuslinie einfach angedeutet werden durch die ihrem Maximalwerte entsprechende Gerade c b und den über derselben schwebenden Rotationspfeil.

Es giebt noch eine andere Art der elementaren Darstellung der Sinuslinie, bei welcher eigentliche Polarkoordinaten zur Anwendung gelangen.

Auf diese Polardiagramme, welche sich in der Dampfmaschinentechnik bei den Zeuner'schen Schieberdiagrammen seit langen Jahren eingebürgert haben und welche zur Behandlung elektrischer Probleme von C. Steinmetz [1]) und A. Blondel [2]) verwendet wurden, werden wir erst später zurückkommen.

Wir müssen uns nun näher mit den Eigenschaften der Sinuslinien befassen. Die verschiedenen Erhebungen der Kurve über der horizontalen Axe der Zeiten nennt man die Phasen der Kurve; die Zeit bis zur Vollendung einer ganzen Schwingung [3]) (oder einer ganzen Umdrehung der Linie b c in Fig. 22) heisst eine Periode T, die Zeit zwischen zwei Amplituden oder zwei in entgegengesetztem Sinne erfolgenden Durchgängen durch Null, überhaupt zwischen zwei entgegengesetzt gerichteten gleichen Phasen, heisst die Dauer eines Stromwechsels oder Polwechsels.

Jeder Periode entsprechen also zwei Polwechsel, und da die Polwechselzahl 2 p umso grösser sein muss, je kleiner die Periode ist, so muss die Gleichung bestehen

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{p}, \text{ oder } p = \frac{2}{T}. \quad \ldots \quad 15)$$

Die Sinuslinie ist die einfachste aller harmonischen Funktionen; sie lässt sich mathematisch am leichtesten behandeln, und seitdem Joubert in seiner grundlegenden Arbeit über die Theorie der Wechselströme an Hand experimenteller Untersuchungen einer Siemens'schen Wechselstrommaschine nachgewiesen hatte, dass die periodische Kurve der E. M. K, sich genügend genau einer Sinuslinie anschliesst, ist diese Annahme fast allen Abhandlungen über Wechselströme zugrunde gelegt worden, obgleich sie in vielen Fällen nicht zutreffend ist.

---

[1]) C. Steinmetz, El. Zeitschr. 1890, p. 185, und 1891, p. 394.

[2]) A. Blondel, Lum. El. 45, 1892, p. 351.

[3]) Das heisst die Zeit zwischen zwei im gleichen Sinne erfolgenden Durchgängen durch Null oder zwischen zwei gleichgerichteten und gleichen Phasen.

Wir wissen, dass die Änderung der Kraftlinienzahl pro Zeiteinheit gleich ist der E. M. K. Nehmen wir nun für einen Augenblick an, die zeitliche Änderung der Kraftlinienzahl oder des magnetischen Feldes werde durch die Kurve K dargestellt, deren Abscissen die Zeiten t, deren Ordinaten die Zahl der zu den entsprechenden Zeitpunkten vorhandenen Kraftlinien N sind. Wir erhalten dann ein Bild über die Änderung der Kraftlinienzahl, wenn wir die Änderung in der Neigung der Kurven ermitteln. Wir können dies, indem wir ein äusserst kleines Stück $N_2 N_1$ der Kurve als geradlinig betrachten, durch dasselbe eine Sekante $N_2 N_1$ ziehen und nun das Verhältnis $\frac{N_2 t_2 - N_1 t_1}{O t_2 - O t_1}$ betrachten. Dieses Verhältnis ist aber auch $\frac{N_2 a}{N_1 a} = \operatorname{tg} \alpha$, d. h. gleich der trigonometrischen Tangente des Neigungswinkels α der Sekante in $N_2 N_1$, welche für zwei unendlich nahe zusammenliegende Punkte in eine Tangente zu Kurve K übergeht.

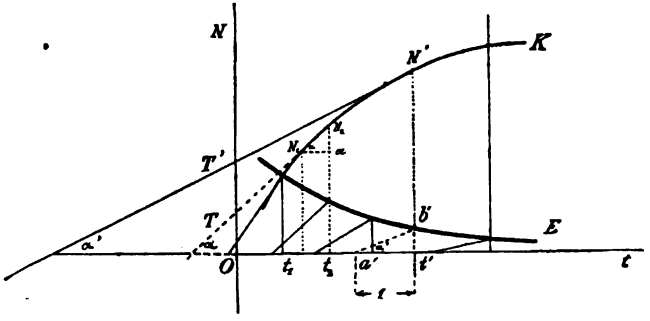


Fig. 23.

Wir können also, indem wir für jeden Punkt der Kurve K die Änderung der Kraftlinienzahl und den Wert tg α ermitteln (also die Tangente ziehen) und diese Änderung als Ordinate zu dem betrachteten Abscissenwerte auftragen, eine neue Kurve E erhalten, welche uns direkt die Kurve der E. M. K. darstellt. Wir verfahren dabei folgendermassen:

Da für den beliebigen Punkt t' die Änderung der Ordinate gegeben ist durch die trigonometrische Tangente des Neigungswinkels α' der in dem zugehörigen Kurvenpunkte N' gezogenen geometrischen Tangente T', so ziehen wir zunächst im Punkte N' diese Tangente T' zur Kurve K. Wenn wir dann von t' nach O hin (Fig. 23) die Strecke t' a' gleich einer willkürlich gewählten

Einheit auftragen und durch den Punkt a′ die Parallele a′ b′ zur Tangente T′ N′ ziehen, so wird der Schnittpunkt b′ dieser Parallelen mit der Ordinate t′ N′ ein Punkt der Kurve der E. M. K. sein. Denn es ist

$$\frac{\text{die Änderung der Kraftlinien}}{\text{die zugehörige Zeit}} = \text{tg } \alpha' = \overline{b't'}.$$

Wenn wir in ähnlicher Weise mit allen Punkten der Kurve K verfahren, so erhalten wir die Kurve E, welche man als die abgeleitete Kurve bezeichnet.

Erfolgt die Änderung von N nach einer Sinuslinie, und führt man die oben beschriebene Konstruktion durch, so erkennt man (Fig. 24), dass auch die abgeleitete Kurve E die Form einer Sinuslinie besitzt, deren Maximum dort ist, wo die ursprüngliche Kurve N durch Null passiert, und welche überhaupt gleiche

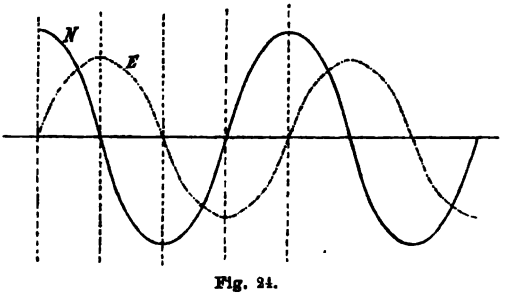


Fig. 24.

Phasen um eine Viertelperiode später erreicht als die Kurve des magnetischen Feldes. Man erhält mit anderen Worten zwei Sinuskurven, welche um eine Viertelperiode oder, wenn man sich die Sinuslinien nur nach Art der Fig. 20 und 22 durch ihre Maximalwerte als gerade Linien nach Grösse und Richtung dargestellt denkt, um 90° verschoben sind. Diese Ausdrucksweise entspricht vollkommen dem Aussehen der Kurven, von denen man sich die eine aus der anderen durch eine parallel zur Axe der Zeiten vorgenommene Verschiebung und nachherige Änderung des Ordinatenmassstabes entstanden denken kann[1]).

[1]) Das Aussehen der abgeleiteten Kurve kann noch nicht als entscheidend dafür angesehen werden, dass dieselbe wirklich auch eine Sinuslinie ist. Eine einfache Überlegung, bei welcher man der höheren Mathematik vollkommen entraten kann, zeigt dies jedoch. Die sämtlichen Punkte einer Sinuslinie lassen sich erhalten, wenn man für einen beliebigen Abstand vom Anfangspunkte den Ordinatenwert y gleich macht dem Produkte aus

Wir werden später Gelegenheit haben, auf diese Verhältnisse genauer einzugehen.

Die Grundgesetze der Induktion lassen sich demnach in folgenden Sätzen noch einmal zusammenfassen:

Sobald in einer Spule die Zahl der die Windungsfläche durchsetzenden Kraftlinien sich ändert, entsteht an den Enden der Spule eine E. M. K., welche der Geschwindigkeit dieser Änderung proportional ist. Spannung und Kraftlinienzahl sind also der Grösse nach miteinander verbunden; sobald irgendwo eine E. M. K. auftritt, ist stets auch jene Zahl von Kraftlinien vorhanden, welche der E. M. K. entspricht, welche, wie man sagen könnte, ihr das Gleichgewicht hält, oder, wie M. v. Dolivo-Dobrowolsky sich ausdrückt, jede E. M. K. wird durch eine entsprechende Zahl von Kraftlinien abbalanciert. Dabei ist es ganz gleichgültig, ob diese E. M. K. an den Enden der Spule durch Anschluss der letzteren an eine Wechselspannung, durch eine Bewegung der Spule im magnetischen Felde oder durch den in der Spule selbst zirkulierenden Wechselstrom hervorgerufen wird.

In dem ersten wichtigen Satze ist der zweite, zur einfachen Behandlung der Wechselstromprobleme bemerkenswerte Satz bereits enthalten. Da die E. M. K. der Geschwindigkeit der Änderung der Kraftlinienzahl entspricht, wird sie durch die aus der Kurve des zeitlichen Verlaufes des Feldes abgeleitete Kurve

---

der Amplitude A und dem Sinus des entsprechenden Winkels α, wobei für $^1/_4$ Periode $\alpha = \frac{\pi}{2}$, für $^1/_2$ Periode $\alpha = \pi$, für $^3/_4$ Periode $\alpha = 3\,\frac{\pi}{2}$ und für eine ganze Periode $\alpha = 2\,\pi$ wird. Die Gleichung der Sinuslinie ist also $y = A \cdot \sin \alpha$.

Wenn wir die Gleichung der abgeleiteten Kurve erhalten wollen, so verfahren wir gerade wie bei der graphischen Methode. Wir nehmen die Differenz zweier benachbarten Ordinaten y_1 und y, welche um ein sehr kleines Stück x voneinander entfernt sind; dies entspricht der Sekante in Fig. 23. Wenn wir dann das Verhältnis der Differenz dieser zwei Werte zu x für den Fall auswerten, dass x immer kleiner wird, geht die Sekante in die Tangente über, und wir erhalten die Gleichung der abgeleiteten Kurve. Nun ist $\frac{y_1 - y}{x} = A\,\frac{\sin(\alpha + x) - \sin \alpha}{x}$, aber $\sin(\alpha + x) = \sin\alpha \cos x + \cos\alpha \sin x$. Wenn nun x immer kleiner wird, so wird $\cos x$ immer mehr $= 1$ und $\sin x$ immer mehr $= x$. Es wird also der Grenzwert des Ausdruckes

$$\frac{y_1 - y}{x} = A\,\frac{\sin\alpha + x\cos\alpha - \sin\alpha}{x} = A \cdot \cos\alpha = A \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$$

Damit ist erwiesen, dass die abgeleitete Kurve eine um $\frac{\pi}{2} = 90^0$ gegen die ursprüngliche Sinuslinie verschobene zweite Sinuslinie ist.

dargestellt, und wenn die Variationen der Feldstärke sinusförmig erfolgen, ist auch die Kurve der E. M. K. eine um 90° oder $^1/_4$ Periode gegen die Kurve des Feldes verschobene Sinuslinie. Diese Verschiebung erfolgt im Sinne der Voreilung oder Verzögerung, je nachdem wir uns die E. M. K. als Ursache oder als Folge des Feldes denken.

E. M. K. und Kraftlinienzahl sind also der Phase und der Form der Kurve nach fest aneinander gekuppelt und untrennbar voneinander, so lange man nicht durch eine besondere Anordnung des Stromkreises das Auftreten eines magnetischen Feldes überhaupt verhindert.

Eine solche Anordnung ist die bifilare Wickelung der Spulenwindungen, welche darin besteht, dass zwei Drähte gleichzeitig möglichst symmetrisch aufgewickelt und derart verbunden werden, dass ihre beiden Enden die Mitte der Spulenwindungen werden und dass ihre beiden Anfänge an die Stromzuführung und -Ableitung angeschlossen sind. Es werden dann zwei benachbarte Drähte stets Ströme von genau gleicher Stärke und entgegengesetzter Richtung führen, und diesen Strömen werden in jedem Momente magnetische Felder von genau gleicher Zahl und entgegengesetzter Richtung der Kraftlinien entprechen, so dass die Gesamtwirkung dieser sich neutralisierenden Felder dieselbe ist, als ob überhaupt kein magnetisches Feld entstände. Die ganze Wirkung eines in einem bifilaren Drahte zirkulierenden Stromes wird also in einer Erwärmung des Stromkreises nach dem Joule'schen Gesetze bestehen, gleichgültig, ob die den Strom hervorrufende E. M. K. unveränderliche Grösse besitzt oder periodischen Schwankungen unterworfen ist.

Zweites Kapitel.

Selbstinduktion und Kapazität im Wechselstromkreise.

1. Der verzögernde Widerstand oder die Impedanz.

Unterwerfen wir einen bifilar gewickelten, aus unmagnetischem Materiale hergestellten Widerstand der Einwirkung einer sinusförmig verlaufenden E. M. K., so wird der in diesem Drahte entstehende Strom in jedem Momente dem Ohm'schen Gesetze entsprechen und somit ebenfalls sinusförmig seine Stärke ändern. Die Änderungen des Stromes werden zudem genau gleichphasig mit jenen der Spannung erfolgen. Diese Änderungen der Stromstärke werden naturgemäss magnetische Felder von fortwährend wechselnder Richtung erzeugen, deren Rückwirkungen auf den Widerstand sich jedoch der bifilaren Anordnung wegen gegenseitig aufheben.

Wickeln wir jedoch denselben bisher bifilaren Draht zu einem Solenoide, so werden die Änderungen des das Solenoid umkreisenden Stromes ein magnetisches Feld hervorrufen, dessen Stärke sich ebenfalls sinusförmig und gleichzeitig mit jener des Stromes im Solenoide ändert. Die Linien dieses Feldes werden ein System anschwellender und abnehmender Kreisringe darstellen, welche kettengliederartig mit den Drahtwindungen des Solenoides verschlungen sind, und den in der Fläche dieser Windungen periodisch erfolgenden Änderungen der Zahl der Induktionslinien entspricht eine E. M. K., welche nach den früheren Entwickelungen gleichfalls sinusförmigen Verlauf aufweisen und zeitlich um eine Viertelperiode gegen das magnetische Feld, also auch gegen den dasselbe erzeugenden Strom, verschoben sein wird. Da der Strom zuerst vorhanden war, wird die seinen Änderungen proportionale E. M. K., welche man, da sie von induktiven Rückwirkungen des stromdurchflossenen Solenoides auf sich selbst herrührt, die E.M.K. der Selbstinduktion nennt, um eine Viertelperiode hinter dem Strome zurückbleiben.

Wenn wir später dazu übergehen wollen, die E. M. K. zu ermitteln, welche erforderlich ist, um in einem mit Widerstand und Selbstinduktion behafteten Stromkreise einen Strom von bestimmter Stärke hervorzurufen, so müssen wir zunächst Klarheit darüber besitzen, ob die Selbstinduktion das Zustandekommen des Stromes begünstigt oder erschwert.

Betrachten wir zu diesem Behufe eine Spule, in welcher bisher ein Strom im Sinne des Uhrzeigers floss, der plötzlich oder allmählich zum Verschwinden gebracht wird. Es verschwindet dann auch das diesem Strome entsprechende magnetische Feld, und da dem Verschwinden von Kraftlinien eine im Sinne des Uhrzeigers wirkende E. M. K. entspricht, so erkennen wir, dass diese E. M. K. der Selbstinduktion den ursprünglichen Zustand aufrecht zu erhalten strebt.

Ruft man nun wieder den Strom im Sinne des Uhrzeigers hervor, so drängen sich plötzlich viele Kraftlinien in die Windungsfläche der Spule; der zunehmenden Zahl der Kraftlinien entspricht eine entgegengesetzt der Uhrzeigerbewegung wirkende E. M. K., welche dem entstehenden Strome entgegenwirkt und somit gleichfalls den bestehenden Zustand der Stromlosigkeit aufrecht zu erhalten strebt.

Wenn also in einem Stromkreise, der mit Widerstand und Selbstinduktion behaftet ist, ein Strom entstehen soll, so muss die resultierende, also wirklich aufzuwendende E. M. K. genügen, um den vom Strome in dem Widerstande hervorgerufenen Spannungsverlust und die E. M. K. der Selbstinduktion zu überwinden. Die eine Komponente der resultierenden E. M. K. wird also entgegengesetzt der E. M. K. der Selbstinduktion gerichtet sein.

Wir haben im Vorhergehenden gesehen, dass eine Sinuslinie auch dargestellt werden kann durch eine Gerade A B, deren Länge in passendem Massstabe der Amplitude der Sinuslinie entspricht und welche um ihren einen Endpunkt rotierend gedacht wird. Der andere Endpunkt beschreibt dann einen Kreis, und die Projektionen desselben auf irgend eine feststehende Axe ergeben dann in der früher ausführlich geschilderten Weise die Sinuslinie mit der Amplitude A B.

Wir können diesen Fall nun leicht erweitern. Es ist ohne viel mathematische Überlegung klar, dass, wenn zwei solcher Grössen, z. B. zwei in demselben Stromkreise wirkende E. M. K., zwar verschiedene Maximalwerte und verschiedene Phasen, aber gleiche Perioden besitzen, jede dieser Grössen durch eine Gerade dargestellt

werden kann, deren einen Endpunkt man sich als Mittelpunkt der Rotation, deren anderen Endpunkt man sich auf eine feststehende Gerade projiziert denkt. Nur müssen die Geschwindigkeit, mit welcher man sich die Linien des Diagrammes rotierend denkt, und der Winkel, welchen die beiden Geraden im Diagramme einschliessen, von entsprechender Grösse sein.

Über die Geschwindigkeit, mit welcher die Linien des Diagrammes rotieren, kann man sich leicht auf Grund folgender Überlegung klar werden. Der zu projizierende Endpunkt jeder Linie des Diagrammes muss offenbar nach Ablauf einer Periode T seine Anfangsstellung wieder eingenommen, also den Kreisumfang einmal durchlaufen haben; derselbe hat also, wenn z. B. A die Länge der Linie ist, in der Zeit T den Weg $2\pi A$ zurückgelegt, und seine Winkelgeschwindigkeit ist somit

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Besteht zwischen den beiden Sinuslinien, welche im Diagramme dargestellt werden sollen, ein Phasenunterschied von $\frac{\pi}{n}$, so müssen die Geraden des Diagrammes ebenfalls einen im Bogenmasse gemessenen Winkel von $\frac{\pi}{n}$ einschliessen. Ist z. B., wie bei der Sinuslinie der E. M. K. der Selbstinduktion und jener des Stromes, dem dieselbe entspricht, die Phasenverschiebung $\frac{\pi}{2}$ = einer Viertelperiode, so werden diese Sinuslinien im Diagramme dargestellt sein durch zwei senkrecht aufeinander stehende Gerade, denn es ist der im Bogenmasse gemessene Winkel $= \frac{\pi}{2} = 90^0$.

Die Darstellungsweise periodisch wechselnder Grössen lässt sich zu einem Theoreme ausdehnen, welches dem Theoreme vom Dreiecke oder dem Polygone der Richtungsgrössen entspricht und sich wie folgt ausdrücken lässt[1]):

Wenn die Geraden A B, B C, C D . . . . S T (Fig. 25) die Maximalwerte verschiedener E. M. K. oder Ströme darstellen und in Bezug auf ihre Richtung so auf dem Zeichenblatte niedergelegt sind, dass ihre Projektionen auf eine feststehende gerade Linie

---

[1]) Th. H. Blakesley, die elektrischen Wechselströme. Deutsch von C. P. Feldmann, p. 3.

in irgend einem Zeitpunkte die momentanen Werte dieser E. M. K. darstellen, dann ist die Resultierende der E. M. K. oder Ströme in jenem Zeitpunkte durch die Schlusslinie A T nach Grösse und Richtung dargestellt.

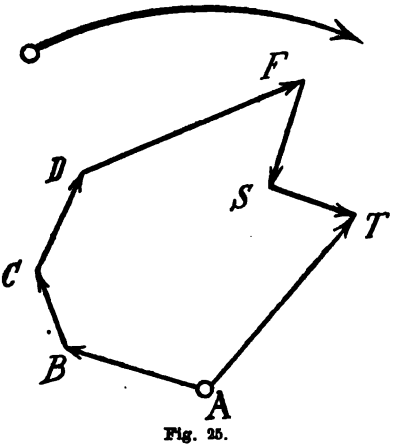


Fig. 25.
Polygon der Richtungsgrössen.

Haben wir in einem bestimmten Falle alle in Betracht kommenden E. M. K., also z. B. auch jene der Selbstinduktion, beachtet, dann wird offenbar diejenige Gerade, welche den resultierenden Spannungsverlust darstellt, der Phase nach in jedem Momente mit dem Strome zusammenfallen. Und wenn wir durch Ausmessung oder Rechnung den Wert dieser Resultierenden in Volt bestimmen, so ergiebt die Division mit dem Widerstande in Ohm den Maximalwert jenes Stromes in Ampère, welcher dem Zusammenwirken aller dieser E. M. K. entspricht.

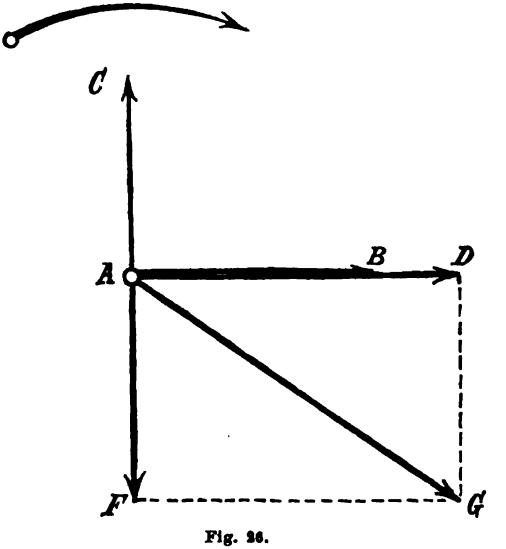


Fig. 26.
Diagramm eines Induktionswiderstandes.

Nun haben wir bereits mehrfach erwähnt, dass die E. M. K. der Selbstinduktion um $\frac{\pi}{2} = 90^0$ gegen den sie hervorrufenden Strom verzögert ist. Wenn also A B (Fig. 26) nach Grösse und Richtung den Strom in einem mit Selbstinduktion behafteten Stromkreise darstellt und die Rotation im Sinne der Uhrzeigerbewegung um A erfolgt, so wird eine in A auf A B senk-

recht stehende Gerade A C gleiche Phasen um $\frac{\pi}{2} = 90^0$ später erreichen, als die Gerade A B. Es kann also A C, im Massstabe der Volt gemessen, die E. M. K. der Selbstinduktion und somit A F = — A C die dieser E. M. K. das Gleichgewicht haltende E. M. K. E_s darstellen.

Sobald wir im folgenden Diagramme periodisch veränderliche Grössen entwerfen, bei welchen die periodisch veränderliche Grösse durch eine ihrem Maximalwerte entsprechende Linie dargestellt wird, werden wir die zur Darstellung der Momentanwerte erforderliche Rotation dieser Linie um ihren einen Endpunkt durch Anbringung eines Kreises an diesem Endpunkte und eines gebogenen Pfeiles über dem Diagramme andeutungsweise in Erinnerung bringen. Ausserdem sollen alle in den Diagrammen vorkommenden Richtungsgrössen oder Vektoren, also z. B. die Ströme und Spannungen, durch Richtungspfeile gekennzeichnet werden und soll jede Linie, welche eine doppelte Bedeutung hat, also z. B. im Massstabe der Volt die Spannung und im Massstabe der Ampère den Strom in einem Teile des Stromkreises darstellt, als Doppellinie dargestellt werden.

Wir werden schon auf den nächsten Seiten Figuren begegnen, bei welchen Rotationspfeil und Richtungspfeile fehlen. Solche Figuren stellen eben geometrische Beziehungen zwischen Scalargrössen, z. B. zwischen Widerständen und ähnlichen physikalischen Grössen, dar, welche zwar einen bestimmten Zahlenwert, aber keine Richtung besitzen.

Die E. M. K. der Selbstinduktion ist, genau wie jede andere E. M. K. auch, gemessen durch die Änderung der Kraftlinienzahl pro Zeiteinheit, und da diese Änderung durch den Strom hervorgerufen wird, muss die E. M. K. der Selbstinduktion um so grösser sein, je grösser die von der Einheit der Stromstärke hervorgerufene Zahl von Kraftlinien ist. Man hat diesen Quotienten den Selbstinduktionskoëffizienten des Stromkreises genannt und zudem in fast allen theoretischen Abhandlungen denselben mit grösserem oder geringerem Rechte als konstant betrachtet, hat also angenommen, dass seine Grösse bei verschiedenen Beanspruchungen eines Wechselstromapparates unveränderlich sei. Doch wird es nur bei den theoretischen Ableitungen nötig sein, auf diesen Koëffizienten zurückzugreifen; wo es eben angeht, wollen wir lieber direkt von Induktionslinien sprechen. Hier sollen nur noch zwei Punkte hervorgehoben werden.

1. Will man den Selbstinduktionskoëffizienten ausdrücken, so darf man nicht vergessen, dass die absolute Einheit der Stromstärke 10 mal grösser ist als das Ampère.

2. Die Dimension des Selbstinduktionskoëffizienten ergiebt sich aus seiner Definition; da man 10^9 *cm* erhält, wenn man die einem Volt ($10^8 c^{1/2} g^{1/2} s^{-2}$) entsprechende Kraftlinienzahl ($10^8 c^{1/2} g^{1/2} s^{-1}$) durch ein Ampère ($10^{-1} c^{1/2} g^{1/2} s^{-1}$) dividiert, so muss die Grösse 10^9 *cm* oder der Erdquadrant die praktische, das Centimeter die absolute Einheit des Selbstinduktionskoëffizienten sein. Der Elektriker-Kongress zu Chicago hat in neuester Zeit zu Ehren Joseph Henry's, der nahezu gleichzeitig mit Faraday und unabhängig von demselben die Grundgesetze der Induktion auffand, der Einheit des Selbstinduktionskoëffizienten (10^9 *cm*) den Namen Henry verliehen.

Die Grösse der Linie A C im Diagramme Figur 26 ergiebt sich nach den obenstehenden Entwickelungen wie folgt:

Wenn der Selbstinduktionskoëffizient des betrachteten Stromkreises, d. h. die dem Strome 1 entsprechende Kraftlinienströmung, mit L bezeichnet wird, so ist die gesamte Zahl der dem Strome J entsprechenden Linien $N = J \cdot L$. Diese N Linien verschwinden oder entstehen mit einer Geschwindigkeit, welche der Winkelgeschwindigkeit der Linien im Diagramme 26 entspricht. Es ist also die Grösse der E. M. K. der Selbstinduktion

$$E'_S = \omega N = \omega L J = \overline{AC} \text{ (Fig. 26) . . . 2)}$$

und somit die Grösse der E'_S das Gleichgewicht haltenden E. M. K. $E_S = -AC = AF$.

Zur Überwindung des Widerstandes R, welchen der gesamte Stromkreis dem Durchgange des Stromes entgegensetzt, ist eine E. M. K. E_N erforderlich, deren Grösse sich aus dem Ohm'schen Gesetze ergiebt.

$$E_N = J \cdot R.$$

Diese E. M. K., welche je nach der Bestimmung des Apparates als nutzbare E. M. K. oder als Spannungsverlust aufgefasst werden muss, ist mit dem Strome in gleicher Phase und kann somit im Diagramme durch eine Länge $\overline{AD}$ dargestellt werden, welche so auf der Linie $\overline{AB}$ oder deren Verlängerung abgeschnitten ist, dass

$$\overline{AD} = R \times \overline{AB}.$$

Die Resultierende $\overline{AG}$ des Diagrammes 26 giebt dann den Maximalwert der resultierenden E. M. K. oder jener E. M. Ge-

samtkraft, welche erforderlich ist, um entgegen den Wirkungen des Widerstandes und der Selbstinduktion in dem Stromkreise vom Widerstande R und Selbstinduktionskoëffizienten L den Strom J hervorzurufen.

Die Grösse dieser E. M. Gesamtkraft ergiebt sich aus dem Diagramme wie folgt:

$$E_G = \overline{AG^2} = \sqrt{\overline{AD^2} + \overline{AF^2}}$$

$$E_G = \sqrt{E_N^2 + E_S^2} = \sqrt{J^2R^2 + J^2L^2\omega^2}$$

$$= J\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

oder

$$J = \frac{E_G}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3a)$$

In dieser Form der Gleichung 3 erkennt man sofort die Analogie mit dem Ohm'schen Gesetze:

Der Strom ergiebt sich, wenn man die E. M. Gesamtkraft durch die Wurzelgrösse dividiert, welche die Dimension eines Widerstandes hat.

Die älteste Definition[1]) des Widerstandes ist die von Ohm gegebene, wonach derselbe als das Verhältnis der an den Enden des Leiters aufgewendeten E. M. K. zu dem im Leiter entstehenden Strome definiert wird. Doch giebt auch das Joule'sche Gesetz eine weitere Definition derselben physikalischen Grösse, wonach der Widerstand gleich ist dem Verhältnisse der pro Sekunde in dem Leiter in Wärme umgesetzten Energie zu dem Quadrate des den Leiter durchfliessenden Stromes.

Im Falle eines nicht umkehrbaren Prozesses stimmen die beiden Definitionen überein; aber im Falle chemischer Wirkung, thermoelektrischer Effekte und wechselnder magnetischer Induktion wird nicht alle Energie in unumkehrbaren Prozessen verloren, sondern ein Teil der Energie aufgespeichert, und in diesem Falle stimmen die beiden Definitionen nicht überein.

Bei Wechselströmen ergiebt die zweite Definition den Widerstand, die erste Definition aber die Wurzelgrösse der Gleichung 3.

Diese Wurzelgrösse, deren erstes Glied ein Widerstand ist und deren zweites Glied genau die Dimensionen (10^9 c s $^{-1}$) der praktischen Widerstandseinheit hat, ist vielfach als scheinbarer Widerstand oder virtueller Widerstand bezeichnet worden. Allerdings bringt das zweite Glied eine scheinbare Widerstandszunahme und damit eine thatsächliche Stromabnahme

---

[1]) Oliver J. Lodge, Modern Views of Electricity, Sec. Edition, p. 456.

mit sich. Denn ohne Vorhandensein der Selbstinduktion wäre für die gleiche E. M. Gesamtkraft E_G der Strom

$$J = \frac{E_G}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2a)$$

gewesen, während er jetzt nur die Grösse $J = \frac{E_G}{\sqrt{R^2 + w^2 L^2}}$ erreicht, also umsomehr verkleinert ist, je grösser der Selbstinduktionskoëffizient L ist.

Allein diese Verringerung der Stromstärke ist mit dem gleichzeitigen Auftreten einer Verzögerung des Stromes gegen die E. M. Gesamtkraft, bezw. mit einer Voreilung der letzteren gegen den ersteren verbunden; die Wurzelgrösse verzögert oder impediert also den Strom, und gerade diese Thatsache kennzeichnet ihr eigentliches Wesen und unterscheidet sie von einem Widerstande. Zur Bezeichnung der Wurzelgrösse würde daher am zweckmässigsten der letztere Ausdruck völlig vermieden und der von Oliver Heaviside[1]) vorgeschlagene Ausdruck Impedanz (impedance) oder Impediment zur Anwendung gebracht, denn diese Worte schliessen den Begriff des Widerstandes unter gleichzeitigem Auftreten einer Verzögerung in sich[2]).

Will man aber unter Umgehung des Fremdwortes den Ausdruck Widerstand dennoch beibehalten, so könnte man am bezeichnendsten die Wurzelgrösse den verzögernden Widerstand nennen[3]).

Dass überhaupt eine Verzögerung auftritt, geht ohne weiteres aus dem Diagramme hervor; die Grösse des Winkels φ, um welchen die E. M. Gesamtkraft dem Strome voreilt oder dieser gegen jene zurückbleibt, kann ebenfalls aus der Figur 26 abgelesen werden. Denn es ist

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} DAG = \frac{DG}{AD} = \frac{L\,\omega\,J}{R\,J} = \frac{L\,\omega}{R} \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Die Tangente des Verschiebungswinkels ist also gegeben durch das Verhältnis des Energie aufspeichernden Teiles der Impedanz zu dem Energie zerstreuenden, und der Winkel selbst

---

[1]) O. Heaviside,

[2]) Siehe Webster, English dictionary S. 662, 1880 und Worcester, Dict. of the English language p. 772, sowie Melford, Synonymisches Handwörterbuch der engl. Sprache, p. 166, 1841.

[3]) Vorschlag von C. P. Feldmann, Centralbl. für El., 1889 p. 89.

ist um so grösser, je grösser der Quotient $\frac{L}{R}$ ist. Diesen Quotienten hat man die Zeitkonstante des Stromkreises genannt; seine Dimension ist die einer Zeit $\left(\frac{c}{c\ s^{-1}} = s\right)$, jener Zeit, welche ein konstanter Strom im Stromkreise vom Widerstande R und Selbstinduktionskoëffizienten L braucht, um, nachdem man seine Stromquelle entfernt oder abgeschaltet hat, auf den $\frac{1}{e} = \frac{1}{2{\cdot}71828}$ten Teil seines Anfangswertes abzunehmen. Den Energie aufspeichernden Teil $L\omega$ der Impedanz pflegt man zuweilen auch die Induktanz des Stromkreises zu nennen.

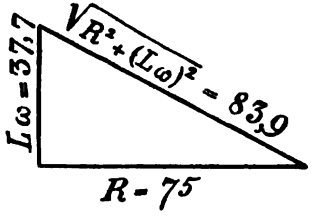


Fig. 27. Impedanz eines mit Selbstinduktion behafteten Widerstandes.

2. Impedanz in Serie geschalteter Widerstände.

Es ist ohne weiteres klar, dass die Impedanz eines mit Selbstinduktion behafteten Widerstandes, d. i. die $\sqrt{(L\omega)^2 + R^2}$ sich als Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes ergiebt, dessen zwei Katheten die Grössen $(L\omega)$ und R haben.

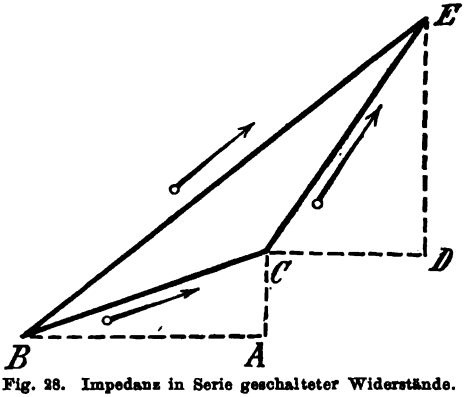


Fig. 28. Impedanz in Serie geschalteter Widerstände.

So ist z. B. für einen Stromkreis, dessen Widerstand 75 Ohm, dessen Selbstinduktionskoëffizient L = 0·06 Henry ist, die Impedanz für 100 Perioden in der Sekunde gleich (Fig. 27) $X = \sqrt{(75)^2 + (2\pi \,.\, 100 \,.\, 0{\cdot}06)^2} = \sqrt{(75)^2 + (37{\cdot}7)^2} = 83{\cdot}9$.

Wenn zwei Stromkreise[1]) mit den Widerständen r_1 und r_2 und den Selbstinduktionskoëffizienten l_1 und l_2 in Serie geschaltet sind, so ist ihre gesamte Impedanz X gleich der geometrischen, nicht gleich der algebraischen Summe der Impedimente x_1 und x_2 der beiden Stromkreise.

Man konstruiert also zunächst (Fig. 28) $x_1 = B\,C$ als Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks A B C, dessen Katheten $A\,B = r_1$ und $A\,C = l_1\,\omega$ sind. Hierin hat ω die gewöhnliche Bedeutung und für beide in Serie geschaltete Widerstände natürlich auch denselben Wert.

Dann trägt man an C die Kathete $C\,D = r_2$ parallel zu A B, errichtet auf C D in D die zweite Kathete $D\,E = l_2\,\omega$ und zieht die Hypotenuse $C\,E = x_2$.

Die Schlusslinie B E ist dann die gesuchte Impedanz X der beiden Stromkreise.

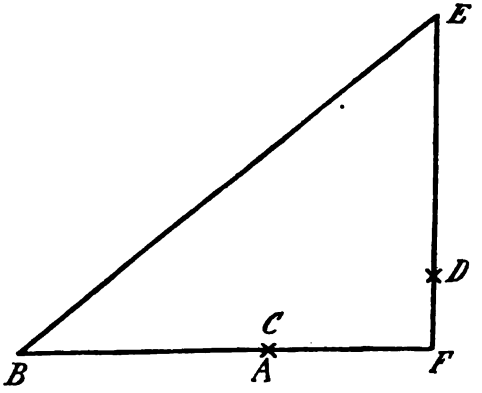


Fig. 29. Impedanz in Serie geschalteter Widerstände. (Andere Konstruktion.)

Man gelangt einfacher zu demselben Resultate, wenn man die Summe der beiden Energie aufspeichernden Teile $l_1\,\omega$ und $l_2\,\omega$, und jene der Energie zerstreuenden Teile r_1 und r_2 als Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks B E F benützt, dessen Hypotenuse B E dann gleich der gesamten Impedanz der beiden Stromkreisteile ist.

Da diese beiden Teile von einem und demselben Strome J durchflossen werden, so genügt das Diagramm Fig. 28 auch zur Darstellung der in den einzelnen Teilen des Stromkreises auftretenden E. M. Kräfte, wenn man den Massstab entsprechend ändert. Da die gesamte Impedanz nicht gleich der algebraischen, sondern gleich der geometrischen Summe der Teilimpedanzen ist, wird auch die E. M. Gesamtkraft nicht gleich der algebraischen, sondern gleich der geometrischen Summe der Teilspannungen sein.

[1]) A. E. Kennelly, Lum. El. 48, p. 430, 1893. Siehe auch Bedell und Crehore. Alternating Currents.

Die Figuren 28 und 29 stellen jenen Fall dar, wo

$$l_1 \omega = 10, \qquad l_2 \omega = 30,$$
$$r_1 = 30, \qquad r_2 = 20,$$

somit $x_1 = \sqrt{(30)^2 + (10)^2} = 31{\cdot}63,$

$$x_2 = \sqrt{(20)^2 + (30)^2} = 36{\cdot}06.$$

Die gesamte Impedanz ist jedoch nicht gleich 31·63 + 36·06 = 67·69, sondern, wie die Figur ergiebt, nur gleich 64.

Besitzt der den Serienstromkreis durchfliessende Strom die Stärke J = 5 Ampère, so entfallen auf die Teile des Serienstromkreises die Spannungen $E_1 = 31{\cdot}63 \cdot 5 = 158{\cdot}15$ Volt, und $E_2 = 36{\cdot}06 \cdot 5 = 180{\cdot}30$ Volt, trotzdem die Gesamtspannung nur $E_G = 64 \cdot 5 = 320$ Volt beträgt.

Dieser Fall ist deshalb so ausführlich erörtert worden, weil wir demselben später bei der Behandlung einer wichtigen Messmethode, der Methode der drei Voltmeter, wieder begegnen werden.

Den Figuren 28 und 29 fehlt der die Rotation des Diagrammes andeutende Pfeil, weil dieselben keine Diagramme periodisch variabler Grössen, sondern geometrische Zusammenstellungen konstanter Grössen sind. Wenn jedoch die Figur 28 als Diagramm der E. M. Kräfte aufgefasst werden soll, müsste ausser den neben die Linien gezeichneten Pfeilen auch der Rotationspfeil über das Diagramm gesetzt werden.

Besitzt nur einer der zwei in Serie geschalteten Widerstände einen gewissen Betrag von Selbstinduktion, während der andere induktionsfrei ist, so vereinfacht sich die Konstruktion der Figuren 28 und 29 in leicht verständlicher Weise, und man gelangt zu einem Diagramme, dessen wir uns später zur Erklärung der Wirkungsweise des Drosselwiderstandes bedienen werden.

Ist die gesamte Impedanz mehrerer in Serie geschalteten Teile eines Stromkreises zu bestimmen, so wird nur die Konstruktion der Figur 29 sinngemäss erweitert, d. h. es wird die Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes gesucht, dessen eine Kathete die Summe aller Energie aufspeichernden Glieder ($l\,\omega$) und dessen andere Kathete die Summe aller Energie zerstreuenden Glieder (r_n) ist.

$$X = \sqrt{\omega^2 (l_1 + l_2 + l_3 + \ldots . l_n)^2 + (r_1 + r_2 + r_3 + \ldots . r_n)^2}.$$

3. Impedanz parallel geschalteter Widerstände[1]).

Gegeben sei eine sinusförmig verlaufende E. M. K., welche auf einen aus zwei parallel geschalteten Widerständen r_1 und r_2

[1]) Nach Bedell und Crehore, Alternating Currents, New York 1893. p. 233.

mit den Selbstinduktionskoëffizienten l_1 und l_2 bestehenden Stromkreis wirkt und in demselben die zu findenden Stromstärken J_1 und J_2 hervorruft, welche sich in dem unverzweigten Teile des Stromkreises zu einem gleichfalls unbekannten Strome J vereinigen. (Fig. 30.)

Da für die beiden Widerstände die E. M. Gesamtkraft E_G die nämliche ist, so kann zunächst nach der im vorhergehenden Paragraphen behandelten Methode jeder Stromkreis einzeln behandelt werden. Daraus folgt sofort, dass

$$E_G = J_1 \sqrt{r_1^2 + \omega^2 l_1^2} = J_2 \sqrt{r_2^2 + \omega^2 l_2^2}$$

oder mit anderen Worten, dass sich die Ströme in den einzelnen Zweigen umgekehrt wie die Impedimente dieser Zweige verhalten.

$$J_1 : J_2 = \sqrt{r_2^2 + l_2^2 \omega^2} + \sqrt{r_1^2 + l_1^2 \omega^2}$$

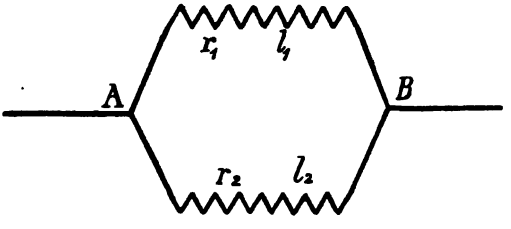


Fig. 30. Parallel geschaltete Widerstände.

Dieser Satz, welcher dem Kirchhoff'schen Gesetze entspricht, muss sich natürlich auch aus den geometrischen Verhältnissen des Diagrammes ableiten lassen. Dieses ergiebt sich für einen bestimmten Fall wie folgt:

Es sei

$$r_1 = 30, \qquad r_2 = 20,$$
$$l_1 \omega = 10, \qquad l_2 \omega = 30,$$

so wird

$$x_1 = \sqrt{(30)^2 + (10)^2} = 31{\cdot}63,$$
$$x_2 = \sqrt{(20)^2 + (30)^2} = 36{\cdot}06,$$

und die Verschiebungswinkel sind

$$\varphi_1 = \frac{l_1 \omega}{r_1} = \frac{1}{3}$$

und

$$\varphi_2 = \frac{l_2 \omega}{r_2} = \frac{3}{2}.$$

Es sei ferner die elektromotorische Gesamtkraft E = 100 Volt gegeben und im Diagramme Figur 31 durch die Linie O A dar-

gestellt, welche wir uns in bekannter Weise im Sinne des Uhrzeigers, z. B. um O rotierend, denken. Wir tragen dann zunächst an O A im Punkte O die Verschiebungswinkel A O B $= \varphi_1$ und A O C $= \varphi_2$ im Sinne der Verzögerung an und schlagen über O A als Durchmesser einen Halbkreis. Hierdurch ergeben sich zwei rechtwinkelige Dreiecke, A O B und A O C, deren Katheten O B und O C die in den Widerständen r_1 und r_2 verzehrten Spannungen oder, mit anderen Worten, die Produkte $J_1 r_1$ und $J_2 r_2$ dar-

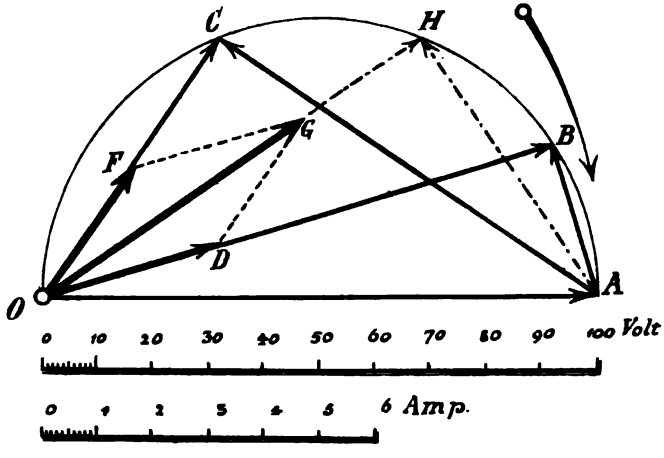


Fig. 31. Impedanz parallel geschalteter Widerstände.

stellen. Dividieren wir also die im Massstabe der Volt gemessenen Längen

$$\overline{O\,B} = E_1 = 95{\cdot}5 \text{ Volt}$$

und

$$\overline{O\,C} = E_2 = 54{\cdot}5 \text{ Volt}$$

durch die entsprechenden Widerstände $r_1 = 30$ Ohm und $r_2 = 20$ Ohm, so erhalten wir die gesuchten Maximalwerte der Ströme

$$J_1 = 3{\cdot}2 \text{ Amp.}, \quad J_2 = 2{\cdot}7 \text{ Amp.},$$

welche im Diagramme durch die Abschnitte $\overline{O\,D}$ und $\overline{O\,F}$ der Linien $\overline{O\,B}$ und $\overline{O\,C}$ nach Grösse und Richtung im Massstabe der Ampère dargestellt sind. Der resultierende Strom ergiebt sich aus den beiden Zweigströmen nach dem Parallelogramme der Richtungsgrössen nach Grösse und Richtung durch die Gerade O G

$$\overline{O\,G} = J = 5{\cdot}6 \text{ Ampère.}$$

Man erkennt aus der Fig. 31 und dem nebenstehend besonders herausgezeichneten Parallelogramm der Ströme (Fig. 32), dass der Verschiebungswinkel φ des resultierenden Stromes zwischen jenen, φ_1 und φ_2, der beiden Komponenten liegt und dass der resultierende Strom in einem bestimmten Augenblicke sowohl grösser als auch kleiner sein kann als die Summe der Komponenten oder als eine derselben.

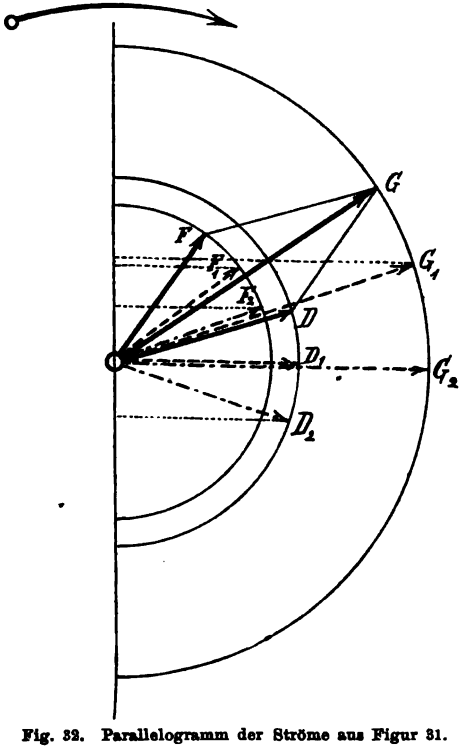


Fig. 32. Parallelogramm der Ströme aus Figur 31.

So ist z. B. in jenem Momente, wo bei der Rotation des Diagrammes um den Punkt O die eine Komponente J_1 die Stellung $O D_1$ einnimmt, die Projektion derselben auf eine vertikale Axe gleich Null, während die Projektionen der Linien $\overline{O G_1} = J$ und $\overline{O F_1} = J_2$ nahezu gleiche Grössen besitzen. Ist jedoch die Rotation des Diagrammes so weit vorgeschritten, dass die Linie $O G_2 = J$ horizontal geworden ist, dann werden die Projektionen der beiden Komponenten gleich an Grösse und entgegengesetzt gerichtet sein; gleichzeitig aber wird jede der

Komponenten grösser sein als der resultierende Strom. Es ist wohl kaum nötig hervorzuheben, dass diese letzte Betrachtung sich nur auf die Momentanwerte des Stromes bezieht, da ja die Maximalwerte während der Dauer einer Periode und überhaupt für einen bestimmten Fall unveränderliche Grössen sind.

Es ist naheliegend, jene äquivalente Impedanz zu suchen, welche in dem soeben betrachteten Falle das Zustandekommen des nämlichen Gesamtstromes J unter dem Einflusse der nämlichen elektromotorischen Gesamtkraft gestattet hätte. Dieses Problem entspricht physikalisch demjenigen, den geteilten Stromkreis durch einen unverzweigten von solchem Widerstande R′ und solcher Selbstinduktion L′ zu ersetzen, dass die gegebene elektromotorische Gesamtkraft den nämlichen Gesamtstrom J in dem selben erzeugt.

Der Wert dieser äquivalenten Impedanz

$$\sqrt{R'^2 + L'^2 \omega^2} = \frac{E_G}{J} \quad \ldots\ldots 5)$$

lässt sich leicht aus der Figur 31 ermitteln, wenn man die den Gesamtstrom $J = \overline{OG}$ darstellende Gerade bis zum Schnittpunkte H mit dem Halbkreise verlängert. Die Linie A H stellt dann den Ausdruck $L' \omega J$, die Linie O H das Produkt $R' J$ dar. Es lässt sich aus den geometrischen Verhältnissen der Figur nach einiger Rechnerei leicht nachweisen, dass der äquivalente Widerstand

$$R' = \frac{A}{A^2 + B^2 \omega^2} \quad \ldots\ldots 6)$$

und der äquivalente induktive Teil der Impedanz

$$L'\omega = \frac{B\omega}{A^2 + B^2 \omega^2}, \quad \ldots\ldots 7)$$

wenn man mit A den Ausdruck

$$A = \frac{r_1}{r_1^2 + l_1^2 \omega^2} + \frac{r_2}{r_2^2 + l_2^2 \omega^2} = \Sigma \frac{r}{r^2 + l^2 \omega^2} \quad 8)$$

und mit B den Ausdruck

$$B = \frac{l_1 \omega}{r_1^2 + l_1^2 \omega^2} + \frac{l_2 \omega}{r_2^2 + l_2^2 \omega^2} = \Sigma \frac{l\omega}{r^2 + l^2 \omega^2} \quad 9)$$

bezeichnet. In diesen Formeln sind die Summenzeichen für den Fall beigefügt, dass mehr als zwei Widerstände parallel geschaltet sind. Die graphische Konstruktion bleibt ganz dieselbe, nur dass man statt des Parallelogrammes ein Polygon der Stromstärken erhält.

4. Die Theorie des Induktionswiderstandes.

Die Drosselspule im unverzweigten Stromkreise.

Wir sind bisher bei der Behandlung des mit Selbstinduktion L behafteten Widerstandes R von der elektromotorischen Gesamtkraft ausgegangen und haben bereits konstatiert, dass die Selbstinduktion die Grösse des entstehenden Stromes beeinflusst. Wenn die elektromotorische Gesamtkraft E_G auf einen Stromkreis vom Widerstande R und Selbstinduktionskoeffizienten $L = 0$ wirkt, wird der entstehende Strom gleich dem Quotienten $J' = \frac{E_G}{R}$; unter dem Einflusse der Selbstinduktion erzeugt dieselbe einen Strom

$$J = \frac{E_G}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}, \quad \ldots\ldots \quad 3a)$$

der kleiner als J' und gegen denselben um den Winkel φ verzögert ist, dessen Tangente gleich ist dem Quotienten aus der Induktanz $L\omega$ des Stromkreises und seinem Widerstande R

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega}{R}. \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Wir können jedoch auch von der Anschauung ausgehen, dass der entstehende Strom mit dem Spannungsverluste E_N in gleicher Phase ist und die Grösse

$$J_1 = \frac{E_N}{R} \quad \ldots\ldots \quad 10)$$

besitzt. Diese E. M. K. ist die Resultierende aus der gesamten auf den Stromkreis wirkenden und jener E. M. K., welche zur Überwindung der Selbstinduktion erforderlich ist. Die E. M. K. E_N ist kleiner als E_G und gegen diese um einen Winkel φ verzögert, dessen Tangente wie vorher gleich dem Verhältnis der Induktanz zum Widerstande des Stromkreises ist.

Hier erscheint als Wirkung der Selbstinduktion eine Verkleinerung und Verschiebung der E. M. K., während bei der vorherigen Auffassung die scheinbare Widerstandszunahme dem Vorhandensein der Selbstinduktion entsprach. In den Endresultaten stimmen die beiden Anschauungsweisen natürlich überein.

Diese orthodoxe Anschauungsweise, orthodox deshalb, weil sie sich mit konstanten Selbstinduktionskoeffizienten schleppt und Wirbelströme und Hysteresis ausser acht lässt, kann man jedoch, wie M. von Dolivo-Dobrowolsky sehr

klar gezeigt hat, bequem zu einer leicht verständlichen und praktisch brauchbaren umgestalten, wenn man statt des Diagrammes der E. M. K. jenes der Stromstärken zeichnet. Dobrowolsky's Anschauungen, welche auf denen der englischen Schule der Elektriker beruhen, sind ziemlich wörtlich die folgenden:

Denken wir uns zunächst den einfachen Idealfall, dass bei einer an eine Wechselspannung E angeschlossenen Spule der ganze in den Windungen zirkulierende Strom J_0 ausschliesslich dazu verwendet werde, jene Kraftlinienzahl N zu erzeugen, welche der Wechselspannung entspricht, »ihr das Gleichgewicht hält«, oder »sie abbalanciert«. Diese Kraftlinienzahl muss, da im vorliegenden Falle die Wechselspannung zuerst vorhanden war, um eine Viertelperiode gegen diese verzögert sein.

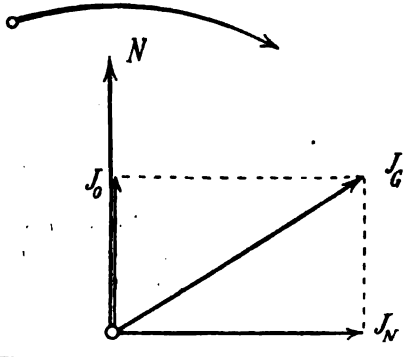


Fig. 33. Diagramm eines Induktionswiderstandes nach Dobrowolsky.

Andererseits muss der das Feld erregende Strom, wenn von viskoser Hysteresis abgesehen wird, zeitlich mit der Kraftlinienzahl N zusammenfallen.

Wenn also die Wechselspannung durch eine Gerade $E_N = \overline{OJ_N}$ (Fig. 33) dargestellt ist, so muss das Feld dargestellt sein durch eine Gerade $\overline{ON}$, welche um 90^0 gegen $\overline{OJ_N}$ in Richtung der Verzögerung verschoben ist. Der nur zur Erregung des oscillierenden Feldes dienende Strom J_0, den wir als Erregerstrom bezeichnen wollen, kann dann in entsprechendem Massstabe durch einen Abschnitt $\overline{OJ_0}$ der Linie $\overline{ON}$ dargestellt werden.

Denken wir uns aber statt der betrachteten Spule eine vollkommen induktionsfreie, bei welcher gar kein magnetisches Feld entsteht, an die Wechselspannung angeschlossen. In diesem idealen Grenzfalle wird der in den Spulenwindungen zirkulierende Strom, dem Ohm'schen Gesetze entsprechend, gleich $J_N = \frac{E_N}{R}$ sein und der Phase nach vollkommen mit E_N

zusammenfallen. Die von diesem Arbeits- oder Wattstrome verbrauchte Energie wird dem Joule'schen Gesetze entsprechen und somit $= \frac{E^2_N}{R} = J^2_N R = E_N J_N$ sein. Im Diagramme kann dieser Strom durch eine Gerade $\overline{O J_N}$ dargestellt werden, welche für $R = 1$ mit $\overline{O J_N}$ zusammenfällt und für andere Werte von R einem Abschnitte von $\overline{O J_N}$ entspricht.

Nun giebt es aber praktisch keine Spulen, in welchen Felder entstehen und verschwinden, ohne dass Energie dabei verzehrt wird, und ebensowenig solche, in welchen Ströme fliessen, ohne dass gleichzeitig magnetische Felder von bestimmter, wenn auch äusserst geringer Stärke entstehen. Man kann sich wohl den beiden idealen Grenzfällen beliebig nähern, kann sie aber niemals vollständig erreichen.

Wenn aber in einer Spule, welche als Induktionswiderstand in eine Leitung eingeschaltet werden soll, der Arbeitsstrom J_N und der Erregerstrom J_0 gleichzeitig zirkulierend gedacht werden, so wird in Wirklichkeit der aus den beiden Strömen resultierende Gesamtstrom J_G die Spule durchfliessen. Dieser Strom wird somit in Fig. 33 durch die Linie $\overline{O J_G} = J_G$ dargestellt und gegen den Arbeitsstrom oder die mit demselben zeitlich zusammenfallende E. M. K. E_N um einen Winkel φ verzögert sein, dessen Grösse sich aus der Beziehung ergiebt:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{J_0}{J_N}. \quad \ldots \ldots \quad 11)$$

Man erkennt den Zusammenhang zwischen dieser und der zuerst erörterten Anschauungsweise leicht aus der folgenden Überlegung:

Nach der alten Anschauungsweise hat man in dem mit Selbstinduktion behafteten Stromkreise nur einen Strom und zwei E. M. Kräfte, welche sich zur resultierenden, also wirklich vorhandenen E. M. Gesamtkraft zusammensetzen; nach Dobrowolsky's Anschauungsweise hat man in demselben Stromkreise nur eine E. M. K. und zwei Ströme, welche sich zum resultierenden, also wirklich vorhandenen Gesamtstrom zusammensetzen.

Jeder der drei E. M. Kräfte im einen Falle entsprechen drei Ströme im anderen Falle, deren Werte sich nach dem Ohm'schen Gesetze aus den Werten der E. M. Kräfte ergeben.

Es ist also

$$J_N = \frac{E_N}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

$$J_0 = \frac{E_S}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

und

$$J_G = \frac{E_G}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

Aus diesen Gleichungen folgt sofort, dass in beiden Fällen die Phasenverschiebung den nämlichen Wert besitzt, da

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_S}{E_N} = \frac{J_0}{J_N}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

und da der E. M. K. der Selbstinduktion oder dem ihr entsprechenden Erregerstrome J_0 nur ein oscillierendes Feld, nicht aber ein Energieaufwand entspricht, ist auch der gesamte Energieaufwand in beiden Fällen der nämliche.

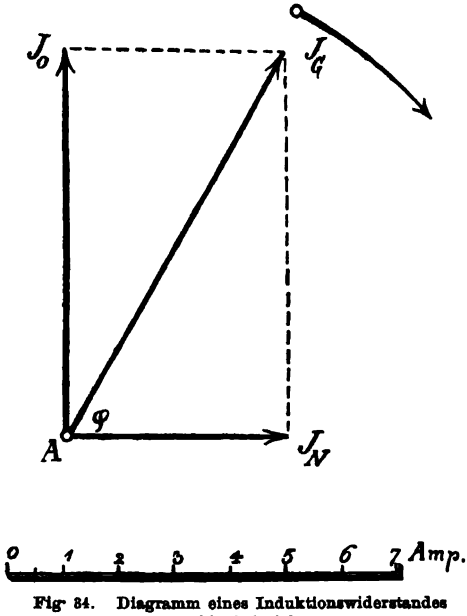


Fig. 84. Diagramm eines Induktionswiderstandes (Zahlenbeispiel).

Es scheint somit dem Unbefangenen, dass die beiden Anschauungsweisen vollkommen gleichwertig seien. Thatsächlich aber tragen diese Anschauungsweisen den Stempel ihrer Entstehung an sich, und es eignet sich die ältere Anschauungsweise mehr zur mathematischen, die neuere Anschauungsweise mehr zur praktischen Behandlung der Probleme. Denn das Diagramm der letzteren enthält ausser den beiden auch im anderen Diagramme vorkommenden, messbaren Grössen, dem Strome und der Spannung, auch noch den Erregerstrom, der bei allen Vorausberechnungen eine wichtige Rolle spielt, während die ihm entsprechende E. M. K. der Selbstinduktion dem Praktiker in den weitaus meisten Fällen weder von Interesse, noch bekannt ist.

Es sei nun z. B. in einer Spule der gesamte Energieaufwand für Spannungsverlust, Hysteresis und Wirbelströme 200 Watt, es sei ferner die Nutzspannung $E_N = 50$ Volt und der Gesamtstrom $J_G = 8$ Ampère; dann ergiebt sich der Arbeitsstrom

$$J_N = \frac{200 \text{ Watt}}{50 \text{ Volt}} = 4 \text{ Ampère},$$

und der Erregerstrom

$$J_0 = 6{\cdot}9 \text{ Ampère},$$

während $$\operatorname{tg} \varphi = \frac{J_0}{J_N} = \frac{6{\cdot}9}{4} = 1{\cdot}725$$

wird (Fig. 34).

Es erscheint bei der Behandlung dieses Falles, welcher etwa dem Verhalten eines mittelgrossen, sekundär mit 50 Volt

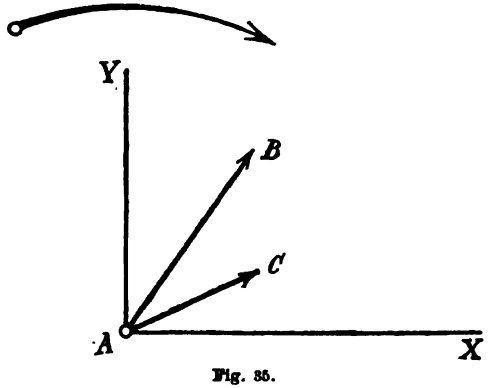


Fig. 35.

gespeisten, primär offenen Transformators entspricht, ganz selbst verständlich, dass der Erregerstrom J_0 keine Arbeit verrichtet.

Im allgemeinen aber wird die gesamte von einer Spule verzehrte Energie in jedem Momente proportional dem Produkte aus Strom und Spannung sein. Um den Proportionalitätsfaktor zu finden, hat Blakesley[1]) auf geometrischem Wege den folgenden allgemeinen Satz gelöst:

Gegeben sind (Fig. 35) A B und A C, zwei Linien in der Ebene A X, A Y, welche um eine durch A senkrecht zu dieser Ebene gezogene Gerade mit gleichförmiger Geschwindigkeit rotieren, so dass der Winkel C A B konstant bleibt; es soll ein geometrischer Ausdruck für den Mittelwert der Produkte ihrer Projektionen auf A X gefunden werden.

[1]) Th. H. Blakesley, Die elektrischen Wechselströme. Deutsch von C. P. Feldmann, p. 9.

Dieser Mittelwert ergiebt sich gleich $\frac{\overline{AC} \times \overline{AB}}{2} \cos BAC$, also gleich dem halben Produkte aus den beiden Linien und dem Cosinus des von ihnen eingeschlossenen Winkels.

Wenn die Projektion einer dieser Linien den Strom, die der anderen die Spannung nach Richtung und Grösse darstellt, so wird der Mittelwert des Produktes der Projektionen von Strom und Spannung den Effekt darstellen.

Man erkennt daraus, dass in dem Falle des Induktionswiderstandes

der dem Gesamtstrome entsprechende Effekt

$$= \frac{J_G \cdot E_N}{2} \cos \varphi = \frac{J_N \cdot E_N}{2}, \quad \ldots \quad 13a)$$

der dem Arbeitsstrome entsprechende Effekt)

$$= \frac{J_N \cdot E_N}{2}, \quad \ldots \quad 13b)$$

der dem Erregerstrome entsprechende Effekt

$$= \frac{J_0 \cdot E_N}{2} \cdot \cos 90^0 = 0, \quad \ldots \quad 13c)$$

d. h., dass der Erregerstrom keine Arbeit verrichtet. Diesem Strome entspricht kein dauernder Effektaufwand, sondern nur eine wechselnde Aufspeicherung und Zurückgewinnung der Energie, ein Oscillieren des Energieaufwandes, dessen Mittelwert während einer ganzen Periode Null ist.

Auf Grund dieser Ableitung erkennt man auch leicht den Vorteil, welchen die Verwendung eines Induktionswiderstandes der beschriebenen Art gegenüber einem gewöhnlichen Widerstande mit geringer oder vernachlässigbarer Selbstinduktion zu gewähren vermag.

Um uns dies an einem praktischen Falle zu vergegenwärtigen, denken wir uns eine mit Dochtkohle versehene Wechselstrombogenlampe, bei welcher nach den Untersuchungen von Ayrton und Sumpner[2]), Heubach[3]) und Blondel[4])

---

[1]) Der Zahlenfaktor $\frac{1}{2}$ ist dann einzuführen, wenn im Diagramme die maximalen Werte von J_N und E_N eingezeichnet sind. Dass derselbe in dem Zahlenbeispiele auf der vorhergehenden Seite wegblieb, ist darauf zurückzuführen, dass $J_N = 4$ Amp. und $E_N = 50$ Volt gemessene Werte darstellen. Wir werden später sehen, dass die gemessenen Werte von J_N und E_N im Verhältnis $\frac{1}{\sqrt{2}}$ kleiner sind, als die maximalen.

[2]) W. E. Ayrton und W. E. Sumpner. El., London 26. p. 736.
[3]) J. Heubach, El. Zeitschr. 1892. p. 463.
[4]) A. Blondel, Lum. El. 42, p. 551 1891.

praktisch keine Verschiebung zwischen Strom und Spannung stattfindet. Diese Bogenlampe, welche einer Klemmenspannung von 40 Volt bedarf, sei an eine Wechselspannung von 100 Volt angeschlossen, so dass ein Vorschaltwiderstand verwendet werden muss, welcher 60 Volt und 10 Ampère konsumiert. Nimmt man diesen Vorschaltwiderstand praktisch induktionsfrei, so konsumiert derselbe 600 Watt, während die Lampe selbst nur 400 Watt verzehrt, und selbst wenn man zwei Bogenlampen hintereinander von den 100voltigen Leitungen abzweigt, bedarf man noch eines Widerstandes, der 20 Volt und 10 Ampère, also 20 % der gesamten und 25 % der nutzbaren Energie, nutzlos in Wärme umsetzt.

Anders stellen sich die Verhältnisse, wenn man einen Induktionswiderstand, eine sogenannte Drosselspule (choking coil) anwendet.

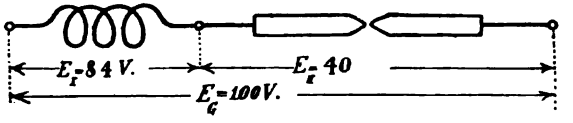


Fig. 36. Bogenlampe mit vorgeschalteter Drosselspule.

Soll eine Drosselspule II in Serie mit einer 10 Ampère-Bogenlampe I (Fig. 36) geschaltet werden, so muss derselbe Strom beide Teile des Stromkreises durchfliessen. Es wird also für den Drosselwiderstand der Gesamtstrom $J_G = 10$ Ampère sein müssen. Aus den Dimensionen und Daten des magnetischen Kreises der Spule und ihrer Klemmenspannung lassen sich der Erregerstrom J_o und der für Hysteresis und Wirbelströme aufzuwendende Effekt berechnen; der Erregerstrom sei im vorliegenden Falle $J_o = 9{\cdot}8$ Ampère, entsprechend einer Klemmenspannung von $E_N = 84$ Volt. Dann muss der magnetische Kreis derart bemessen sein, dass für $J_G = 10$ der Arbeitsstrom

$$J_N = \sqrt{J_G^2 - J_o^2} = \sqrt{10^2 - 9{\cdot}8^2} = 2 \text{ Ampère}$$

und der in der Spule für Hysteresis und Wirbelströme verbrauchte Effekt

$$J_N \times E_{II} = 2 \times 84 = 168 \text{ Watt}$$

ist.

Der Spannungsverlust in den Drahtwindungen der Spule wird in den meisten praktischen Fällen gering sein und mag hier der Einfachheit halber als vernachlässigbar angenommen

werden. Das Diagramm der Drosselspule (Fig. 37) ist das Parallelogramm A B C J_G, dessen Diagonale $\overline{A J_G} = J_G = 10$ Ampère den Gesamtstrom des Serienkreises darstellt. Die Klemmenspannung $E_I = 40$ Volt der Bogenlampe, welche mit diesem Strome der Phase nach zusammenfällt, lässt sich sonach darstellen durch einen Abschnitt $\overline{A D}$ der Geraden $\overline{A J_G}$, dessen Grösse, im Massstabe der Volt gemessen, $\overline{A D} = 40$ Volt ist. Diese E. M. K. setzt sich mit der Klemmenspannung $E_{II} = 84$ Volt der Drosselspule, welche nach Grösse und Richtung durch die Linie $\overline{A F}$ dargestellt ist, zu einer resultierenden E. M. K. $\overline{A E_G} = 100$ Volt,

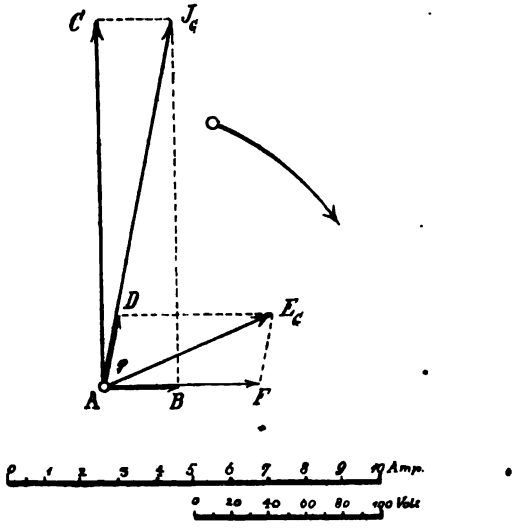


Fig. 37. Diagramm zu Figur 36.

zusammen, welche gegen den Strom eine bestimmte Verschiebung φ aufweist, deren Grösse sich aus dem Dreiecke A D E_G nach dem verallgemeinerten pythagoräischen Lehrsatze wie folgt ergiebt. Es ist

$$(\overline{D E_G})^2 = (\overline{A E_G})^2 + (\overline{A D})^2 - 2\,(\overline{A E_G}) \times (\overline{A D}) \cos\varphi, \quad 14)$$

oder $$E_{II}^2 = E_G^2 + E_I^2 - 2\,E_G \times E_I \cos\varphi, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

woraus

$$\cos\varphi = \frac{E_G^2 + E_I^2 - E_{II}^2}{2\,E_G\,E_I} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15a)$$

$$= \frac{100^2 + 40^2 - 84^2}{2 \,.\, 100 \,.\, 40} = 0{\cdot}568.$$

Der Gesamteffekt ist also im vorliegenden Falle

$$J_G \cdot E_G \cdot \cos\varphi = 10 \cdot 100 \cdot 0{\cdot}568 = 568 \text{ Watt};$$

hiervon[1]) entfallen 400 Watt auf die Bogenlampe und 168 Watt auf die Drosselspule. Hätte man die Lampe mittels eines praktisch induktionsfreien Widerstandes funktionieren lassen wollen, so hätte derselbe allein $(100 - 40) \times 10 = 600$ Watt verzehren müssen.

Man wird vom Standpunkte der Praxis aus einwenden, dass der vorliegende Fall übertrieben sei, da man wohl selten nötig habe, eine einzelne Bogenlampe von einer 100voltigen Wechselstromleitung zu brennen; die durch eine Drosselspule erreichbare Verringerung des Vorschaltwiderstandes ist aber auch dann noch beträchtlich, wenn man zwei Bogenlampen in Serie schaltet, oder aber mittels eines Dreileitersystemes jede der zwei Bogenlampen von 50voltigen Leitungen abzweigt. Ausserdem aber wird trotz der geringen Höhe des Vorschaltwiderstandes die Funktion der Lampe eine vorzügliche sein; denn in dem Momente, wo in der Lampe der Strom über seinen normalen Wert ansteigt, erhöht sich auch der Erregerstrom J_0, neue Kraftlinien drängen in die Spule ein, und die von ihnen erzeugte elektromotorische Gegenkraft führt den Strom auf seinen normalen Wert zurück.

5. Die Drosselspule im Nebenschluss.

Will man Bogenlampen, Glühlampen oder irgendwelche anderen Energieverbraucher hintereinander schalten und mit konstanter Stromstärke betreiben, so muss man jeden der Energieverbraucher mit einer entsprechenden Vorrichtung versehen, damit derselbe in seiner Funktion von dem übrigen Teile des Stromkreises unabhängig werde, damit man ihn, mit anderen Worten, ausschalten kann, ohne den ganzen Stromkreis zu unterbrechen. Als solche Vorrichtungen können induktionsfreie Widerstände oder Drosselspulen zur Anwendung gelangen.

Es sei z. B. in einem Stromkreise, in welchem eine Gesamtstromstärke $J_G = 10$ Ampère konstant erhalten wird, parallel einer Bogenlampe eine Drosselspule eingeschaltet. Die Spannung

---

[1]) Es ist hier, wie in allen folgenden Zahlenbeispielen, in der Formel für den Effekt der Faktor $^1/_2$ weggelassen. Wir werden später erkennen, dass diese Weglassung gerechtfertigt ist, wenn die Ströme und Spannungen nicht maximale, sondern gemessene sind. Die Berücksichtigung des Faktors hätte das Diagramm gar nicht und den Massstab entsprechend geändert.

an den Klemmen der Stromverzweigung sei E = 40 Volt, der Spannungsverlust in den Windungen der Drosselspule sei vernachlässigbar. (Fig. 38.)

Wenn dann in einer Drosselspule von bestimmten Dimensionen — deren Ermittelung uns in einem späteren Kapitel beschäftigen wird — bei 40 Volt Klemmenspannung im ganzen 40 Watt für Hysteresis und Foucaultströme verzehrt werden und der entsprechende Erregerstrom $J_0 = 0{\cdot}95$ Ampère ist, so wird das Diagramm der Drosselspule dargestellt durch das Dreieck $O\,J_n\,J_g$ (Fig. 39), in welchem

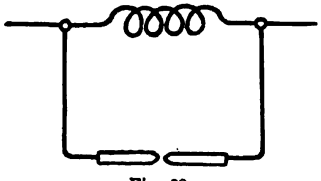


Fig. 38.
Drosselspule als Ersatzwiderstand.

$$\overline{O\,J_0} = J_0 = 0{\cdot}95 \text{ Ampère}$$

und

$$\overline{O\,J_n} = J_n = \frac{40 \text{ Watt}}{40 \text{ Volt}} = 1 \text{ Ampère.}$$

Der gesamte die Drosselspule durchfliessende Strom ist demnach

$$J_g = \overline{O\,J_g} = \sqrt{J_0^2 + J_n^2} = \sqrt{0{\cdot}95^2 + 1{\cdot}0^2} = 1{\cdot}38 \text{ Amp.}$$

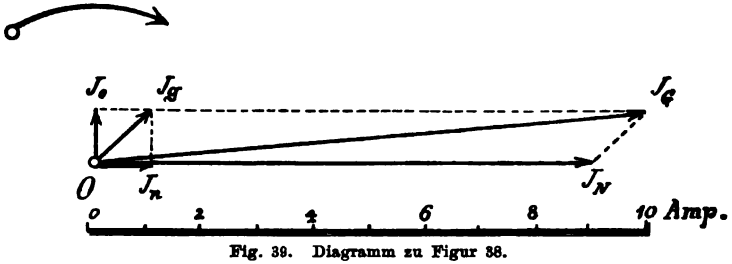


Fig. 39. Diagramm zu Figur 38.

Der Voraussetzung nach soll der die parallel geschaltete Lampe und Spule durchfliessende Gesamtstrom $J_G = 10$ Ampère auf konstanter Höhe erhalten werden. Es wird also der auf die praktisch induktionsfreie Bogenlampe entfallende Arbeitsstrom J_N sich ergeben als die Resultante aus dem Gesamtstrome J_G der Kombination und dem Gesamtstrome J_g der Drosselspule. Aus der Figur folgt für den Arbeitsstrom der Bogenlampe die Beziehung

$$J_G^2 = (J_N + J_n)^2 + J_0^2, \quad \ldots\ldots\ldots\ 16)$$

oder

$$J_N = \sqrt{J_G^2 - J_0^2} - J_n \quad \ldots\ldots\ldots\ 16a)$$

$$= \sqrt{10^2 - 0{\cdot}95^2} - 1{\cdot}0 = 8.95 \text{ Ampère.}$$

Solange also die Lampe regelmässig funktioniert, wird dieselbe einen Strom $J_n = 8{\cdot}95$ Ampère führen und somit $8{\cdot}95 \times 40 = 356$ Watt konsumieren, während die Drosselspule 40 Watt in Wärme umwandelt und 0·95 Ampère in ihren Windungen führt.

Ist jedoch die Lampe mit Absicht oder durch Zufall ausgeschaltet, so wird der ganze konstant gehaltene Strom

$$J_G = 10 \text{ Ampère}$$

die Windungen der Drosselspule durchfliessen und somit eine erhöhte Induktion und einen verstärkten Aufwand für Hysteresis und Wirbelströme hervorrufen. Diese Veränderungen der Induktion und des im Eisen auftretenden Effektverlustes werden jedoch keineswegs proportional der Veränderung des Erregerstromes erfolgen, da das Eisen seiner Sättigung genähert und somit die Permeabilität desselben verringert ist.

Das Problem wird einigermassen dadurch erschwert, dass nicht der gesamte Strom zur Erregung verwendet wird; doch wollen wir der einfachen Behandlung wegen zunächst annehmen, dass die vollen 10 Ampère in den Spulenwindungen zirkulieren, wollen dann die dieser magnetisierenden Kraft entsprechenden Effektverluste im Eisen (und eventuell im Kupfer) ermitteln, dieselben durch die Klemmenspannung dividieren und den so erhaltenen jetzigen Wert des Arbeitsstromes der Drosselspule zur Ermittelung des Gesamtstromes verwenden. Wenn wir dann finden, dass dieser Wert sich praktisch von 10 Ampère unterscheidet, werden wir das Diagramm proportional ändern dürfen.

Es lässt sich dann aus der Wickelung und den bekannten Eigenschaften des Eisens der Drosselspule berechnen, dass in unserem Falle für den Strom $J_o = 10$ Ampère die der erhöhten Induktion entsprechende erhöhte Klemmenspannung $E = 71$ Volt wird, dass der Effektverlust im Kupfer praktisch vernachlässigbar (kleiner als 1 %) ist und dass jener im Eisen den Wert 107 Watt erreicht. Dann ist der jetzige Arbeitsstrom der Drosselspule

$$J_n = \frac{107}{71} = 1{\cdot}5 \text{ Ampère},$$

der jetzige Erregerstrom der Drosselspule

$$J_o = 10 \text{ Ampère},$$

somit der jetzige Gesamtstrom der Drosselspule

$$J_G = \sqrt{J_n^2 + J_o^2} = 10{\cdot}1 \text{ Ampère}.$$

Streng genommen müsste man jetzt eine Änderung des Diagrammes vornehmen; da jedoch die Abweichung im vorliegenden Falle nur 1 % beträgt, d. h. der unter der bequemen, aber falschen Annahme, dass $J_o = 10$ Ampère sei, erhaltene Gesamtstrom J_G nur um 1 % grösser ist als der thatsächlich vorhandene, kann man von der Änderung des Diagrammes absehen. Dies ist um so eher zulässig, da man die Genauigkeit der Vorausberechnung des Erregerstromes wohl nur durch Zufall bis auf 1 % oder weniger treiben kann, während 3 bis 5 % wohl erreichbar sind.

Und doch ist diese Genauigkeit eine vollkommen genügende, wenn man bedenkt, dass die Eisenbleche einer und derselben Lieferung eines und desselben Walzwerkes in ihren Hysteresisverlusten und den Werten ihrer Permeabilität um weit höhere Prozentsätze differieren und dass es im besten Falle praktisch möglich ist, jeder Lieferung ein oder zwei Probestücke zu entnehmen, die dann ein einigermassen genaues Bild der magnetischen Eigenschaften aller Bleche der Lieferung geben müssen.

Manchem Leser wird auch der geringe Grad der Genauigkeit in der Auswertung der einzelnen Ströme, d. h. die geringe Zahl der Dezimalstellen, je nach seiner mathematischen Erziehung angenehm oder unangenehm auffallen. Dieselbe ist jedoch durch die vorstehende Bemerkung und dadurch begründet, dass eine auf ungenauen Voraussetzungen beruhende Rechnung durch viele Dezimalstellen des Endresultates nur genauer scheint, nicht aber genauer ist. Für alle Zwecke der Vorausberechnung, wie sie hier in diesem Buche oder in irgend einem Buche über die Vorherbestimmung der Dimensionen eines elektromagnetischen Apparates notwendig wird, erscheint die Genauigkeit des Rechenschiebers vollkommen ausreichend und jene der Logarithmentafel unnötig. Solange man freilich konstante Selbstinduktionskoeffizienten voraussetzt, kann man die Genauigkeit beliebig weit treiben. Sobald man jedoch nicht mit ideellen Apparaten, sondern mit solchen arbeitet, welche Hysteresis und Wirbelströme aufweisen, führt man am besten diese in die Rechnung ein und kümmert sich nicht um die Konstanz oder Veränderlichkeit des Selbstinduktionskoeffizienten, dessen Grösse man, wie die in §§ 4 und 5 gegebenen Ableitungen beweisen, überhaupt nicht zu kennen braucht. Damit soll jedoch keineswegs geleugnet werden, dass behufs einfacherer, wenn auch zuweilen gar nicht einfacher Behandlung eines Problemes der Wechselstromtechnik

die Voraussetzung eines konstanten Selbstinduktionskoeffizienten oder überhaupt die Einführung eines solchen in die Rechnung von grossem Vorteil sein kann.

Will man den oben behandelten Fall einer im Nebenschlusse angeordneten Drosselspule nach der orthodoxen Anschauungsweise behandeln, wie Bedell und Crehore[1]) es in ihrem trefflichen, mathematisch gehaltenen Buche über Wechselströme gethan haben, so verfährt man wie folgt:

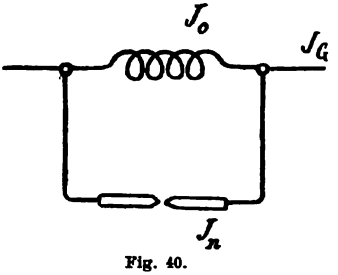


Fig. 40.
Drosselspule als Ersatzwiderstand.

Es werde wieder der Gesamtstrom $J_G = 10$ Ampère konstant gehalten. Derselbe teile sich in die Zweigströme J_n und J_o, welche den praktisch induktionsfreien Widerstand $R = 2$ Ohm und die praktisch widerstandslose Selbstinduktionsrolle

$$L_1 = 0{\cdot}02 \text{ Henry}$$

durchfliessen. ω sei $= 1000$.

Da uns die E. M. K. nicht gegeben ist, nehmen wir dieselbe z. B. $= E' = 10$ Volt an. Dieselbe wirkt in Richtung des Stromes J_n und ergiebt für denselben den Wert

$$J_n' = \frac{E'}{R} = \frac{10}{2} = 5 \text{ Ampère.}$$

Der andere Stromzweig erhält nur Erreger-, keinen Arbeitsstrom; da hier von Hysteresis und Wirbelströmen nicht die Rede sein kann, so oscillieren das Feld und der Erregerstrom und erzeugen keinen Effektverlust, sondern nur eine Phasenverschiebung. Die Stromstärke J_o ergiebt sich aus der Beziehung

$$J_o' = \frac{E'}{L_1 \omega} = \frac{10}{0{\cdot}02 \,.\, 1000} = 0{\cdot}5,$$

in welcher ω die bekannte Bedeutung hat.

Das Diagramm des Widerstandes R wäre also eine Linie J_n', das Diagramm des Widerstandes L eine zu J_n' senkrechte Linie J_o'; der Gesammtstrom wird somit, als Hypotenuse des rechtwinkeligen Dreiecks,

$$J_G' = \sqrt{J_n'^2 + J_o'^2} = \sqrt{5^2 + 0{\cdot}5^2} = 5{\cdot}025 \text{ Ampère.}$$

---

[1]) Bedell und Crehore, Alternating Currents. New York 1893, p. 246.

Da jedoch der Gesamtstrom auf dem konstanten Werte $J_G = 10$ Ampère erhalten werden soll, war die angenommene E. M. K. zu klein, und sämtliche Werte sind mit dem Verhältnis $\frac{J_G}{J_G'}$ zu multiplizieren. Dadurch erhalten wir die definitiven Werte

$$J_n = \frac{J_G}{J_G'} \cdot J_n' = \frac{10}{5{\cdot}025} \cdot 5 = 9{\cdot}95 \text{ Ampère},$$

$$J_o = \frac{J_G}{J_G'} \cdot J_o' = \frac{10}{5{\cdot}025} \cdot 0{\cdot}9 = 0{\cdot}995 \text{ Ampère},$$

und

$$E = \frac{J_G}{J_G'} \cdot E' = \frac{10}{5{\cdot}025} \cdot 10 = 19{\cdot}9 \text{ Volt}.$$

Die in dem Widerstande R verzehrte Energie ist

$$J_n \cdot E = 9{\cdot}95 \cdot 19{\cdot}9 = 198 \text{ Watt};$$

die im Widerstande L verzehrte ist vernachlässigbar, da der Strom J_o senkrecht steht zur E. M. K.

Zerbricht im vorliegenden Falle der Kohlenbügel der Glühlampe, welche den Stromkreis R bildet, so fliesst der Strom $J_0 = 10$ Amp. in die Spule L. Die Klemmenspannung muss jedoch in diesem Falle genügend hoch werden, um entgegen der E. M. K. der Selbstinduktion den Strom $J_0'' = 10$ Ampère im Stromkreise L hervorzurufen. Ihr Wert ist nach Gleich. 2:

$$E'' = L\,\omega\,J''_0 = 0{\cdot}02 \cdot 1000 \cdot 10 = 200 \text{ Volt}.$$

Man erkennt, dass auch diese Darstellungsweise, welche einschliesslich der Zahlenwerte dem vorerwähnten Buche von Bedell und Crehore entnommen ist, die nach Unterbrechung des induktionsfreien Stromkreises an den Klemmen der Drosselspule notwendig werdende Erhöhung der Spannung andeutet. Dass die Spannungserhöhung hier so bedeutend erscheint, ist eben auf die Annahme eines konstanten Selbstinduktionskoeffizienten zurückzuführen.

Die frühere Darstellungsweise giebt nur noch weiteren Aufschluss darüber, welche Vor- und Nachteile die Verwendung der Drosselspule gegenüber der Kurzschlussvorrichtung aufweist.

Die Kurzschlussvorrichtung muss, wenn sie Zweck haben soll, automatisch in dem Augenblicke wirken, wo der induktionsfreie Widerstand ausgeschaltet wird. Dieselbe muss also bewegliche Teile und federnde Kontakte haben, welche beide dem Verschleisse mehr oder weniger unterworfen sind. Allerdings verzehrt der Kurzschlusswiderstand nur dann Energie, wenn

der Hauptwiderstand (die Lampe) ausgeschaltet ist; die Grösse dieses Effektes muss jedoch gleich demjenigen sein, der bei normaler Funktion in der Lampe verzehrt wird. In diesem Falle ist keine Nachregulierung der Gesamtspannung erforderlich. Scheut man die Nachregulierung der Spannung nicht, so kann man den Kurzschlusswiderstand praktisch widerstandslos machen; die Spannung muss dann erniedrigt werden, sobald derselbe in Funktion tritt.

Die Drosselspule weist keine beweglichen oder federnden Teile auf; aber sie setzt Energie in Wärme um, solange der Hauptwiderstand (die Lampe) eingeschaltet ist. Die Grösse dieses verlorenen Effektes kann erheblich kleiner sein, als die bei normaler Funktion im Hauptwiderstande verzehrte, auch dann, wenn die Drosselspule allein eingeschaltet ist. In diesem Falle ist jedoch zur Konstanthaltung des Stromes eine Nachregulierung der Spannung erforderlich, und zwar muss die Spannung erhöht werden, sobald die Drosselspule allein vom Strome durchflossen wird.

6. Wirkungsweise des Kondensators im Wechselstromkreise.

Wir haben im Vorhergehenden Kenntnis davon erlangt, dass dem Vorhandensein der Selbstinduktion in einem Wechselstromkreise eine scheinbare Widerstandserhöhung entspricht. Eine dieser scheinbaren Widerstandserhöhung analoge Erscheinung können wir auch bei einem um seine Axe oscillierenden schweren Schwungrade beobachten, das zwischen Lagern mittels einer Kurbel von Hand drehbar angeordnet ist[1]). Dreht man mit einer Kraft, welche eben genügt, um die Lagerreibung zu überwinden, so rotiert das Schwungrad mit konstanter Winkelgeschwindigkeit; soll die letztere grösser werden, so muss auch die bewegende Kraft eine Vergrösserung erfahren. Lässt man die Kurbel los, so bleibt das Schwungrad nicht augenblicklich stehen, sondern dreht sich noch so lange weiter, bis die in demselben aufgespeicherte Energie sich mittels Reibung in den Lagern in Wärme umgesetzt hat. Wenn man aber, statt die Kurbel loszulassen, auf dieselbe in entgegengesetzter Richtung drückt, so wird das Schwungrad der mechanischen Kraft erst dann folgen, wenn die letztere die aufgespeicherte Energie vernichtet und die Reibung in den Lagern überwunden hat. Dann

[1]) J. Puluj, El. Zschr. 1891, p. 411.

erst wird die Kraft dazu verwendet, die Geschwindigkeit des Schwungrades zu vergrössern. Es tritt also in der Wirkung der Kraft eine zeitliche Verzögerung ein, und gleichzeitig muss mehr Arbeit geleistet werden, wenn das Schwungrad aufgehalten und in entgegengesetzter Richtung gedreht werden soll, als wenn die Drehung bloss in einer Richtung unterhalten werden soll. Das oscillierende Schwungrad wird also der arbeitenden Kraft scheinbar einen grösseren Widerstand entgegensetzen, als das in einer Richtung rotierende.

Das Problem, durch einen beliebigen Stromkreis einen Wechselstrom zu senden, ist somit analog jenem, einem mit Trägheit behafteten Körper eine oscillatorische Bewegung zu verleihen. Das Vorhandensein der Trägheitskräfte resultiert in diesem Falle in einer Erhöhung des Widerstandes, den der Körper der Kraft entgegensetzt, welche ihn zu bewegen strebt. Ist jedoch, im Falle des mit Trägheit behafteten Körpers, diese Kraft eine harmonisch variierende, so ist es leicht möglich, das Anwachsen des Widerstandes durch Anwendung einer passenden elastischen Gegenkraft zu verhüten. Der träge Körper wird unter dem Einflusse der elastischen Kraft, welche ihn stets auf eine bestimmte Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, eine bestimmte Schwingungsperiode besitzen, sobald man ihn aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, und seine scheinbare Trägheit wird den Nullwert annehmen, sobald die elastische Reaktion die gleiche Schwingungsperiode besitzt. Wir werden im folgenden erkennen, dass der elastischen Reaktions- oder Gegenkraft die Wirkung eines Kondensators entspricht, dass es, mit anderen Worten, möglich ist, die durch die Selbstinduktion hervorgerufene scheinbare Widerstandserhöhung und Phasenverschiebung durch Anwendung eines passenden Kondensators zu kompensieren.

Um die nicht gerade leicht verständliche Wirkungsweise des Wechselstromkondensators dem Verständnisse näher zu rücken, greifen wir vielleicht am besten auf die mechanischen Modelle zurück, welche Oliver Lodge[1]) ersonnen hat, um das Verhalten eines Leiters und eines Dielektrikums zu charakterisieren. Wir folgen dabei den Ausführungen, mit welchen der scharfsinnige Forscher seine »modernen Anschauungen« über das Wesen eines von einem Leiter geführten Stromes und eines im Dielektrikum auftretenden Verschiebungsstromes niederlegt.

[1]) Oliver J. Lodge, Modern Views of Electricity, Sec. Edit. p. 36 u. 419. Anm. (Die Fig. 41 u. 42 sind nach den Fig. 5 u. 6 dieses Werkes gezeichnet.)

Nach Faraday's Anschauungen war der ganze Raum um einen Leiter von Kraftlinien erfüllt; das den Leiter umgebende isolierende Medium war ihm der Sitz aller Erscheinungen, und der Leiter selbst stellte ihm nur eine Unterbrechung in der Kontinuität des elektrostatischen, kraftlinienerfüllten Dielektrikums dar. Diese elektrostatischen Kraftlinien haben, gleich den magnetischen, das Bestreben sich zu verkürzen und einander abzustossen, wenn sie gleich gerichtet sind; es wird also längs derselben ein Zug und senkrecht zu ihrer Richtung ein Druck auftreten, wie dies auch bei den magnetischen Kraftlinien der Fall war. Während aber die magnetischen Kraftlinien dadurch geschlossene Kurven sind, dass sie im Innern des magnetischen Körpers durch die Induktionslinien fortgesetzt werden, sind die elektrostatischen Kraftlinien nicht in sich geschlossen. Sie münden vielmehr an der Oberfläche des geladenen Körpers und ihre Enden sind die statischen Ladungen.

Natürlich sind die elektrostatischen Kraftlinien ebensowenig existierende Dinge als die magnetischen Kraftlinien oder als die Lichtstrahlen; alle drei bieten nur die Grundlagen zu einer bequemen Ausdrucksweise. Solange[1]) wir uns jedoch dieser Ausdruckweise bedienen, können wir uns kein geistiges Bild der thatsächlich auftretenden Vorgänge entwerfen. Und wie wir in der Optik zur Erklärung gewisser Vorgänge die Lichtstrahlen verlassen und zu den Wellen übergehen, so müssen wir auch in der Elektrizität, nachdem wir uns die elementaren Vorkommnisse zu eigen gemacht haben, die Kraftlinientheorie verlassen und versuchen, uns die im Dielektrikum auftretenden Bewegungen und Spannungen zu versinnlichen.

Die Begriffe der Materie und des Äthers sind uns wohl vertraut und wir wissen auch, dass diese beiden aufeinander in solcher Weise einwirken, dass ein Teil des Äthers die Materie scheinbar frei zu durchsetzen vermag, während der andere Teil sich mit der Materie bewegt, als ob er an sie gebunden wäre. Lodge[2]) geht nun einen Schritt weiter und zerlegt den Äther in zwei gleiche und entgegengesetzte Teile, welche beide Trägheit besitzen und miteinander elastisch derart verbunden sind, dass die Gegenwart grober Materie diese Verbindung zu schwächen oder sogar in manchen Fällen zu lösen vermag. Diese zwei Teile des Äthers nennen wir positive und negative Elektrizität;

[1]) Oliver J. Lodge, a. a. O. p. 27.
[2]) Oliver J. Lodge, a. a. O. p. 247.

der Zusammenhang zwischen denselben wird durch Metalle gelöst, durch weniger gute Isolatoren geschwächt, oder weniger starr gemacht.

Die Starrheit der Verbindung zwischen den zwei Teilen des Äthers irgend einer Substanz hängt mit der spezifischen induktiven Kapazität oder der Dielektrizitätskonstanten derselben zusammen, und zwar ist die Starrheit der reciproke Wert der Dielektrizitätskonstanten.

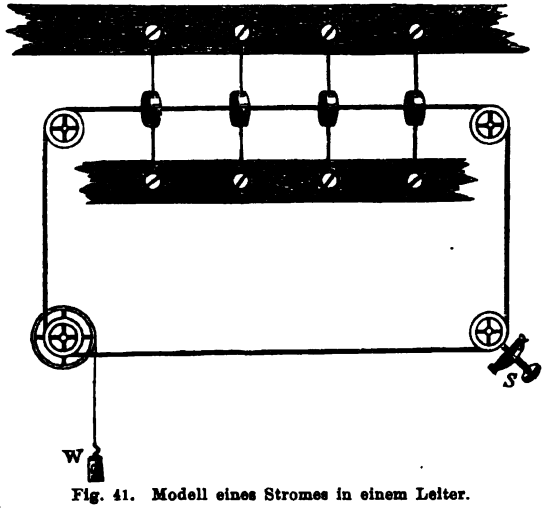


Fig. 41. Modell eines Stromes in einem Leiter.

Den Unterschied zwischen einem elektrischen Leitungsstrome und einem elektrischen Verschiebungsstrome erläutert Lodge an den nebenstehend abgebildeten Modellen (Fig. 41 und 42).

Im ersteren derselben läuft eine endlose, undehnbare Schnur durch die Ösen feststehender Perlen und über entsprechend angeordnete Rollen. Dieselbe bedeutet die in einem geschlossenen Stromkreise fliessende Elektrizität. Die feststehenden Perlen, durch welche sich die Schnur mit grösserer oder geringerer Reibung bewegen kann, bedeuten Atome der Leitersubstanz; der verschiedene Widerstand, welchen sie dem Durchgange der Schnur entgegensetzen, kann die spezifischen Widerstände der verschiedenen Leitersubstanzen darstellen. Den E. M. K. entsprechen Kräfte, welche die Schnur zu bewegen streben, z. B. Gewichte, welche an den Haken W gehängt werden. Wirkt eine solche Kraft, so ist nirgends eine Tendenz vorhanden, in die

frühere Lage zurückzuschnellen; die Schnur wird sich vielmehr weiterbewegen, und die zur Überwindung der Reibung verwendete Energie wird sich in Wärme umsetzen. Klemmen wir die Schnur mit einer Schraube S fest, so entspricht dies dem Widerstande ∞, d. h. der Stromunterbrechung.

In Figur 42 jedoch sind die Perlen fest mit der gleichfalls über Rollen geführten Schnur verbunden, so dass sie sich mit derselben bewegen müssen. Dieselben stellen Teilchen einer isolierenden Substanz, eines Dielektrikums, dar. Trotzdem verhüten sie nicht vollkommen die Bewegung der Schnur, da sie mit elastischen Fäden festgehalten werden. Sie gestatten der

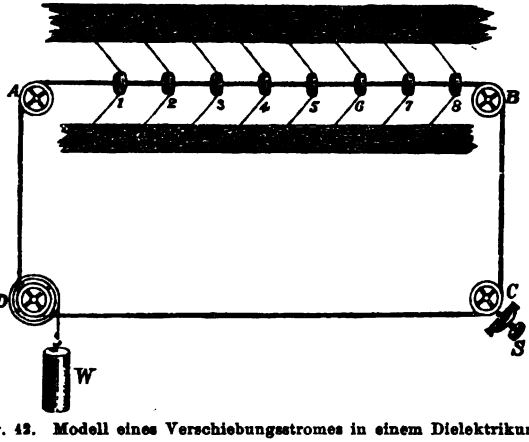


Fig. 42. Modell eines Verschiebungsstromes in einem Dielektrikum.

Schnur, je nach dem grösseren oder geringeren Grade ihrer Steifigkeit, unter dem Einflusse eines Gewichtes W eine bestimmte Bewegung auszuführen; klemmt man dann die Schnur mittels der Schraube S und entfernt das Gewicht W, so bleibt die Schnur in ihrer neuen Stellung, schnellt aber sofort zurück, sobald die Schraube S wieder gelöst wird. Nach einigen Oscillationen gelangen dann die Perlen wieder in ihre Anfangslage zurück.

Unter dem Einflusse der durch das Gewicht repräsentierten E. M. K. wird zwar keine elektrische Leitung, aber doch eine elektrische Verschiebung auftreten. Die eine Seite, A, erhält mehr Schnur als gewöhnlich, sie wird positiv geladen; die andere Seite, B, erhält weniger und wird somit negativ geladen. Dieser Zustand kann auf zweierlei Weise aufrecht erhalten werden:

entweder dadurch, dass man das Gewicht W weiter wirken lässt, — d. h. den Kondensator dauernd an die Batterie angeschlossen erhält, oder indem man die Schnur festklemmt und so den Widerstand unendlich macht — d. h. indem man die Klemmen des Kondensators isoliert.

Die spezifische induktive Kapazität oder Dielektrizitätskonstante des Dielektrikums ist durch die Dehnbarkeit der elastischen Fäden dargestellt; je steifer die Fäden sind, desto geringer ist die induktive Kapazität des Mediums, da zur Hervorrufung einer bestimmten Verschiebung dann offenbar eine grössere E. M. K. erforderlich ist.

Es ist hier nicht der Ort, näher darauf einzugehen, wie sich aus dem Modell Fig. 42 die übrigen bei Ladung oder Entladung eines Kondensators auftretenden Erscheinungen ablesen lassen; es sei darum hier nur auf Lodge's »Moderne Ansichten« hingewiesen.

Wir haben seine Modelle hauptsächlich dazu verwenden wollen, durch eine mechanische Analogie eine Vorstellung darüber zu wecken, in welcher Weise ein Verschiebungsstrom auftreten kann. Sobald man sich den Begriff des Verschiebungsstromes überhaupt klar gemacht hat, wird man an Hand des Lodge'schen Modelles auch leicht die Thatsache erfassen, dass unter dem Einflusse einer harmonisch variierenden E. M. K. das Dielektrikum von einem gleichfalls harmonisch variierenden Strome so lange durchflossen wird, als die E. M. K. an die Kondensatorplatten angeschlossen ist.

Die Grösse dieses Stromes lässt sich übrigens auch leicht analog früheren Überlegungen ableiten.

Denken wir uns einen Kondensator von der Kapazität C durch eine Leitung von geringem Widerstande R an eine Stromquelle E_G angeschlossen, deren E. M. K. sinusförmig variert; dann wird die Spannung E_C an den Klemmen des Kondensators sich von jener der Quelle nur um den vernachlässigbaren Betrag des Spannungsverlustes unterscheiden, den der das Dielektrikum durchfliessende Ladestrom J_o des Kondensators im Widerstande R erzeugt. (Fig. 43).

Dieser Ladestrom wird in dem Momente, wo die Klemmenspannung des Kondensators ihren positiven Maximalwert erreicht, gerade gleich Null, und einen Moment später wird der Kondensator beginnen, sich zu entladen, indem er einen positiven Strom erzeugt. In dem Masse, wie die Klemmenspannung des Kondensators bis auf Null abnimmt, wächst der Entladungsstrom bis

zu seinem positiven Maximalwerte an, um dann allmählich bis auf Null herabzusinken, während die Klemmenspannung von Null an bis zu ihrem negativen Maximum wieder ansteigt. Ist dieser Punkt erreicht, so erhält der jetzt vollkommen entladene Kondensator einen negativen Ladestrom, dessen Maximalwert mit dem Nullwerte der Klemmenspannung zusammenfällt. Nach dem Verlaufe einer weiteren Viertelperiode hat die E. M. K. zwischen den Kondensatorplatten wieder ihren positiven Maximalwert erlangt, und gleichzeitig hat die negative Ladung ihr Ende erreicht, da der Ladestrom Null geworden ist. Einen Moment später beginnt der Kondensator sich zu entladen, indem er wieder einen positiven Strom hervorruft.

Es besteht eben zwischen dem Lade- oder Erregerstrome und der Klemmenspannung des Kondensators eine ähnliche Be-

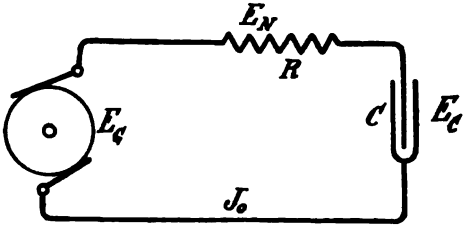


Fig. 43. Serienschaltung von Widerstand und Kapazität.

ziehung wie zwischen dem Erregerstrome eines Solenoides und der durch ihn hervorgerufenen Klemmenspannung. Es ist in beiden Fällen die E. M. K. gegeben durch die sekundliche Änderung in der Zahl der von dem Erregerstrome hervorgerufenen Kraftlinien.

Für den Kondensator drückt sich dieser Zusammenhang zwischen Erregerstrom J_o und Klemmenspannung E_C durch die Beziehung

$$J_o = \omega C E_C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

aus, in welcher ω die gewöhnliche Bedeutung hat

$$\omega = 2\pi p. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

Wenn wir die E. M. K. der Kondensatorplatten in einem Diagramme durch eine im Sinne des Uhrzeigers rotierende Gerade $\overline{O A}$ darstellen, so wird der Erregerstrom J_o des Kondensators durch eine Gerade $O J_o$ repräsentiert sein, welche gegen $\overline{O A}$ um 90^0 in Richtung der Verzögerung verschoben ist. (Fig. 44.)

In dem betrachteten Stromkreise (Fig. 43), der ausser dem Kondensator und der Quelle nur den induktionsfreien Widerstand R enthält, muss J_o der Gesamtstrom sein, wenn im Kondensator selbst keine Energie verzehrt wird; dies sei hier der Einfachheit halber vorausgesetzt. Die Gesamtspannung E_G der Stromquelle, welche im stande ist, in dem betrachteten Stromkreise den Strom J_o hervorzurufen, setzt sich dann zusammen aus dem Spannungsverlust $E_N = J_o R$ im Widerstande R und jener E. M. K., welche der Klemmenspannung des Kondensators gerade das Gleichgewicht hält.

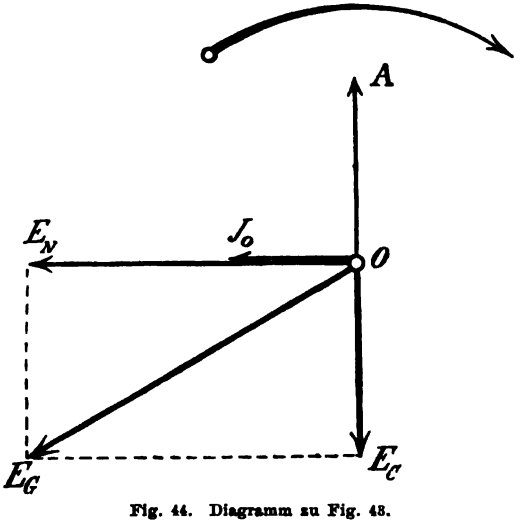


Fig. 44. Diagramm zu Fig. 43.

Man mache also im Diagramme Fig. 44 $\overline{O E_C} = -\overline{O A}$, d. h. man schneide auf der Verlängerung von O A das entgegengesetzt gerichtete Stück $\overline{O E_C}$ ab, dessen Länge gleich jener von $\overline{O A}$ ist; dann schneide man auf $\overline{O J_o}$ die Strecke $\overline{O E_N} = J_o R$ ab und ziehe die Resultierende $\overline{O E_G}$. Dieselbe stellt dann nach Grösse und Richtung die elektromotorische Gesamtkraft E_G der Quelle dar. Aus dem Diagramme folgt

$$E_G = \sqrt{\overline{O E_C}^2 + \overline{O E_N}^2} = \sqrt{E_C^2 + E_N^2} \quad . \quad . \quad 19)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{J_o}{\omega C}\right)^2 + J_o^2 R^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2} \quad . \quad . \quad 20)$$

Die Wurzelgrösse dieser Gleichung stellt den Quotienten aus der E. M. Gesamtkraft und dem von ihr erzeugten Strome J_o, mit anderen Worten die Impedanz X des Stromkreises, dar. Sie lässt sich als Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks darstellen, dessen zwei Katheten der Energie aufspeichernde Teil $\left(\frac{1}{\omega C}\right)$ und der Energie zerstreuende Teil R sind.

Aus dem Diagramme erkennt man auch ohne weiteres, dass der Erregerstrom J_o der elektromotorischen Gesamtkraft um einen Winkel φ voreilt, dessen Tangente gleich dem Quotienten aus dem Energie aufspeichernden und dem Energie zerstreuenden Teile ist

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{1}{\omega C R} \quad \ldots \ldots \quad 21)$$

Wenn wir Zahlenwerte in die vorstehenden Gleichungen einführen wollen, müssen wir die Kapazität C nicht wie üblich in Mikrofarad, sondern in Farad einführen, wobei zu beachten ist, dass 1 Mikrofarad $= 10^{-6}$ Farad.

So wäre für einen Kondensator von 2 Mikrofarad

$$C = 2 \,.\, 10^{-6} \text{ Farad}$$

bei 6000 Polwechseln in der Minute, entsprechend $p = 50$ und $\omega = 314$, und bei einer Klemmenspannung E_0 der das Dielektrikum des Kondensators passierende Strom

$$J_o = 2000 \,.\, 314 \,.\, 2 \,.\, 10^{-6} = 1{\cdot}256 \text{ Ampère.}$$

Dieser Fall entspricht ungefähr einem konzentrischen Kabel von 220 *qmm* Querschnitt in jedem Leiter und etwa 5 *km* Länge; solange 2000 Volt auf dasselbe einwirken, wird bei vollkommener Isolation der Leiter voneinander ein Strom von etwa $1^1/_4$ Ampère das Dielektrikum passieren [1]).

7. Effektverbrauch im Kondensator.

Wir haben beim Entwerfen des Diagrammes die Voraussetzung gemacht, dass der Kondensator keine Energie konsumiert, sondern dass dem oscillierenden Erregerstrome nur eine Aufspeicherung und Wiedergewinnung von Energie entspricht.

Die Analogie in dem Verhalten eines dielektrischen Körpers im elektrostatischen Felde und eines magnetischen Körpers im magnetischen Felde legt den Gedanken nahe, dass bei dielektrischen Körpern im elektrostatischen Felde, z. B. bei den isolierenden

[1]) C. P. Feldmann, El. Zeitschr. 1891, p. 76.

Schichten eines an eine Wechselspannung angeschlossenen Kondensators, eine der magnetischen Hysteresis analoge Erscheinung auftritt. Das Vorhandensein dielektrischer Hysteresis erscheint deshalb wahrscheinlich, weil man bei vielen Kondensatoren eine Erwärmung beobachtet, wenn sie an eine Wechselspannung angeschlossen sind.

Um die Grösse dieses Effektverlustes und seine Abhängigkeit von der E. M. K. zu bestimmen, hat Steinmetz[1]) zu Anfang 1892 eine Reihe von Versuchen an einem Kondensator von 3 Mikrofarad durchgeführt, als deren Ergebnis er den Satz aufstellte: „Die von einem dielektrischen Medium unter dem Einflusse eines wechselnden elektrostatischen Feldes verzehrte Energie ist proportional dem Quadrat der Intensität des elektrostatischen Feldes und damit auch dem Quadrate der Klemmenspannung des Kondensators." Dieser Satz gilt jedoch nur, solange das Dielektrikum nicht durch Anwendung einer zu hohen Spannung überanstrengt wurde; in diesem Falle ist der vom Kondensator verzehrte Effekt naturgemäss erheblich höher als zuvor. Auch Hutin und Leblanc[2]) haben an Kondensatoren, deren Dielektrikum durch paraffiniertes Papier oder Ebonit gebildet war, eine gewisse Erwärmung beobachtet, deren Grösse jedoch unmittelbar nach der Herstellung des Kondensators den höchsten Wert besass und, bei dauerndem Anschlusse des Kondensators an eine Wechselspannung von entsprechender Höhe, mehr und mehr abnahm. Dieses Verhalten des der Erwärmung entsprechenden Energieverlustes zeigt deutlich an, dass derselbe einer Nebenschliessung oder einer nicht vollkommenen Isolation im Innern des Kondensators zuzuschreiben war.

Solange das durch paraffiniertes Papier gebildete Dielektrikum des von Steinmetz untersuchten Kondensators noch nicht zu hohen Spannungsverlusten ausgesetzt worden war, betrug auch bei der maximal zulässigen Spannung der Energieverlust nur 910000 Erg = 0·09 Watt. Wenn wir daher im Folgenden den durch dielektrische Hysteresis bewirkten Energieverlust bei allen Ableitungen vernachlässigen, mag dies damit begründet werden, dass im allgemeinen bei einem gut isolierten Kondensator der Energieverlust klein sein wird und dass ausserdem bis jetzt keinerlei Mitteilungen über die absolute Grösse des bei ver-

[1]) Ch. Steinmetz, El. Zeitschr. 1892, p 227, und El., London, 28, p. 602. Vergl. auch die Arbeiten von A. Hess und die Diskussion darüber. Lum. él. 46, p. 401, 507. Lum. él. 47, p. 279, 466.

[2]) M. Hutin und M. Leblanc, Lum. El. 1891, 40, p. 260.

schiedenen Dielektricis pro Cyklus und Kubikcentimeter auftretenden Hysteresisverlustes vorliegen. In allen jenen Fällen, wo wir merkbare Energieverluste in einem Kondensator beobachten, sind dieselben einer ungenügenden Isolierung der Belegungen zuzuschreiben.

8. Serienschaltung eines Induktionswiderstandes und eines Kondensators.

Da der Grenzfall eines Induktionswiderstandes für stets kleiner werdende Induktion der von Induktion freie Widerstand ist, so mögen wir hier auch den Fall behandeln, wo mehrere Widerstände R_1, R_2, R_3 und mehrere Kondensatoren C_1, C_2, C_3 in Serie geschaltet sind[1]). (Fig. 45.)

Wenn wir die elektromotorische Gesamtkraft ermitteln wollen, welche erforderlich ist, um in diesem Serienkreise den Strom J_G

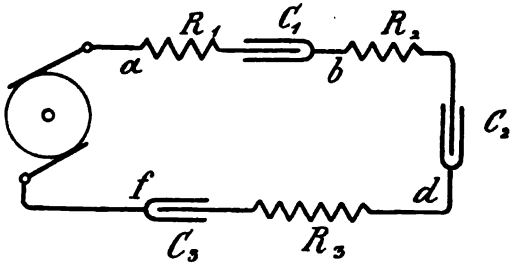


Fig. 45. Serienschaltung von induktionsfreien Widerständen und Kondensatoren.

hervorzurufen, konstruieren wir zunächst nach den Darlegungen des § 6 das Dreieck der E. M. K. für den Teil a b des Gesamtstromkreises.

Es sei $\overline{OA}$ (Fig. 46) der gegebene Strom J_G, und der Abschnitt $\overline{OB}$ stelle nach Grösse und Richtung den im Widerstande R_1 auftretenden Spannungsverlust dar. Dann errichten wir auf $\overline{OA}$ im Punkte B die Senkrechte $\overline{BD}$ und legen an $\overline{OA}$ im Punkte O den Winkel φ_1 in Richtung der Verzögerung, dessen Tangente gegeben ist durch die Beziehung

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \operatorname{tg} BOD = \frac{1}{\omega C_1 R_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 21)$$

Dann wird $\overline{BD}$ die Grösse der Klemmenspannung des Kondensators C_1 und $\overline{OD}$ die Grösse der Gesamtspannung E_1 für den Teil a b des Stromkreises darstellen.

[1]) Vergl. Bedell und Crehore, Alt. Currents. New York 1893. p. 278.

Durch Wiederholung dieser Konstruktion für die Teile b d und d f des Stromkreises erhalten wir die Dreiecke D F G und G H K. Die zu $\overline{O A}$ parallelen Katheten $\overline{D F}$ und $\overline{G H}$ derselben stellen die Spannungsverluste $J_G R_2$ und $J_G R_3$, die zu $\overline{B D}$ parallelen Katheten $\overline{F G}$ und $\overline{H K}$ stellen die Klemmenspannungen $\frac{J_G}{\omega C_2}$ und $\frac{J_G}{\omega C_3}$ des zweiten und dritten Kondensators dar. Der Polygonzug O D, D G, G K der Gesamtspannungen E_1, E_2, E_3 ergiebt als Resultierende nach Grösse und Richtung die gesuchte E. M. K. des gesamten Stromkreises, die Linie $\overline{O K}$.

Fällt man schliesslich vom Endpunkte K der elektromotorischen Gesamtkraft des letzten Teiles des Stromkreises eine

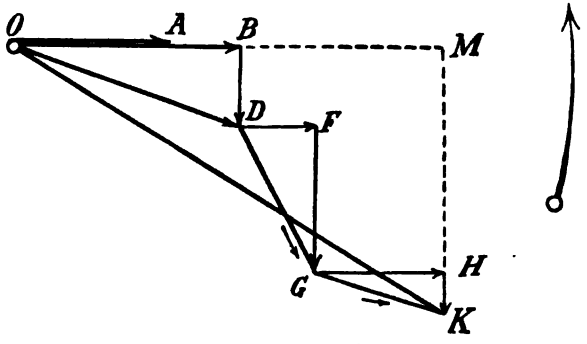


Fig. 46. Diagramm zu Figur 45.

Senkrechte $\overline{K M}$ auf $\overline{O A}$ oder seine Verlängerung, so erkennt man, dass sich die Konstruktion der elektromotorischen Gesamtkraft dadurch vereinfachen lässt, dass man die Energie in Wärme umsetzenden Teile des Stromkreises von den Energie verzehrenden Teilen desselben trennt und jeden dieser Teile zur Kathete eines rechtwinkeligen Dreiecks macht. Die Hypotenuse dieses Dreiecks stellt dann die gesuchte elektromotorische Gesamtkraft des Stromkreises dar.

In unserem Falle ergiebt die

$$\Sigma J_G R = J_G \Sigma R = J_G (R_1 + R_2 + R_3) \quad . \quad . \quad 22)$$

diejenige Kathete O M des rechtwinkeligen Dreiecks, welche den Energie zerstreuenden Teilen des Stromkreises entspricht, und die

$$\Sigma \frac{J_G}{C \omega} = \frac{J_G}{\omega} \Sigma \frac{1}{C} = \frac{J_G}{\omega} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \quad . \quad 23)$$

ergiebt diejenige Kathete M K, welche den Energie aufspeichern-

den Teilen des Stromkreises entspricht. Die elektromotorische Gesamtkraft der Stromquelle ist dann wie bei der vorherigen Konstruktion durch die Hypotenuse O K des rechtwinkeligen Dreiecks dargestellt.

Sobald ein Stromkreis Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität gleichzeitig enthält, besteht das Polygon der E. M. K. aus vier Linien, von denen jedoch zwei bis anf das Vorzeichen zusammenfallen. Die elektromotorische Gesamtkraft E_G der Quelle eines solchen Kreises (Fig. 47) muss im stande sein, den Spannungsverlust E_N im Widerstande R, $E_N = J_G R$, die Klemmenspannung $E_C = \frac{J_G}{C\omega}$ und die E. M. K. der Selbstinduktion $E_S = L\omega J_G$ zu überwinden. Nun eilt die E. M. K. E_S um 90^0 dem Strome und damit der Spannung E_N vor, während die

Fig. 47. Serienschaltung von Selbstinduktion, Widerstand und Kapazität.

E. M. K. E_C um 90^0 hinter dem Strome und der Spannung E_N zurückbleibt. Die zur Überwindung der Selbstinduktion und der Klemmenspannung des Kondensators erforderlichen elektromotorischen Kräfte sind also stets einander entgegengesetzt gerichtet und lassen sich zu einer einzigen E. M. K. zusammensetzen, welche gleich der algebraischen Summe dieser Kräfte, $E_C - E_S = J\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)$, ist und welche natürlich auch um eine Viertelperiode gegen den Strom verschoben, also im Diagramme durch eine zu diesem senkrecht stehende Gerade charakterisiert ist. Dieses Diagramm reduziert sich somit wieder auf ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen eine Kathete die die Energie zerstreuende E. M. K. $E_N = R J_G$, und dessen zweite Kathete jene resultierende E. M. K. ist, welche dem Energie in Form eines magnetischen oder elektrostatischen Feldes aufspeichernden Teile des Stromkreises entspricht.

Die Konstruktion der elektromotorischen Gesamtkraft E_G, welche erforderlich ist, um in einem Stromkreise von dem Widerstande R_1, der Kapazität C und der Selbstinduktion L den Strom J_G hervorzurufen, kann auf verschiedene Art durchgeführt werden.

Fasst man zuerst die Klemmenspannung E_C des Kondensators ins Auge, so entspricht derselben im Diagramme, Fig. 48, die Linie $\overline{OB} = E_C = \frac{J}{C\omega}$; wenn dann $\overline{OA}$ den im Widerstande R auftretenden Spannungsverlust darstellt, so ist O D jene E. M. K., welche die Klemmenspannung des Kondensators und den Spannungsverlust zu überwinden vermag, d. i. die E. M. K. zwischen a und b (Fig. 46). Errichtet man in D

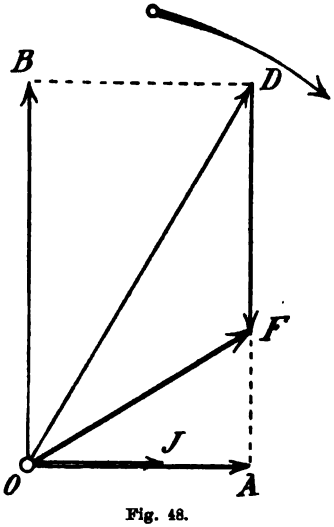


Fig. 48.

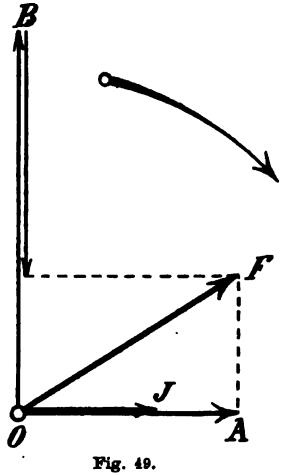


Fig. 49.

auf $\overline{OA}$ eine Senkrechte $\overline{DF}$, welche $\overline{OB}$ entgegengesetzt gerichtet ist, schneidet auf dieser Senkrechten die Länge

$$\overline{DF} = E_S = L\omega J$$

ab und verbindet den Endpunkt F des Abschnittes mit O, so stellt O F nach Grösse und Richtung die gesuchte elektromotorische Gesamtkraft dar.

Einfacher wird das Diagramm, wenn man direkt die beiden Energie aufspeichernden elektromotorischen Kräfte zusammenfasst. Man erhält dann Figur 49, ein rechtwinkeliges Dreieck O A F, dessen eine Kathete $OA = JR$ ist und dessen zweite Kathete den Ausdruck $\left(\frac{J}{C\omega} - L\omega J\right)$ darstellt.

Aus dem ersten der Diagramme lässt sich ohne weiteres erkennen, dass durch die Zufügung der Selbstinduktion zu dem mit Widerstand und Kapazität behafteten Kreise sowohl die

Phasenverschiebung zwischen Strom und elektromotorischer Gesamtkraft als auch diese selbst bedeutend vermindert und bei passender Wahl der Grössen zu minimalen Werten gebracht werden können.

Wenn wir uns denken, dass in dem ersten Diagramme die Linie $\overline{D\,F}$ allmählich anwächst, so wird der Punkt F auf der Geraden $\overline{F\,A}$ sich gegen A hin bewegen, und es werden sowohl die elektromotorische Gesamtkraft als auch der Verschiebungswinkel kleiner und kleiner werden. Figur und Formel lassen in gleicher Weise erkennen, dass E_G und $\varphi_1 = A\,O\,F$ ihre Minimalwerte erreichen, wenn der in Klammern gesetzte Ausdruck Null wird. In diesem Falle, der durch die Beziehung

$$\left(\frac{1}{C\,\omega} - L\,\omega\right) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26)$$

charakterisiert ist, wird

$$E_G = J\,R \text{ und } \operatorname{tg}\varphi_1 = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26a)$$

d. h. mit Worten: In dem Falle, wo die verzögernde Wirkung der Selbstinduktion und die beschleunigende der Kapazität des Stromkreises sich gerade das Gleichgewicht halten, sind Strom und Spannung in gleicher Phase, und ausserdem ist die zur Erzeugung des Stromes erforderliche E. M. K. durch das Produkt aus Strom und Widerstand bestimmt.

Die infolge des Zusammenwirkens von Selbstinduktion und Kapazität ermöglichte Verringerung der elektromotorischen Gesamtkraft der Stromquelle lässt noch eine eigentümliche Erscheinung klar zutage treten. Solange sich in einem Stromkreise nur Selbstinduktion und Widerstand oder nur Kapazität und Widerstand gleichzeitig vorfinden, muss die E. M. K. der Stromquelle grösser sein als die E. M. K. der Selbstinduktion oder die Klemmenspannung des Kondensators; wenn aber Selbstinduktion und Kapazität in einem mit Widerstand behafteten Stromkreise gleichzeitig auftreten, kann die E. M. K. der Stromquelle kleiner sein als die E. M. K. der Selbstinduktion oder die Klemmenspannung des Kondensators.

In dem in Fig. 48 dargestellten Falle ist das Verhältnis der Klemmenspannung E_C des Kondensators zur elektromotorischen Gesamtkraft E_G der Stromquelle[1])

[1]) Vergl. Th. H. Blakesley, die elektrischen Wechselströme, deutsch von C. P. Feldmann, p. 41, und C. P. Feldmann, El. Zeitschr. 1892, p. 96; ferner J. A. Fleming, El., London, 25, p. 259, und 26, p. 18, und G. Kapp, El., London, 26, p. 231.

$$\left(\frac{E_C}{E_G}\right)^2 = \left(\frac{OB}{OF}\right)^2 =$$

$$= \frac{J^2}{C^2\omega^2} \cdot \frac{1}{J^2\left[R^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2\right]} =$$

$$= \frac{1}{C^2\omega^2 R^2 + (1 - \omega^2 CL)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 27)$$

Aus der Form des Nenners dieses Quotienten erkennt man, dass derselbe auch Werte annehmen kann, die grösser als Eins sind. Der kritische Wert der Kapazität, welcher das Verhältnis der Klemmenspannung des Kondensators zur elektromotorischen Gesamtkraft gleich der Einheit macht, ist

$$C = \frac{2L}{R^2 + \omega^2 L^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 28)$$

Besitzt C grössere Werte, so überwiegt die elektromotorische Gesamtkraft; wird aber C kleiner als dieser kritische Wert, so kann bei passender Wahl der geeigneten Grössen die Spannung an den Kondensatorplatten beträchtlich grösser sein als die elektromotorische Gesamtkraft der Quelle. «Dies ist», wie Hopkinson[1]) bereits im Jahre 1884 hervorhob, «eine Resonanzerscheinung ähnlich jenen, welche bei der Theorie des Schalles und in vielen anderen Zweigen der Physik so bekannt sind.» Für eine gegebene Kondensatorspannung oder Selbstinduktion kann die E. M. K. der Quelle die maximale Reduktion erfahren, wenn die Kapazität die Hälfte ihres kritischen Wertes erreicht, wenn also

$$C = \frac{L}{R^2 + \omega_2 L_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 28a)$$

Die vollkommene Analogie des Problemes mit den aus der Lehre vom Schall so gut bekannten Resonanzerscheinungen tritt am deutlichsten zutage, wenn man bedenkt, dass für höhere Werte von ω, R_2 vernachlässigbar wird gegen $\omega^2 L^2$ und dass dann die Beziehung für den maximalen Resonanzeffekt übergeht in

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 29)$$

---

[1]) J. Hopkinson, Journ. Soc. Tel. Eng. and El, 13, 13. November 1884, p. 513.

Da nun aber $\omega = \pi p$ und $p = \frac{2}{T}$, so ist auch

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} \text{ oder } T = 2\pi \sqrt{CL} \quad \ldots \quad 29a)$$

Diese Beziehung giebt uns nicht nur die Periode desjenigen Stromes, welcher das Dielektrikum des Kondensators am leichtesten passiert, sondern zugleich jenen Ton, welchen ein unter dem Einflusse einer elastischen Kraft $\frac{1}{C}$ stehender, vibrierender Körper am leichtesten reproduziert. Bei dem vibrierenden Körper annulliert die elastische Reaktion $\frac{1}{C}$ gerade die durch das Trägheitsmoment L des Körpers hervorgerufene Erhöhung des Widerstandes gegen die Bewegung. In ähnlicher Weise hebt die aus der obigen Beziehung ermittelte Kapazität gerade die Wirkungen der Selbstinduktion auf, so dass der Strom sich, wie wir schon auf Seite 93 sahen, als Quotient aus E. M. Gesamtkraft und Widerstand ergiebt.

Die dort angeführte Bedingungsgleichung $\frac{1}{C\omega} - L\omega = 0$ stimmt mit der obigen überein, da auch aus der letzteren folgt

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} \quad \ldots \quad 29)$$

Dr. J. Hopkinson, der den vorliegenden Fall schon am 13. November 1884 gleichzeitig mit der Theorie der Parallelschaltung zweier Wechselstrommaschinen der Society of Telegraph Engineers and Electricians vortrug, gab damals ein Beispiel, worin er die E. M. G. = 100 Volt, R = 0·1 Ohm, C = 100 Mikrofarad und $\omega L = 8$ setzte, so dass sich die E. M. C. etwa als Achtzigfaches der E. M. G. der Quelle ergab.

In der Praxis werden sich solche Werte wohl kaum erreichen lassen. Doch findet auch schon für weit kleinere Werte der Kapazität eine merkbare Spannungserhöhung statt, wenn nur die Selbstinduktion beträchtliche Werte erreicht.

So hat Dr. W. E. Sumpner[1]) im November 1889 mit einem Transformator experimentiert, dessen sekundäre Spule

[1]) W. E. Sumpner, El. Londou, 24. p. 60.

einen Widerstand von 6000 Ohm besass und dessen sekundärer Selbstinduktionskoëffizient 50 Henry war. Er verband die sekundäre Spule in Serie mit einem Kondensator von 0·05 Mikrofarad und fand bei Messung der Spannung an den Enden der Transformatorspule und des Kondensators, dass jede dieser Spannungen die Potentialdifferenz an den Enden der Kombination weit übertraf, sobald die Zahl der Polwechsel entsprechend gewählt war. Die Rechnung zeigt, dass die günstigste Polwechselzahl 196 pro Sekunde wäre und dass in diesem Falle der Spannungsunterschied an den Enden der zwei in Serie geschalteten Apparate etwa gleich einem Fünftel der an

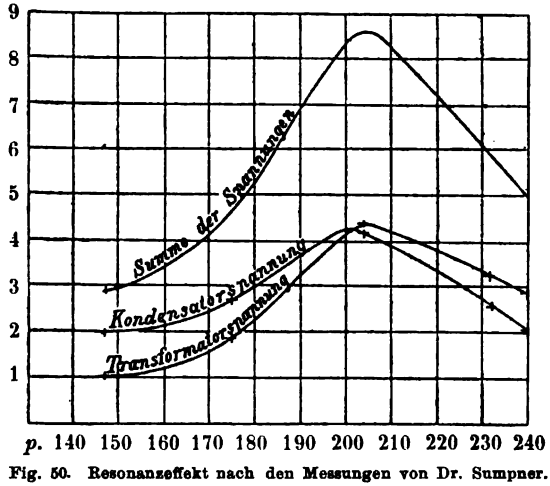


Fig. 50. Resonanzeffekt nach den Messungen von Dr. Sumpner.

jedem einzelnen Apparate beobachteten Spannung sein müsste. Zur experimentellen Bestätigung dieser Berechnung wurden bei variablen Geschwindigkeiten der Wechselstrommaschine die Magnete derselben entsprechend erregt, so dass die Maschine etwa 30 Volt Klemmenspannung ergab. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle niedergelegt, in welcher die erste Spalte die Polwechselzahlen, die zweite das Verhältnis der Transformatorspannung zur Spannung der Dynamo, die dritte das Verhältnis der Kondensatorspannung zur Spannung der Dynamo und die vierte die Summe dieser zwei Verhältnisse angiebt, welche, ohne Vorhandensein eines Resonanzeffektes, stets gleich der Einheit hätte sein müssen.

Tabelle.

Polwechsel pro Sekunde	Transformator-spannung	Kondensator-spannung	Summe der Spannungen
146	1·00	1·93	2·93
175	1·84	2·64	4·48
204	4·38	4·14	8·52
232	3 28	2·49	5·77
240	2·21	2·06	4·97

Die Ergebnisse dieser Versuche sind, so genau es sich bei den wenigen beobachteten Punkten machen liess, in der Fig. 50 niedergelegt; die Kurven lassen deutlich erkennen, dass eine weitere Erhöhung der Polwechselzahl den Effekt erniedrigt

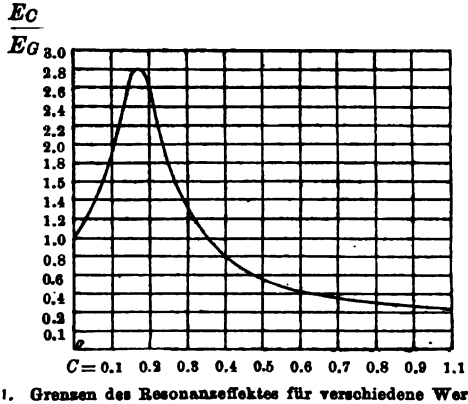


Fig. 51. Grenzen des Resonanzeffektes für verschiedene Werte von C.

$L = 50$ Henry.
$R = 6000$ Ohm.
$\omega^2 = 10^5$.

$$\left(\frac{E_G}{E_C}\right)^2 = (1 - 5\,C)^2 + 3{\cdot}6\,C^2.$$

hätte, und dass die günstigste Polwechselzahl nahe an 200 liegt. Die Spannungen an den Transformatorklemmen und Kondensatorklemmen werden einander bei etwa 200 Polwechseln pro Sekunde gleich und die Summe der Verhältnisse wird in der Nähe von 200 Polwechseln grösser als der in der Tabelle angeführte höchste Wert 8·52. Die verhältnismässig geringe Abweichung zwischen Theorie und Experiment glaubt Dr. Sumpner darauf zurückführen zu müssen, dass die Selbstinduktion der mit einem Eisenkern versehenen Spule nicht mit rasch alternierenden Strömen, sondern mit einer einzigen Stromwendung gemessen wurde.

Berechnet man[1]) für die von Dr. Sumpner benutzte Spule und für $\omega^2 = 10^5$, was etwa 100 Polwechseln pro Sekunde entspricht, das Verhältnis der E. M. K. E_C zur E. M. K. E_C unter Zugrundelegung verschiedener Werte der Kapazität des Kondensators, so zeigen die in Fig. 51 niedergelegten, aus Gleichung (27) ermittelten Resultate, dass nur für den engen Bereich, der zwischen den Grenzwerten $C = 0$ und $C = 0{\cdot}35$ Mikrofarad liegt, eine Resonanzerscheinung auftritt. Eine Erhöhung der

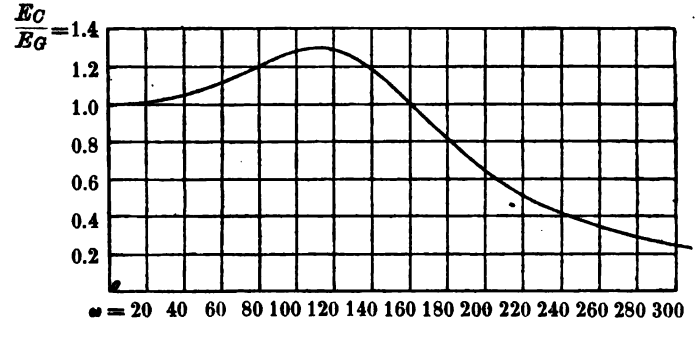


Fig. 52. Grenzen des Resonanzeffektes für verschiedene Werte von w.
L = 50. R = 6000 Ω. C = 1.

$$\left(\frac{E_G}{E_C}\right)^2 = \left[1 - 0{\cdot}5\left(\frac{\omega}{100}\right)^2\right]^2 + 0{\cdot}36\left(\frac{\omega}{100}\right)^2.$$

Kapazität über $C = 0{\cdot}35$ Mikrofarad erniedrigt nur das Verhältnis $\frac{E_C}{E_G}$, dessen Maximalwert für den vorliegenden Fall $R = 6000$ Ohm, $L = 50$ Henry, $\omega = 10^5$, bei der Kapazität $C = 0{\cdot}18$ Mikrofarad erreicht wird. Ähnliche Verhältnisse lässt folgende Fig. 52 erkennen, in welcher für die Sumpner'sche Spule und einen Kondensator von 1 Mikrofarad jene Werte von ω zu erkennen sind, für welche der Resonanzeffekt eintritt. Die Werte liegen zwischen $\omega = 0$ und $\omega = 160$, entsprechend etwa 51 Polwechseln pro Sekunde; die maximale Spannungserhöhung tritt dann ein, wenn $\omega = 110$, d. h. p_2 etwa gleich 35 Polwechseln pro Sekunde ist. Der Maximalwert, den das Verhältnis $\frac{E_C}{E_G}$ hierbei erreicht, ist jedoch nur etwa gleich 1·3.

---

[1]) C. P. Feldmann, El. Zeitschr. 1892, p. 96 ff.
Die Figuren 50 bis 53 sind dieser Reihe von Artikeln entnommen.

Konstruiert man schliesslich die Kurve, Fig. 53, welche für R = 6000 Ohm und C = 0·5 Mikrofarad die Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{E_C}{E_G}$ von dem Selbstinduktionskoëffizienten L darstellt, so erkennt man zunächst, dass die Kurve nicht wie die vorhergehenden bei dem Ordinatenwerte 1·0, sondern für L = 0 bei dem Ordinatenwerte 0·725 beginnt, welcher der für L = 0 geltenden Beziehung

$$\frac{E_C}{E_G} = \sqrt{1 + \frac{0{\cdot}5^2 \,.\, 10^6 \,.\, 36 \,.\, 10^6}{10^{12}}} = \sqrt{1{\cdot}9}$$

oder

$$\frac{E_C}{E_G} = 0{\cdot}725$$

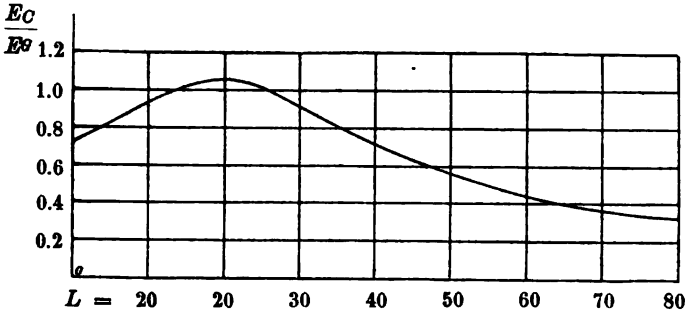


Fig. 53. Grenzen des Resonanzeffektes für verschiedene Werte von L.
C = 0·5. $\omega^2 = 10^6$. R = 6000 Ohm.

$$\left(\frac{E_G}{E_C}\right)^2 = (1 - 0{\cdot}05\,C)^2 + 0{\cdot}9.$$

entspricht. Derselbe Wert des Verhältnisses $\frac{E_C}{E_G}$ wird auch für L = 40 Henry erreicht, wo $L\,C\omega^2 = 1$ ist. Zwischen diesen Grenzwerten zeigt die Form der Kurve den Resonanzeffekt an, der seinen Maximalwert 1·056 für das Verhältnis $\frac{E_C}{E_G}$ bei einem Werte von L = 20 Henry, also genau mitten zwischen den Grenzwerten, erreicht. Wäre die Kapazität des Kondensators C nur gleich 0·05 Mikrofarad, also gleich einem Zehntel des soeben betrachteten Wertes gewesen, so wäre die maximale Spannungssteigerung bei L = 200 Henry eingetreten und es hätte dann die Kondensatorspannung den 10·6-fachen Wert der Maschinenspannung erreicht. Diese Be-

trachtungen zeigen also alle, dass für das als variabel angenommene Element im allgemeinen verhältnismässig enge Grenzen vorhanden sind und dass der Resonanzeffekt im allgemeinen um so bedeutender wird, je kleiner die Kapazität ist, nur dass für diesen Fall der Selbstinduktionskoëffizient ungewöhnlich hohe Werte annehmen muss.

Bei Untersuchung von konzentrischen Kabeln in Längen von 200—300 *m*, wie sie in der Regel vorkommen, liegt diese kleine Kapazität vor. Wenn also diese Untersuchungen mit einem Transformator für hohe Spannungen und mit grossem Übersetzungsverhältnis vorgenommen werden, so wird im Stromkreise auch eine bedeutende Selbstinduktion vorhanden und somit ein beträchtlicher Resonanzeffekt zu erwarten sein. Vielfache Messungen, die der Verfasser an konzentrischen Kabeln vorzunehmen Gelegenheit hatte, haben diese Überlegung als vollkommen richtig erwiesen. [1])

9. Parallelschaltung eines Induktionswiderstandes und eines Kondensators.

Wir haben in den vorhergehenden Paragraphen erfahren, dass die Einfügung einer Kapazität in einen mit Widerstand behafteten Wechselstromkreis Erscheinungen hervorruft, welche jenen der Selbstinduktion genau entgegengesetzt sind. Wir sind schliesslich zu der Erkenntnis gelangt, dass in einem mit Widerstand R, Selbstinduktion L und Kapazität C behafteten Stromkreise die Wirkungen der Selbstinduktion und Kapazität sich vollkommen aufheben können, so dass der das Dielektrikum des Kondensators durchfliessende Strom J_G denselben Wert erlangt, als ob die mit dem Strome gleichphasige E. M. Gesamtkraft E_G auf einen Stromkreis vom Widerstand R wirkte.

Die Bedingung dafür war $C = -\frac{1}{\omega^2 L}$, oder in anderer Schreibweise

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 29)$$

Der positiven Selbstinduktion L hält also in dem betrachteten Grenzfalle die gleich grosse, aber entgegengesetzt gerichtete negative Selbstinduktion des Kondensators, $\frac{1}{\omega^2 C}$, das Gleichgewicht.

---

[1]) Vergl. Seite 109 dieses Buches.

Wir können also jede in den Stromkreis eingefügte Kapazität C als äquivalent einer negativen Selbstinduktion auffassen, welche statt einer Verzögerung des Stromes eine Voreilung desselben gegenüber der E. M. Gesamtkraft bewirkt. Der dem Kondensator C entsprechende negative Selbstinduktionskoëffizient ist

$$L = -\frac{1}{\omega^2 C} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 30)$$

Von dieser Anschauungsweise ausgehend, vermögen wir für den mit Widerstand und Kapazität oder Widerstand,

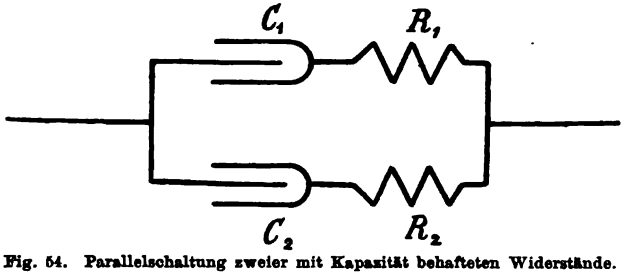


Fig. 54. Parallelschaltung zweier mit Kapazität behafteten Widerstände.

Kapazität und Selbstinduktion behafteten Stromkreis ohne weiteres alle jene Probleme zu lösen, welche wir für den nur mit Widerstand und Selbstinduktion behafteten Kreis bereits gelöst haben.

Es sei z. B. der Gesamtstrom J eines Stromkreises zu finden, welcher zwischen den gemeinschaftlichen Punkten (Fig. 54) die E. M. Gesamtkraft $E_G = 1000$ Volt besitzt und sich in zwei parallele Zweige spaltet. Jeder dieser Zweige besteht aus einem Widerstande und einem in Serie dazu geschalteten Kondensator. Die gegebenen Daten sind:

$E_G = 1000$	$E_G = 1000$
$\omega = 1000$	$\omega = 1000$
$C_1 = 1 \times 10^{-6}$	$C_2 = 2 \times 10^{-6}$
$R_1 = 200$	$R_2 = 1000$

und somit

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{1}{\omega C_1 R_1} = 5 \qquad \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{1}{\omega C_2 R_2} = 0{\cdot}5.$$

Wir verfahren analog wie beim Entwurfe der Figur 31. Von der E. M. Gesamtkraft $E_G = 1000$ Volt ausgehend, schlagen wir über der dieselbe darstellenden Geraden O A einen Halb-

kreis, legen in A an $\overline{OA}$ die zwei Verschiebungswinkel φ_1 und φ_2 in Richtung der Voreilung und erhalten so die zwei rechtwinkeligen Dreiecke O A B für den ersten und O A C für den zweiten Stromkreis. Die Ströme J_1 und J_2 ergeben sich aus den Katheten A B und A C durch Division mit den entsprechenden Widerständen R_1 und R_2.

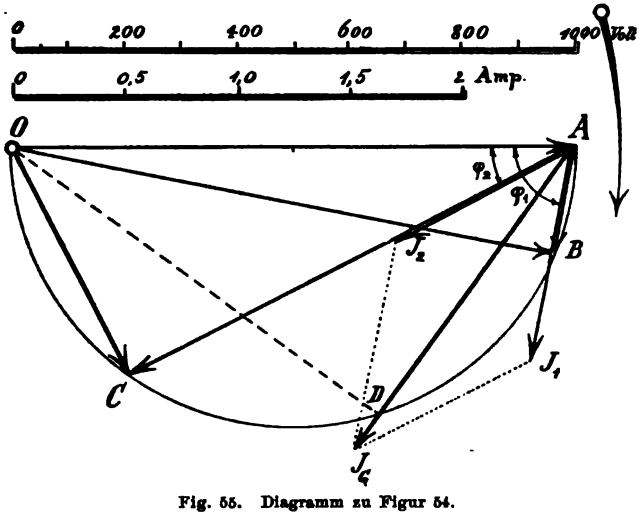


Fig. 55. Diagramm zu Figur 54.

Nach Figur und Rechnung ist

$$J_1 = \frac{A\,B}{R_1} = \frac{J_1\,R_1}{R_1} \cong 0{\cdot}98 \text{ Amp.}$$

$$J_2 = \frac{A\,C}{R_2} = \frac{J_2\,R_2}{R_2} \cong 0{\cdot}85 \text{ Amp.}$$

und somit nach Figur 55 $J_G = 1{\cdot}7$ Ampère.

Man erkennt, dass auch hier die Verschiebung des Gesamtstromes J_G, φ, zwischen jenen der Komponentenströme J_1 und J_2 liegt und dass sich mit Leichtigkeit eine äquivalente Kapazität und ein äquivalenter Widerstand finden lassen, welche, zu einem einfachen Stromkreise vereinigt, unter dem Einflusse der E. M. Gesamtkraft gerade den Strom $J_G = 1{\cdot}7$ Ampère passieren lassen.

Aus dem Diagramme A D O dieses aus äquivalentem Widerstand R′ und äquivalenter Kapazität C′ zusammengesetzten Kreises lassen sich leicht die Ausdrücke für R′ und C′ ableiten.

Dieselben sind identisch den auf Seite 64 in § 3 gegebenen Formeln für R′ und L′, wenn man setzt

$$l_1 = \frac{1}{C_1 \omega^2}; \quad l_2 = \frac{1}{C_2 \omega^2} \text{ und } L' = \frac{1}{C' \omega^2} \quad . \quad 30a)$$

In ähnlich einfacher Weise gestaltet sich nach den früheren Ableitungen der Fall mehrerer parallel geschalteter Stromkreise, die sämtlich von zwei Punkten abzweigen und Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität in Serie enthalten.[1])

Ein wichtiges Resultat vermittelt uns die Betrachtung des in Fig. 56 skizzierten einfachen Falles, bei welchem ein Kondensator mit Zuleitungen von praktisch vernachlässigbarem Widerstande einer Induktionsspule vom Widerstande R und der Selbstinduktion L parallel geschaltet ist.[2])

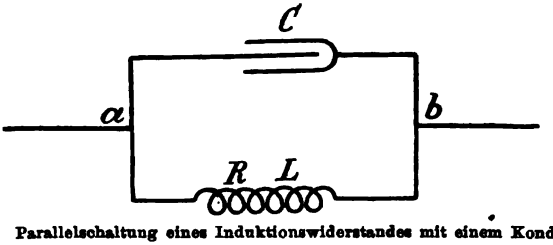


Fig. 56. Parallelschaltung eines Induktionswiderstandes mit einem Kondensator.

Es sei, um einen konkreten Fall zu behandeln, die Klemmenspannung zwischen a und b $E_G = 1000$ Volt, und ferner sei $\omega = 1000$, $C = 0{\cdot}5$ Mikrofarad, $L = 0{\cdot}5$ Henry.

Stellt dann im Diagramme (Fig. 57) die Linie $O\,A = E_G$ die Klemmenspannung zwischen den Punkten a und b, also auch die Klemmenspannung des Kondensators, dar, so ist der Ladestrom desselben durch die Linie $O\,J_0$ dargestellt, welche E_G um 90^0 voreilt und deren Grösse

$$\overline{O\,J_0} = J_0 = E_G\,C\,\omega = 1000 \,.\, 2 \,.\, 1000 \,.\, 10^{-6} = 2 \text{ Ampère}$$

ist. Der zweite Stromkreis wird von einem Strome J durchflossen, dessen Stärke sich aus der Beziehung

$$J = \frac{E_G}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} = 1{\cdot}96 \text{ Ampère}$$

berechnen oder besser aus dem Diagramme ermitteln lässt, indem man in bekannter Weise das Diagramm O A B der

[1]) Vergl. Bedell und Crehore, Alt. Currents, p. 302. New York 1893.

[2]) Vergl. auch Bedell und Crehore, Alt. Currents, p. 308. New York 1893, ferner Sahulka, El. Ztschr. 1893, p. 283 und C. P. Feldmann, El. Ztschr. 1892, p. 96.

E. M. Kräfte konstruiert und die Kathete $\overline{O E_N} = J R$ desselben durch R dividiert. Man erhält dann die Linie O J als Darstellung des Stromes J = 1·96 Amp. Fasst man nun die beiden Stromstärken zusammen, so ist der resultierende Gesamt-

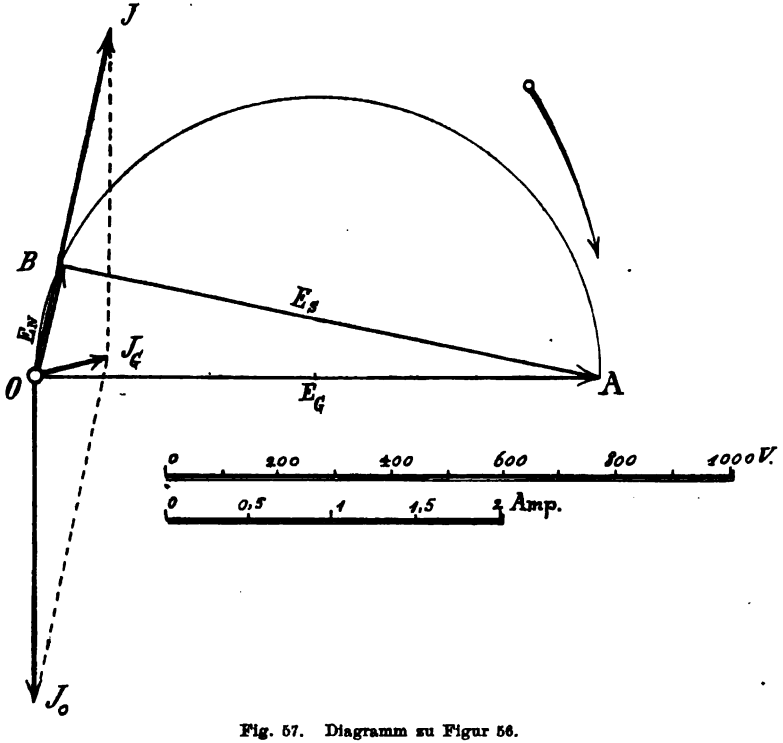


Fig. 57. Diagramm zu Figur 56.

strom J_G fast vollkommen gleichphasig mit der E. M. Gesamtkraft, und ausserdem ist seine Stärke

$$\overline{O J_G} = J_G = 0{\cdot}45 \text{ Amp. etwa}$$

erheblich geringer als die des einen oder anderen Komponentenstromes.

Wenn also in einem Wechselstromkreise die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung und infolge dessen für eine bestimmte Arbeitsleistung die Stromstärke einen unerwünscht hohen Betrag erlangt, so ist es möglich, durch Parallelschaltung eines Kondensators von bestimmter Kapazität die Phasenverschiebung beliebig zu verringern oder überhaupt aufzuheben.

In diesem Falle müsste J_G im abgeänderten Diagramme mit O A zusammenfallen und zur Kathete eines rechtwinkeligen Dreiecks werden, dessen Hypotenuse der Strom J ist. Daraus folgt ohne weiteres, dass der Gesamtstrom stets kleiner ist als der eine Komponentenstrom, welcher dem Induktionswiderstande angehört. Da aber, wie der gezeichnete Fall erkennen lässt, in dem rechtwinkelig gewordenen Dreieck O J J_G der Winkel J O J_G auch grösser werden kann als der andere spitze Winkel des Dreiecks, kann der Gesamtstrom J_G leicht auch kleiner werden als jeder der Komponentenströme. Diese Thatsache wurde zuerst von Blakesley[1]) beobachtet und von ihm als eine Transformation nach aufwärts aufgefasst. Blakesley nennt deshalb die ganze Anordnung einen Kondensator-Transformator; Sahulka[2]) hebt jedoch mit Recht hervor, dass dieselbe nur einen starken Strom mit grosser Phasenverschiebung in einen schwachen Strom mit geringer Phasenverschiebung umwandelt, nicht aber, wie der gewöhnliche Wechselstromtransformator, die Energie in der Weise umformt, dass sich Strom und Spannung in reziprokem Verhältnisse ändern.

Als praktisches Beispiel des behandelten Falles werden wir später die Parallelschaltung eines Kondensators zu einem Transformator mit offenem magnetischen Kreise kennen lernen. Diese Transformatoren wurden durch Swinburne wieder in die Praxis eingeführt, da dieselben bei geringer täglicher Beanspruchung und dauerndem Betriebe geringere Effektverluste aufweisen können als die gebräuchlichen Transformatorentypen mit geschlossenem magnetischen Kreise; da sie aber sehr bedeutende Erregerströme aufweisen, so müssten die Maschinen und das Kabelnetz entsprechend stärkere Leiterdimensionen erhalten, wenn man nicht durch Anwendung des Kondensators die Erregerstromstärke verringern würde.

10. Behandlung der Probleme ohne Einführung von Selbstinduktion.

Will man die vorstehenden Probleme für die Zwecke der Praxis behandeln, so muss man von der Einführung konstanter Selbstinduktionskoëffizienten absehen; die Probleme sind trotzdem leicht lösbar, wenn man wiederum von der Anschauung

---

[1]) Th. H. Blakesley, Die elektr. Wechselströme. deutsch von C. P. Feldmann, p. 40.

[2]) J. Sahulka, El. Ztschr. 1893, p. 283.

ausgeht, dass der resultierende Strom sich zusammensetzt aus einem der Phase nach mit der E. M. K. zusammenfallenden Arbeitsstrome und einem »wattlosen« Strome, der zur Erregung des magnetischen oder elektrostatischen Feldes dient. Für das magnetische Feld berechnet sich für einen gegebenen Wert ω der Erregerstrom J_0 aus den Dimensionen, der Kraftlinienzahl und der Permeabilität des magnetischen Kreises; für das elektrostatische Feld ist der zur Erzeugung einer Klemmenspannung E_C erforderliche Erregerstrom $J_0' = C \omega E_C$.

Es seien nun in einem Wechselstromkreise ein Kondensator von der Kapazität $C = 0{\cdot}25$ Mikrofarad und ein Induktionswiderstand mit dem Erregerstrome $J_0 = 0{\cdot}4$ Ampère in Serie geschaltet. Der Widerstand der Zuleitungen zu der Stromquelle mit $E = 1000$ Volt sei vernachlässigbar; ω habe den Wert 1000, und ausserdem sei durch Messung oder Rechnung bestimmt, dass der Kondensator 20 Watt für dielektrische Hysteresis, der Induktionswiderstand 180 Watt für Hysteresis und Foucaultströme konsumieren.

Da der gesamte Effektverlust $180 + 20 = 200$ Watt ist, berechnet sich der Nutzstrom zu $J_N = 0{\cdot}2$ Ampère. Aus den gegebenen Daten folgt ferner für den Erregerstrom des Kondensators

$$J_0' = C \omega E = 0{\cdot}25 \,.\, 10^{-6} \,.\, 1000 \,.\, 1000 = 0{\cdot}25 \text{ Amp.}$$

Sei in Fig. 58 $\overline{O B} = 0{\cdot}15$ Ampère die Differenz der entgegengesetzt gerichteten Erregerströme, $J_O = 0{\cdot}4$ Ampère und $J_0' = 0{\cdot}25$ Ampère, und O C der Arbeitsstrom $J_N = 0{\cdot}2$ Amp., dann ist der Gesamtstrom vor Einschaltung des Kondensators

$$\overline{O D} = \sqrt{J_0^2 + J_N^2} = \sqrt{0{\cdot}4^2 + 0{\cdot}2^2} = 0{\cdot}45,$$

nach Einschaltung des Kondensators

$$\overline{O F} = \sqrt{(J_0 - J_0')^2 + J_N^2} = \sqrt{0{\cdot}75^2 + 0{\cdot}2^2} = 0{\cdot}25.$$

Durch Serienschaltung des Kondensators wurde also der Gesamtstrom von 0·45 Amp. bis auf 0·25 Amp. erniedrigt und gleichzeitig die Phasenverschiebung von φ_2 auf φ_1 erniedrigt.

11. Über die an konzentrischen Kabeln bei Wechselstrombetrieb auftretenden Erscheinungen.

Wir haben in den vorhergehenden Paragraphen nur solche Probleme behandelt, bei welchen an einer oder einigen Stellen Kondensatoren eingeschaltet sind. Ein konzentrisches Kabel bietet uns den Fall eines Leiters dar, der auf seiner ganzen Länge mit gleichförmig verteilter Kapazität behaftet ist. In

einem solchen Leiter werden offenbar Strom und Spannung von Längenelement zu Längenelement verschieden sein, da jedes Leiterstück ausser dem Arbeitsstrome auch den Ladestrom für die folgenden Leiterstücke führen muss. Das Studium der Fortpflanzung eines harmonisch variierenden Stromes durch einen solchen Leiter ist von besonderer Wichtigkeit zur Lösung einzelner Fragen der Telephonie, führt aber, wie Sir W. Thomson, Mascart und Joubert[1]), O. Heaviside, Blakesley[2]) und Bedell und Crehore[3]) gezeigt haben, auf äusserst komplizierte Beziehungen. Zur Behandlung einzelner Wechselstromprobleme wird man deshalb sich mit der Annahme begnügen, dass das konzentrische Kabel durch einen einzigen Kondensator von gleicher Gesamtkapazität ersetzt werden kann. Die Erfahrung hat gezeigt, dass diese Annahme zur Erklärung einzelner an konzentrischen Kabeln bei Wechselstrombetrieb auftretender Erscheinungen vollkommen ausreicht.

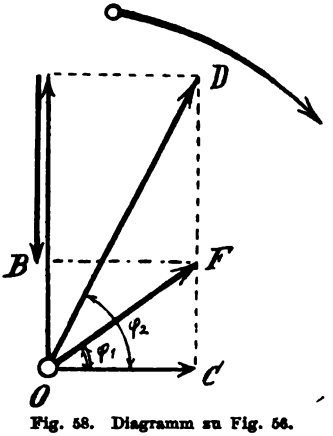


Fig. 58. Diagramm zu Fig. 56.

Die Kapazität eines konzentrischen Kabels lässt sich aus den Dimensionen desselben berechnen. Denken wir uns, um uns einem praktischen Falle zu nähern, den Kondensator aus zwei koaxialen Hohlzylindern hergestellt. Sei der äussere Radius des inneren Zylinders $r_2 = 1{\cdot}0$ *cm*, der innere Radius des äusseren Zylinders $r_3 = 1{\cdot}5$ *cm* und sei die Dielektrizitätskonstante des im ganzen 1 *cm* starken Isoliermaterials $c = 3{\cdot}0$, so folgt die zur Erreichung einer Kapazität C = 2 Mikrofarad erforderliche Länge l dieses Kondensators aus der Beziehung, dass die Kapazität C in absoluten elektrostatischen Einheiten

$$C = \frac{c \cdot l}{2 \lg \text{nat} \frac{r_3}{r_2}} \quad \ldots\ldots 31)$$

---

[1]) Mascart und Joubert, Leçons sur l'El. et le Magn. 1, § 233.
[2]) Blakesley, Die elektr. Wechselströme. Kapitel 8 und 9.
[3]) Bedell und Crehore, Alt. Currents, p. 177. El. London, 29, p 619.

Will man C in Mikrofarad ausdrücken und statt der natürlichen Logarithmen die dekadischen einführen, so geht die obige Formel über in

$$C = \frac{c\,l}{2 \cdot 9 \cdot 10^5 \cdot 2{\cdot}3026 \lg_{10} \frac{r_3}{r_2}} = \frac{c\,l}{41{\cdot}45 \cdot 10^5 \lg_{10} \frac{r_2}{r_1}} \quad 32)$$

Hieraus folgt für unser Beispiel

$$l = \frac{2 \cdot 41{\cdot}45 \cdot 10^5 \cdot \lg 1{\cdot}5}{3} = 4{\cdot}86 \text{ Kilometer.}$$

Es entspricht das hier durchgeführte Beispiel der in § 6 auf Seite 87 enthaltenen Bemerkung.

Der in der Praxis meist vorhandene Fall ist jener, wo an ein konzentrisches Kabel in grösserer Entfernung Transformatoren angeschlossen sind, von denen eine grössere oder geringere Anzahl mit geringer Belastung arbeitet oder ganz leerläuft. Es ist in diesem Falle leicht möglich, dass ein Teil des Stromkreises eine höhere Spannung aufweist als die Stromquelle, da wir in dem eben geschilderten Falle das Zusammenwirken von Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion (in den Transformatoren) haben.

Doch mag hier die Bemerkung Platz finden, dass auch ohne Vorhandensein von Transformatoren ein konzentrisches Kabel an und für sich einen Selbstinduktionskoëffizienten besitzt, welcher nach Lord Rayleigh's im Jahre 1886 im Philosophical Magazine[1]) gegebenen Entwickelungen aus den Dimensionen des Kabels berechnet werden kann.

Sei

r_1 der innere Halbmesser des inneren Zylinders,
r_2 der äussere Halbmesser des inneren Zylinders,
r_3 der innere Halbmesser des äusseren Zylinders,
r_4 der äussere Halbmesser des äusseren Zylinders und
L der gesuchte Selbstinduktionskoëffizient des Kabels von der Länge l,

so ist

$$\frac{L}{l} = 2 \cdot 2{\cdot}3026 \cdot \lg \frac{r_3}{r_2} + \frac{2}{r_2^2 - r_1^2}\left(\frac{r_2^2 - 3r_1^2}{4} + \frac{2{\cdot}3026 \cdot r_1^4}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \lg \frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{2}{r_4^2 - r_3^2}\left(\frac{r_3^2 - 3r_4^2}{4} + \frac{2{\cdot}3026 \cdot r_4^4}{r_4^2 - r_3^2} \cdot \lg \frac{r_4}{r_3}\right), \quad 33)$$

worin sämtliche Logarithmen die Basis 10 besitzen.

[1]) J. A. Fleming, El. London, 26, p. 259, 1891.

Setzen wir für das zu Eingang betrachtete Kabel von 2 Mikrofarad Kapazität bei 4·86 *km* Länge den äusseren Radius r_4 = 1·75 *cm*, so ist angenähert L pro Kilometer = 0·000138 Erdquadranten. Die folgende Tabelle giebt die Kapazität einer Reihe von Kabeln und die Selbstinduktion derselben an. Die Über-

Tabelle.

Querschnitt in *qmm*	Kapazität zwischen beiden Leitern pro *km*	Kapazität zwischen äusserem Leiter und Bleimantel pro *km*	Selbstinduktionskoëffizient in Erdquadranten pro *km*
220	0·415	0·775	0·000138
185	0·395	0·724	0·000155
120	0·30	0·62	0·000185
50	0·28	0·47	0·000195
25	0·17	0·40	0·000239

einstimmung der berechneten mit den gemessenen Kapazitäten geht so weit, als die Genauigkeit der mir gütigst zur Verfügung gestellten Daten erwarten liess.

Der unter dem Zusammenwirken von Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion mögliche Resonanzeffekt trat deutlich bei einer Reihe von Messungen zutage, welche der Verfasser an konzentrischen Kabeln anzustellen Gelegenheit hatte. [1])

Bei den anfänglichen Messungen wurde der Strom mit 100 Polwechseln pro Sekunde von einer 10-pferdigen Ganz'schen Wechselstrommaschine älterer Konstruktion bei einer Klemmenspannung von etwa 35 Volt geliefert. Ein 10 P.S.-Transformator nahm diese Klemmenspannung primär auf und gab sekundär 5000 Volt an das Kabel ab. Probiert wurden etwa 50 Kabelstücke von je 200 — 300 *m* Länge verschiedenen Querschnittes, deren Kapazitäten pro Kilometer im Vorhergehenden angegeben sind und zwischen 0·2 und 0·8 Mikrofarad lagen. In jedem einzelnen Falle wurde bei Einschaltung des Kabels ein Steigen der primären von einem Cardew-Voltmeter angegebenen Spannung bei konstant gebliebener Erregung und Tourenzahl beobachtet. Der Betrag der Spannungszunahme war jedoch im allgemeinen bei Kabeln von grösserem Querschnitte, also mit grösserer Kapazität, ein höherer und variierte zwischen 3 Volt und etwa 12 Volt, wenn die nach Einschaltung des Kabels vorhandene Spannung 37 Volt total war. Die im Fol-

[1]) Und welche in der mehrfach erwähnten Reihe von Artikeln (Elektr. Zeitschrift 1892, p. 96. ff.) veröffentlicht wurden: Die Fig. 59 bis 64 sind diesen Artikeln entnommen.

genden angeführten Versuche werden jedoch die Behauptung wahrscheinlich machen, dass die sekundäre Spannung höher war, als man dem bekannten Übersetzungsverhältnis

$$\frac{5000 \text{ Volt}}{35 \text{ Volt}} = 135$$

zufolge erwarten sollte.

Bei einer anderen Serie von Beobachtungen an konzentrischen Kabeln anderer, wenn auch ähnlicher Fabrikation wurde der Strom mit etwa 100 Volt Klemmenspannung bei etwa 90 Polwechseln pro Sekunde von einer 15 P. S. Wechselstrommaschine abgenommen.

Die Spannung wurde durch drei primär parallel, sekundär hintereinander geschaltete Ringtransformatoren mit einem Übersetzungsverhältnis von je 1 : 18 auf 5000 Volt gebracht. Die Spannungen wurden primär mit einem Cardew-Voltmeter, sekundär mit einem Thomson'schen elektrostatischen Voltmeter (von White in Glasgow) gemessen. Bei annähernd konstanter Tourenzahl wurde dann, da ein Ausschalter für den Hochstrom nicht vorhanden war, die Erregung so lange variiert, bis das Sekundärvoltmeter 5000 Volt zeigte.

In diesem Falle gab, ohne Einschaltung eines Kabels, das Cardew-Voltmeter primär 93 Volt etwa an, entsprechend dem bekannten Übersetzungsverhältnisse 1 : 3 × 18.

Bei Einschaltung eines konzentrischen Kabels von 2 × 25 *qmm* Querschnitt bei 210 *m* Länge wies das Cardew-Voltmeter bei 5000 Volt sekundär 83 Volt primär auf, entsprechend einem scheinbaren Übersetzungsverhältnis 1 : 60. Bei Einschaltung eines konzentrischen Kabels von 2 × 120 *qmm* Querschnitt und 250 *m* Länge gab das Cardew-Voltmeter bei etwa 5000 Volt sekundär 77 Volt als Primärspannung an, entsprechend einem Übersetzungsverhältnis 1 : 65.

Bei fünf anderen Kabeln von 2 × 120 *qmm* Querschnitt und je 250 *m* Länge ergaben sich primär 78, 76, 79, 76 und 77 Volt bei etwa 5000 Volt sekundär.

Bei einem weiteren Kabel gleichen Querschnittes und gleicher Länge ergab sich bei 5000 Volt sekundär und einem normalen Übersetzungsverhältnis 1 : 54 eine Primärspannung von 76 Volt, entsprechend einer Umsetzung von 1 auf 66. Nun wurde einer der 3 Transformatoren ausgeschaltet, das normale Übersetzungsverhältnis also auf 1 : 36 reduziert. Bei 3250 Volt sekundär wurden etwa 74 Volt primär abgelesen, entsprechend einer Umsetzung von 1 auf 44.

Die Isolationswiderstände der untersuchten Kabel waren, auf 15° C. reduziert, etwa 5000—9000 Megohm pro Kilometer.

Einmal, als das Thomson-Voltmeter anderweitig benutzt wurde, wurde die Maschine so weit erregt, bis das Cardew-Voltmeter vor Einschaltung der Kabel 62 Volt zeigte; bei Einschaltung von zwei Kabeln von 2×120 *qmm* Querschnitt bei je 250 *m* Länge stieg die Spannung bei unveränderter Erregung und Tourenzahl auf 67 bezw. 69 Volt.

Bei den im Folgenden näher beschriebenen Versuchen, welche Dr. Fleming[1]) an den Kabeln zwischen London und Deptford anzustellen Gelegenheit hatte, zeigte sich die Erscheinung der Änderung des Übersetzungsverhältnisses eines Transformators sehr deutlich. Sobald die etwa 20 *km* lange Linie Ferranti'schen Kabels eingeschaltet wurde, stieg das Übersetzungsverhältnis des 150 P. S.-Transformators, welcher die Spannung der Maschine von 2500 Volt auf 10000 Volt umsetzen sollte, um etwa 5%, wenn das Kabel belastet wurde (Beobachtung 1 bis 12) und um etwa 10%, wenn nur der Ladestrom das Kabel durchfloss (Beobachtung 13 bis 20).

Änderung der Übersetzungsverhältnisse bei den Deptforder Transformatoren.

Nummer der Beobachtung	Gesamtstrom in Ampère	Scheinbares Übersetzungsverhältnis
1	29·2	2177 : 9 060 = 4·17
2	31·5	2385 : 10 100 = 4·24
3	32·0	2458 : 10 300 = 4·18
4	29·2	2177 : 9 110 = 4·18
5	28 7	2311 : 9 700 = 4·20
6	27·6	2251 : 9 600 = 4·27
7	27·0	2568 : 10 490 = 4·07
8	26·0	1994 : 8 420 = 4 23
9	24 0	2448 : 10 170 = 4 15
10	22 0	2496 : 10 560 = 4·23
11	21·5	2400 : 10 360 = 4·33
12	17 0	2311 : 9 700 = 4 20
13	11·0	2280 : 9 870 = 4·33
14	11·0	2328 : 9 970 = 4 27
15	10 0	1620 : 7 240 = 4·47
16	5·0	1104 : 5 200 = 4·72
17	9 0	1212 : 5 500 = 4·54
18	9·0	1308 : 5 900 = 4·51
19	10·0	1800 : 7 920 = 4·40
20	12 0	2136 : 9 380 = 4·40

[1]) J. A. Fleming, El., London, 27, p. 17 ff.

Die genauen Werte der am Deptforder Ende in das Kabel gesandten Ströme und der an diesem Ende beobachteten scheinbaren Übersetzungsverhältnisse sind in der vorhergehenden Tabelle zusammengestellt[1]).

Sobald also das Kabel eingeschaltet wird, zeigt sich an den Hochspannungsklemmen des Transformators eine höhere Spannung, als ohne Vorhandensein des Kabels entsprechend der Maschinenerregung und dem normalen Umsetzungsverhältnis des Transformators aufgetreten wäre. Dies ist der eigentliche, so vielfach missverstandene »Ferranti-Effekt«.

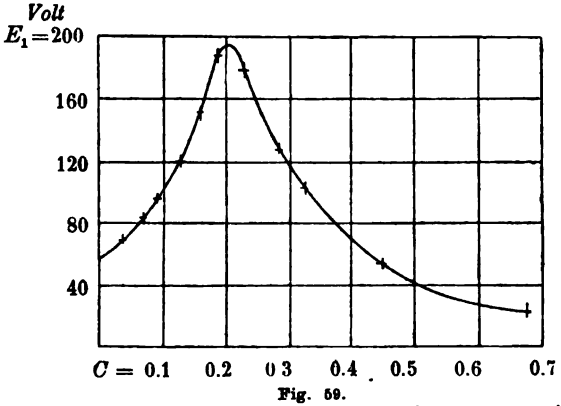


Fig. 59.
Verlauf der primären E.M.K. bei Einschaltung eines Kondensators von variabler Kapazität.

Die Zunahme des scheinbaren Übersetzungsverhältnisses mit abnehmender Belastung mag wohl daher rühren, dass bei schwacher Belastung die Selbstinduktion des Transformators steigt, während sie bei Vollbelastung praktisch fast Null ist.

Über die bei Anwendung eines Transformators in Verbindung mit einem Kondensator von variabler Kapazität auftretenden Änderungen des Übersetzungsverhältnisses geben die folgenden Figuren 59 und 60 Auskunft[2]). Dieselben stellen die Resultate der von Siemens Bros., London, mit einer Siemens'schen W_1-Maschine bei 200 Polwechseln pro Minute angestellten Versuche dar. Erregerstrom und Tourenzahl wurden konstant gehalten und der Strom der W_1-Maschine in die dickdrähtige

[1]) J. A. Fleming, El., London, 27, p. 75 ff.
[2]) J. A. Fleming, El., London, 27, p. 20 ff.

Spule eines No. 2 - Transformators gesandt, dessen Hochspannungsspule an verschiedenen Längen eines einaderigen, mit Guttapercha isolierten Kabels angeschlossen wurde. Die in den Figuren 59 und 60 als Ordinaten aufgetragenen primären und sekundären Spannungen wurden für jeden der als Abscissen in die Figuren eingetragenen Kapazitätswerte mit einem Siemens-Voltmeter und einem statischen Voltmeter bestimmt; die Kapazität wurde durch Einschaltung verschiedener Längen des Kabels variiert.

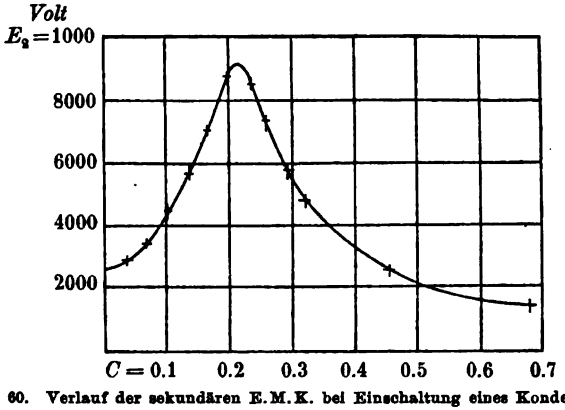


Fig. 60. Verlauf der sekundären E.M.K. bei Einschaltung eines Kondensators von variabler Kapazität.

Die Figuren zeigen denselben Charakter wie die im Vorhergehenden gegebenen Figuren 50, 51, 52 und 53. Bei näherer Prüfung erkennt man jedoch, dass das Verhältnis ihrer Ordinaten, d. h. das Übersetzungsverhältnis des Transformators, mit Einschaltung höherer Kapazitäten so steigt, wie es Fig. 61 veranschaulicht.

Die einzige annehmbare Erklärung für diese Änderung des Übersetzungsverhältnisses hat J. Swinburne[1]) gegeben, indem er auf die Streuung in dem Transformator Rücksicht nahm. Die Spannungserhöhung würde bei Vorhandensein eines Verlustfeldes natürlich die an das Kabel angeschlossene Hochspannungsspule stärker beeinflussen als die an die Maschine angeschlossene Spule, und daraus würde sich eine Steigerung des Übersetzungsverhältnisses ergeben.

[1]) J. Swinburne, El., London, 27, p. 136. Die Richtigkeit dieser Anschauung ist während der Druklegung dieses Kapitels durch J. Sahulka nachgewiesen worden. (El. Zeitschr. 1893, p. 739.)

Um die Spannungserhöhung beim Anschlusse eines Kondensators an eine Wechselstromquelle überhaupt zu erklären, greift Jas. Swinburne darauf zurück, dass der Kondensatorstrom der Kondensatorspannung um 90^0 voreilt. Er wird somit an seinem Maximalwerte sein, wenn die E. M. K. der Maschine Null ist, wenn also die Magnetpole der Maschine den Armatur-

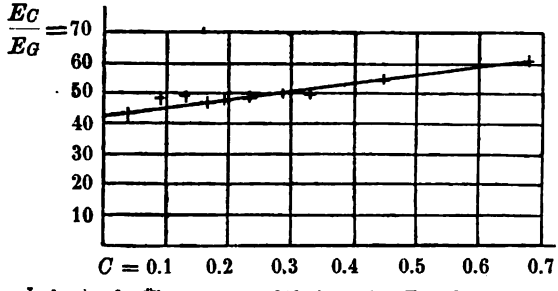


Fig. 61. Änderung des Übersetzungsverhältnisses eines Transformators mit geschlossenem magnetischen Kreise.

spulen gerade gegenüberstehen. Der Kondensatorstrom passiert nun in dieser Stellung maximaler Kraftlinienströmung die Armaturspulen und erhöht die Induktion. Da die Feldmagnete nicht jeder Pulsation folgen können, wird die Induktion im ganzen einen höheren Mittelwert annehmen. Die Erscheinung muss

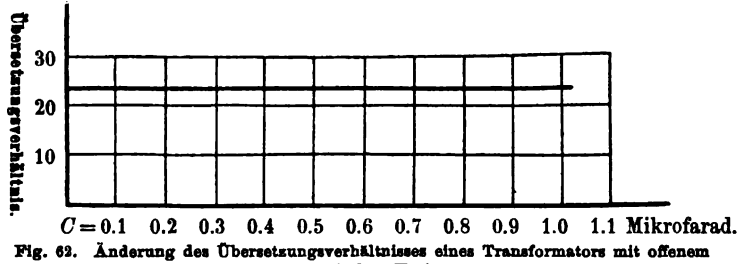


Fig. 62. Änderung des Übersetzungsverhältnisses eines Transformators mit offenem magnetischen Kreise.

sich noch stärker bemerkbar machen, wenn die Maschine nicht direkt, sondern mittels eines Transformators auf das Kabel arbeitet, der ihre Spannung um das n fache erhöht. Denn in diesem Falle ist, dank der Transformation, der Kondensatorstrom in den Armaturspulen n mal stärker und gleichzeitig die Erregung etwa n mal schwächer als im vorhergehenden Falle; die Wirkung der beiden Ursachen ist also eine sehr wesentlich verstärkte.

Bemerkenswert ist, dass sowohl die von Prof. Dr. Fleming in extenso mitgeteilten Beobachtungsresultate, auf welche sich die drei Figuren 59, 60 und 61 beziehen, als auch die übrigen bei des Verfassers Kabelprüfungen erhaltenen Zunahmen des Übersetzungsverhältnisses bei Einschaltung von Kapazität im Sekundärkreise stets an Transformatoren mit geschlossenem magnetischen Kreise erhalten wurden. In der Diskussion zu Fleming's Abhandlung erklärte Alexander Siemens[1]) bereits, dass bei einer anderen Transformatorentype mit offenem magnetischen Kreise eine Änderung des Übersetzungsverhältnisses bei Einschaltung und Änderung von Kapazität im Sekundärkreise nicht beobachtet werden konnte. Aber erst später[2]) erschien eine genauere Beschreibung dieser letzten Transformatorentype und der mit derselben erhaltenen Resultate, welche in Fig. 62 niedergelegt sind. Das Übersetzungsverhältnis blieb bei den Versuchen, wie die Figur erkennen lässt, durchweg auf dem Werte 23·5, trotzdem die Kapazität von 0 bis 1 Mikrofarad geändert wurde; die Spannungen des primären und sekundären Kreises jedoch veränderten sich in der bekannten Weise. Der einzige Unterschied zwischen dem Transformator mit offenem und dem mit geschlossenem magnetischen Kreise besteht also darin, dass bei dem ersteren bei Einbringung von Kapazität in den Sekundärkreis die Spannungen in beiden Stromkreisen sich derart ändern, dass ihr Verhältnis konstant bleibt, während bei dem zweiten ausser der Spannungsänderung auch eine Änderung des Übersetzungsverhältnisses auftritt.

Daraus folgen für Untersuchungen an Kabeln, die mit hochgespanntem Wechselstrom vorgenommen werden sollen, einige beachtenswerte Punkte.

Soll die Prüfung mit Transformatoren vorgenommen werden, deren magnetischer Kreis geschlossen ist, so ist ein Voltmeter zur direkten Messung erforderlich, da die Berechnung der Hochspannung aus den Angaben eines im Niederspannungskreise eingeschalteten Cardew-Voltmeters unter Zugrundelegung des aus den Windungszahlen berechneten Übersetzungsverhältnisses falsche Resultate giebt.

Ist ein Voltmeter zur Messung hoher Spannungen vorhanden, oder ist sonst die Abhängigkeit des Übersetzungsver-

[1]) Alexander Siemens, El., London, 27, p. 137.
[2]) El., London, 28, p. 86.

hältnisses von der eingeschalteten Kapazität und die Kapazität des zu untersuchenden Kabelstückes bekannt, so empfiehlt es sich, erst nach Einschaltung des Kabels die Erregung langsam so lange zu steigern, bis die vorgeschriebene Sekundärspannung erreicht ist. Stellt man nur nach dem Primärvoltmeter ein und schaltet dann das Kabel hinzu, so kann man leicht durch das plötzliche hohe Ansteigen der Spannung die Isolation des Kabels eher gefährden als prüfen.

Arbeitet man mit Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise, so ist das Sekundärvoltmeter für die hohe Spannung entbehrlich. Doch treten auch in diesem Falle beim Hinzuschalten des zu prüfenden Kabels plötzliche Spannungserhöhungen ein, denen gegenüber das allmähliche Steigern der schon von Anfang an direkt auf das Kabel wirkenden Spannung im Interesse der Erhaltung der Isolation entschieden vorzuziehen ist.

Im Verlaufe der Verlegungsarbeiten der vielbesprochenen Kabellinie Deptford-London zeigten mehrfache Versuche, dass ein Leiter von so beträchtlicher elektrostatischer Kapazität merkwürdige und zu jener Zeit unerwartete Erscheinungen zeigte, sobald grösseren Längen desselben Wechselstrom durch die Sekundärspule eines Transformators zugeführt wurde. Während der Verlegung wurde nämlich[1]) die Isolation des äusseren Leiters unter Anwendung eines Transformators mit 500 Volt Wechselstrom geprüft. Um ganz sicher erkennen zu können, dass die Leitungen unter Druck standen, wurden am entfernten Ende fünf 100-voltige Glühlampen in Serie geschaltet; dabei wurde bemerkt, dass die Lampen um so heller brannten, je grösser die eingeschaltete Kabellänge war. Beim Weiterschreiten musste eine sechste Lampe zugefügt werden, damit die Lampen nicht zu hell brannten. Trotzdem die zitierte Nummer der englischen Fachzeitschrift ausdrücklich bemerkt: »Die Spannung längs des ganzen Kabels ist praktisch die gleiche, abgesehen von dem nach dem Ohm'schen Gesetze zu erwartenden Spannungsabfall«, sind im Eifer der Erklärung über diese Erscheinungen vielfach ungenaue oder unrichtige Angaben gemacht worden.

So konstatiert James Swinburne[2]) in seiner der Londoner Physikalischen Gesellschaft vorgelegten Abhandlung »Über Wechselstromkondensatoren«, dass die Spannung gegen das

---

[1]) Nach Ferranti's Angaben. El., London, 26, 19. Dezbr. 1890, p. 205.

[2]) James Swinburne, El., London, 26, 19. Dezember 1890, p. 214. — El. Zeitschr. 1891, p. 358.

Londoner Ende der Kabellinie zunimmt, und in der Diskussion darüber erwähnt A. P. Trotter[1]), dass „die Anhäufung des Potentials“ nur stattfand, wenn Transformatoren angeschlossen waren, dass die Erscheinung aber nicht bemerkbar war, wenn die Maschinen direkt auf das Netz arbeiteten. Im ersteren Falle sei die Zunahme der Volt proportional der eingeschalteten Länge gewesen, und es hätten 8500 Volt in Deptford 10000 Volt in London ergeben. Trotter's Angaben werden richtig, wenn

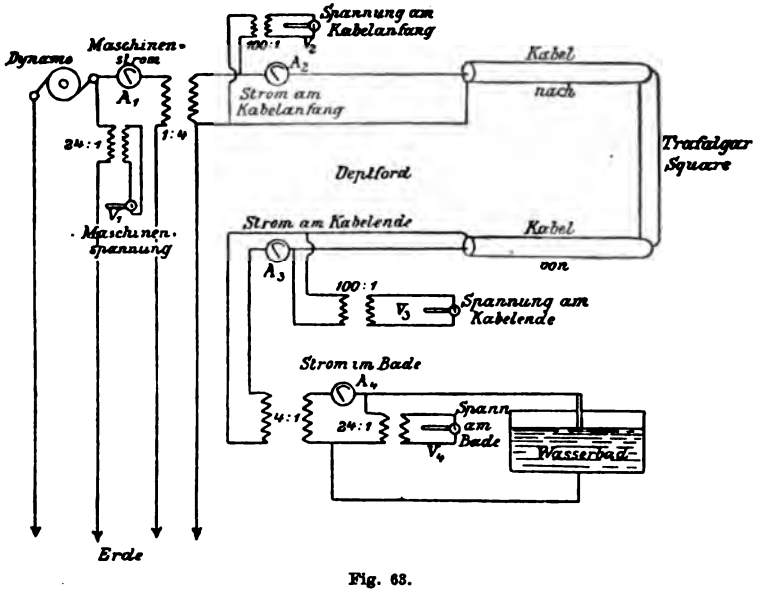


Fig. 63.

Schema der Verbindungen bei Fleming's Untersuchungen des „Ferranti-Effektes.“

man dem letzten Satze einige Worte beifügt: „8500, ohne Kabel in Deptford gemessen, ergaben nach Einschaltung des Kabels 10000 Volt in London und in Deptford.“ Auf Grund der Lektüre von Swinburne's Abhandlung arbeitete Glazebrook[2]) eine mathematische Theorie für den kritischen Wert der Kapazität aus, welche sich im wesentlichen mit den früher gegebenen Ableitungen deckt. Acht Tage nach Glazebrook's und 14 Tage nach Swinburne's Artikel erschien in

---

[1]) A. P. Trotter, El., London, 26, 19. Dezember 1890, p. 214.
[2]) R. T. Glazebrook, El., London, 26, 26. Dezember 1890, p. 233.

der gleichen Zeitschrift eine Mitteilung Prof. Ayrton's[1]) über experimentelle Versuchsresultate. Ayrton's Ansicht ist, dass der blosse Umstand, dass das die beiden Transformatoren verbindende Kabel der ganzen Länge nach Kapazität besass, hinreiche, um in London eine höhere Spannung zu erzeugen als in Deptford.

Wenngleich diese Ansicht nach Blakesley's Entwickelungen über die gleichförmige Verteilung der Kondensator-Eigenschaften eine Bestätigung findet, so haben dennoch Prof. Fleming's[2]) eingehende Versuche unzweideutig erwiesen, dass das nicht vollkommen stromdichte Kabel, bei welchem ausser der Kapazität

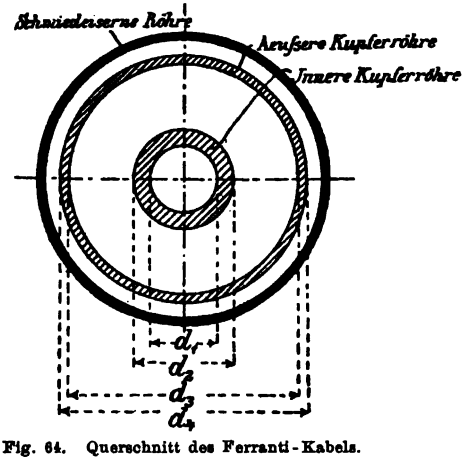


Fig. 64. Querschnitt des Ferranti-Kabels.

auch ein gewisser, wenn auch kleiner Betrag von Selbstinduktion gleichförmig verteilt ist, sich sowohl ohne, als bei halber und voller Belastung wie ein einziger Kondensator verhält.

Fleming's Experimente wurden am 9. Januar 1891 in der Deptforder Zentrale und unter der Beihülfe von Preece, Major Cardew, Ferranti und Betriebsingenieuren und Assistenten mittels einer der für diesen Zweck auf etwa 2500 Volt erregten 1200 P. S.-Maschinen vorgenommen. Mittels zweier 150 P. S.-Transformatoren wurde der Strom dieser Maschine auf etwa 10000 Volt umgesetzt und (Schema Fig. 63) in die von

[1]) W. E. Ayrton, El., London, 26, p. 260.

[2]) J. A. Fleming, El., London, 27, p. 17, 46, 74, 106. Diskussion p. 137.

der Zentrale nach der Unterstation in Trafalgar Square und von dort nach der Zentrale zurückführenden zwei Hauptstränge konzentrischen Kabels gesandt, welche in der Unterstation hintereinander geschaltet waren. Die gesamte zur Verfügung stehende Kabellänge betrug somit 11·49 englische Meilen = 18485 *m*. Die elektrischen Daten des Kabels sind in der beigefügten Fig. 64 und der folgenden Tabelle zu ersehen[1]).

Innerer Halbmesser der inneren Röhre $^1/_2\, d_1 = 0{\cdot}281$ inch. = 7·29 *mm*,

Äusserer Halbmesser der inneren Röhre $^1/_2\, d_2 = 0{\cdot}406$ inch. = 10·31 *mm*,

Innerer Halbmesser der äusseren Röhre $^1/_2\, d_3 = 0{\cdot}922$ inch. = 23·42 *mm*,

Äusserer Halbmesser der äusseren Röhre $^1/_2\, d_4 = 0{\cdot}969$ inch. = 24·62 *mm*,

Querschnitt der inneren Röhre = 0·2689 squ. inch. = 173·44 *qmm*,

Querschnitt der äusseren Röhre = 0·2793 squ. inch. = 180·15 *qmm*,

Kupferwiderstand der Hin- und Rückleitung bei 0° C. = 0·324 Ohm pro Meile (1 Meile = 1·609 *km*) = 0·201 Ohm pro *km*,

Isolationswiderstand zwischen Hin- und Rückleitung = 720 Megohm pro Meile = 1159 Megohm pro *km*.

Elektrostatische Kapazität zwischen Hin- und Rückleitung = 0·367 Mikrofarad pro Meile = 0·228 Mikrofarad pro *km*,

Selbstinduktionskoëffizient = 0·0002857 Erdquadranten pro Meile = 0·000177 Erdquadranten pro *km*.

Am Ende der Kabellinie wurde die Spannung durch zwei andere 150 P. S.-Transformatoren, welche wie die beiden ersten parallel geschaltet waren, wieder auf 2500 Volt erniedrigt. Zur Belastung der Kabellinie diente ein Wasserbad, welches den Strom der Transformatoren am Ende der Linie direkt aufzunehmen im stande war. Die 150 P. S.-Transformatoren[1]), welche vor der Anlegung an das Kabel das Übersetzungsverhältnis 4 : 1 besassen, hatten primär 1120 Windungen von 3·5 Ohm Widerstand und sekundär 280 Windungen von 0·2442 Ohm Widerstand. Die Beobachtungen erstrecken sich auf die bei verschiedenen Belastungen und Erregungen der Maschine an den im Schema

[1]) El., London, 27, p. 497. Ibid., 26, p. 258. El. Zeitschr., 1891, p. 113 und p. 536.

angedeuteten Stellen gleichzeitig abgelesenen Strom- und Spannungswerte. Leider wurden die Tourenzahlen bei den einzelnen Beobachtungsreihen nicht notiert, und zudem waren die verwendeten Evershed-Ampèremeter für die niedrigen Stromwerte ziemlich ungenau.

Den »Ferranti«-Effekt charakterisiert Fleming mit folgenden Worten: »Sobald eine genügend grosse Länge des Kabels mit dem inneren und äusseren Leiter an die Klemmen eines Transformators oder einer Wechselstrommaschine von genügender Selbstinduktion angeschlossen wird, weist die an irgend einer Stelle des Kabels gemessene Potentialdifferenz zwischen dem äusseren und inneren Leiter im allgemeinen einen Wert auf, der höher ist als derjenige, welcher an den Klemmen des Transformators oder der Wechselstrommaschine aufgetreten wäre, wenn das Kabel nur kurz oder gar nicht vorhanden gewesen wäre. Dies scheint auch der Fall zu sein, wenn die entfernten Enden des inneren und äusseren Leiters durch einen nicht zu kleinen Widerstand, z. B. durch eine Reihe hintereinander geschalteter Glühlampen oder einen leicht belasteten Transformator, verbunden sind. Das Kabel wirkt im ganzen scheinbar, wie ein Kondensator wirken würde, und es ist kein einziger Fall bekannt, wo längs der Hauptleitungen eine kontinuierliche Spannungszunahme mit Sicherheit konstatiert ist. Die Spannung am Londoner Ende ist also auch nicht höher als jene am Deptforder Ende. Der Kondensatoreffekt scheint durch Vergrösserung der eingeschalteten Kabellängen, wenigstens innerhalb der beobachteten Grenzen, zuzunehmen, und in allen Fällen wirkt das Kabel wie ein Kondensator, welcher von zwei von Kapazität freien Leitungen abgezweigt ist.«

Aus Fleming's Daten, welche in den folgenden Tabellen vollständig niedergelegt sind, entnehmen wir zunächst nur seine Werte für den am Deptforder Ende in das Kabel gesandten Gesamtstrom, J_G, und den am Londoner Ende bei den verschiedenen Werten des ersteren vorhandenen Nutzstrom, J_N, um daraus den Kondensatorstrom J_C und die Kapazität C selbst ermitteln zu können. Wir setzen überall $J_G^2 = J_N^2 + J_C^2$ und legen zur Bestimmung von C, da die leider nicht genau ermittelte Tourenzahl jedenfalls unter der normalen (134 Polwechsel pro Minute) blieb, als wahrscheinlichsten Wert $\omega = 400$ der Berechnung zugrunde.

Aus allen Beobachtungen, selbst aus denen bei halber Belastung, wo sicherlich eine bestimmte Selbstinduktion in den

Transformatoren die Resultate beeinflusst, und bei Leerlauf, wo der Gesamtstrom praktisch gleich dem Kondensatorstrome ist, da der Magnetisierungsstrom[1]) von etwa 0·4 Ampère für die zwei Transformatoren am Ende des Kabels vernachlässigt werden kann, ergiebt sich, dass bei etwa 10000 Volt am Deptforder Ende und ca. 134 Polwechseln pro Minute der Kondensatorstrom der ganzen Linie 14 bis 16 Ampère beträgt. Das ist pro *km* etwa 0·85 Ampère. Die aufgewendete Energie, welche den 14 bis 16 Ampère bei 10000 Volt entspricht, schätzt Swinburne[2]) auf etwa 7000 Watt. Sir W. Thomson[3]), der die zur Ladung aufgewendete Energie berechnet und annähernd gleich 16 P. S. gefunden hat, hält Swinburne's Schätzung für zu hoch, da zwar ein beträchtlicher Teil der 16 P. S., kaum aber 56 % davon verloren gingen. Messungen hat man hierüber leider nicht angestellt. Die einzige Notiz über eine Messung des Energieverbrauches eines Kondensators unter dem Einflusse hochgespannten Wechselstromes ist eine Bemerkung Cardew's[4]), dass ein Kondensator von 1 Mikrofarad bei 650 Volt 5 Watt verbraucht habe und nach längerer Einschaltung nur wenig Erwärmung zeigt. Die Polwechselzahl ist nicht angegeben.

Es ist sehr bemerkenswert, dass die aus dem Kondensatorstrom berechnete Kapazität von im Mittel 3·35 Mikrofarad für die ganze Linie wesentlich kleiner ist, als die von H. R. Kempe mit einem Normalkondensator und 18 Daniell-Elementen ermittelte, welche 4 Mikrofarad betrug. Fleming schreibt diesen Umstand der Unsicherheit in Bezug auf die Polwechselzahl und der Ungenauigkeit der Beobachtungen zu. Auch erwähnt er, dass ein bestimmter Betrag von Selbstinduktion im Hochstromkreise des Transformators bei voller Belastung den berechneten Kondensatorstrom verringert und dadurch die berechnete Kapazität im gleichen Sinne beeinflusst. Die umstehende Tabelle lässt einen Einfluss der vernachlässigten Selbstinduktion im angedeuteten Sinne auch erkennen. Während nämlich die Beobachtungen 1 bis einschliesslich 12 bei voller und halber Belastung immerhin als Mittelwert noch $C = 3·5$ ergeben, sinkt der Mittelwert der übrigen Beobachtungen bei Leerlauf auf $C = 3·2$ Mikrofarad.

---

[1]) J. A. Fleming, Diskussion, El., London, 27, p. 138.
[2]) James Swinburne, El., London, 26, p. 214. E. T. Z. 1891, p. 358
[3]) Sir W. Thomson, Diskussion, El., London, 26, p. 214.
[4]) Major Cardew, Diskussion, El., London, 27, 1891, p. 138.

Nr. der Beob.-Reihe	Gesamtstrom J_G	Nutzstrom J_N	Kondensatorstrom J_C	E_C	$C = \frac{J_C \cdot 10^6}{400\, E_C}$	
					Mikrofarad	
1	29·2	26·5	12·2	9 005	3 4	
2	31 5	28·0	14·4	9 935	3·6	
3	32·0	28·0	15 5	10 210	3·8	
4	29·2	26 5	12 2	9 020	3·4	3 5 Mikrofarad im Mittel entsprechend einer Dielektrizitätskonstanten k = 3·4 etwa
5	28·7	24·8	14·4	9 635	3 7	
6	27·6	24·3	13·1	9 440	3·5	
7	27·0	23·3	13·6	10 280	3·3	
8	26·0	23·3	11·5	8 310	3·5	
9	24·0	19 0	14·7	10 430	3·5	
10	22·0	17·0	14·0	10 535	3 3	
11	21·5	16 3	14·0	10 425	3 4	
12	17 0	—	—	—	—	
13	11·0	0	11·0	9 885	2 8	
14	11·0	0	11·0	9 985	2·8	
15	10 0	0	10·0	7 295	3·4	
16	5·0	0	5·0	5 200	2·4	3·2 Mikrofarad im Mittel
17	9 0	0	9·0	5 500	4·1	
18	9·0	0	9 0	5 900	3·8	
19	10·0	0	10·0	7 920	3·1	
20	12·0	0	12 0	9 395	3 2	

Bei einigen Messungen, welche Major Cardew anzustellen Gelegenheit hatte, wurde ein Kondensator von 0·5 Mikrofarad an die Klemmen einer Wechselstrommaschine angeschlossen; die Spannung wurde mit einem Thomson'schen elektrostatischen Voltmeter, der Strom mit einer Thomson'schen Deciampèrewage gemessen. Die Polwechselzahl war 206 in den ersten vier, bezw. 180 in den letzten zwei Experimenten. Die Werte von ω waren somit 647, bezw. 565 und jene von $C\omega$ also $3235 \cdot 10^{-7}$ und $2825 \cdot 10^{-7}$, wenn C in Farad ausgedrückt wird. Hieraus sind die Werte des Kondensatorstromes berechnet.

Polwechselzahl pro Minute	Spannung E_C	Ladestrom J_C	
		Beobachtet	Berechnet
206	360	0 132	0·116
206	396	0 145	0·128
206	493	0·175	0·160
206	583	0 200	0 189
180	481	0·150	0·136
180	598	0 187	0·170

Hier sind also alle aus dem mit Gleichstrom ermittelten Kapazitätswerte berechneten Ströme (um etwa 10 %) kleiner als

die beobachteten, so dass umgekehrt die aus den nach der Wechselstrommethode gemessenen Kondensatorströmen ermittelten Werte grösser gewesen wären als der von den Fabrikanten angegebene Wert. Major Cardew[1]) konstatiert, dass dieser Kondensator etwas schadhaft gewesen sei, dass aber auch ein vollkommen isolierter Kondensator, den ihm Dr. Muirhead lieh, nach der Wechselstrommethode grössere Werte der Kapazität ergeben habe als Dr. Muirhead's Messungen mit raschen Ladungen und Entladungen; bei letzteren hätte eine eventuelle Absorption, wie Swinburne[1]) sie andeutete, zu niedrige Kapazitätswerte ergeben, während eine bei der Wechselstrommethode auftretende Absorption die scheinbaren Werte der Kapazität erhöhen würde. Im Gegensatz hierzu erwähnt Prof. Ayrton[1]), dass er bei einigen mit Dr. Sumpner angestellten Messungen gute Übereinstimmung zwischen der nach der ballistischen Methode gemessenen und der berechneten Kapazität erhalten habe.

Fleming schreibt Cardew's Resultate der unvollkommenen Isolation der Kondensatorbelegungen zu, da bei Wechselströmen ein Isolationsfehler (ebenso wie auftretende Absorption) die Kapazität höher, bei Anwendung von Gleichströmen aber niedriger erscheinen lassen würde. Während[1]) ein guter Kondensator von der Kapazität C einer negativen Selbstinduktion $L' = \frac{1}{C\omega^2}$ entspricht, kann man einen schadhaften Kondensator, dessen Leistungsfähigkeit $\varkappa$ ist, entsprechend einem negativen Selbstinduktionskoëffizienten $L' = \frac{C}{\varkappa^2 + C^2\omega^2}$ setzen. Der Widerstand eines solchen Kondensators für Wechselströme ist $\frac{\varkappa}{\varkappa^2 + C^2\omega^2}$ und seine Impedanz

$$\frac{1}{\sqrt{\varkappa^2 + C^2\omega^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 30)$$

Den Nenner des letzten Ausdruckes, mit dem man sich vertraut zu machen haben wird, sobald die Anwendung der Kondensatoren praktische Bedeutung gewonnen haben wird, nennt Oliver Heaviside[2]) die »Durchlässigkeit« des Kondensators (ad-

---

[1]) El., London, 27, p. 127. Diskussion.

[2]) El., London. 27, p. 107. — O. Heaviside, Phil. Magazine 23, 1883. p. 18.

mittance). Übrigens hat Heaviside eine vollständige Theorie für den allgemeinsten Fall gegeben, wo in ein konzentrisches, mit Selbstinduktion und Kapazität behaftetes Kabel eine ebenfalls Selbstinduktion besitzende Quelle alternierender E. M. K. einen Wechselstrom sendet, der am Ende des Kabels von einem anderen, gleichfalls mit Selbstinduktion behafteten Konsumapparate aufgenommen wird. Heaviside entwickelt ausführlich die Ausdrücke für Strom und Spannung an Anfang und Ende der Kabellinie; doch besitzen die ausserordentlich komplizierten Formeln so lange nur wenig praktischen Wert, als wir nicht im stande sind, die wahren Werte, welche die verschiedenen Selbstinduktionskoëffizienten unter den Arbeitsbedingungen besitzen, zu ermitteln. Es ist deshalb auch auf eine Wiedergabe dieser Formeln an dieser Stelle verzichtet worden.

Auf Grund der vorher angeführten praktischen und theoretischen Ergebnisse bleibt also für Erklärung der Thatsache, dass Fleming die aus Wechselstrommessungen berechnete Kapazität kleiner fand, als die Gleichstrommessungen erwarten liessen, nur die Vernachlässigung der Selbstinduktion.

Aus einer grossen Anzahl von Beobachtungen über die Spannungsverteilung sind die folgenden als die besten ausgelesen und zu einer Tabelle zusammengestellt, die wir hier in etwas veränderter Anordnung und ein wenig erweitert wiedergeben.

Die erste Spalte dieser Tabelle giebt die Nummer der Beobachtungsreihe, die zweite und dritte Strom und Spannung an den Maschinenklemmen, die vierte die vierfachen Werte der dritten Reihe, also jene Spannungswerte, welche ohne Vorhandensein des Kabels der Anfangstransformator in seinem Hochspannungskreise ergeben hätte. In der fünften und siebenten Spalte sind die am Anfang und Ende der Kabellinie beobachteten Spannungen angeführt, während die sechste und achte Spalte die zugehörigen Stromwerte enthalten. Die neunte, zehnte und elfte Reihe geben die am Wasserbade abgelesenen Werte des Stromes, der Spannung und des vierfachen Wertes der letzteren. Die zwölfte Reihe enthält die Differenzen der Spannungswerte am Anfang und Ende des Kabels, und zur Vergleichung sind in der letzten Reihe die nach dem Ohm'schen Gesetze ermittelten Spannungsverluste den beobachteten (V bis VII) gegenübergestellt.

In allen Fällen von den ersten an, wo die zwei parallel geschalteten 150-P.S.-Transformatoren schwach überlastet waren,

bis herab zu den letzten, wo nur noch der Kondensatorstrom das Kabel passierte, lässt sich die Erhöhung der Spannung am Anfange des Kabels erkennen. Der Betrag jedoch, um welchen die Werte der fünften Reihe jenem der vierten überlegen sind, variiert etwas mit der Belastung und steigt von etwa 5% bei voller Belastung bis auf 10—15%, wenn die Belastung am Kabelende Null ist und nur noch der Kondensatorstrom das Kabel passiert.

Experimente zur Ermittelung der Spannungsverteilung in Ferranti's Hauptkabeln.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
Nr. des Experim.	An den Klemmen der Dynamo			Am Kabelanfang		Am Kabelende		Am Wasserbade			Spannungsverlust	
	Strom	Spannung	4-fach Spannung	Spannung	Strom	Spannung	Strom	Strom	Spannung	4-fach Spannung	beobachtet	berechnet
1	121·4	2177	8 708	9 060	29·2	8 950	26·5	118·2	2160	8 640	110	104
2	119·4	2385	9 544	10 100	31·5	9 770	28·0	117·1	2376	9 504	330	111
3	119·4	2458	9 832	10 300	32·0	10 120	28·0	116·0	2460	9 840	180	112
4	119·4	2177	8 708	9 110	29·2	8 930	26.5	116·0	2160	8 640	180	104
5	113 2	2311	9 244	9 700	28·7	9 570	24·8	106·5	2352	9 408	130	100
6	110·2	2251	9 004	9 600	27·6	9 280	24·3	105·5	2256	9 024	320	97
7	106·1	2568	10 272	10 490	27·0	10 070	23·3	101·6	2448	9 792	240	94
8	108·1	1994	7 976	8 420	26·0	8 200	23·3	100·7	1968	7 872	220	91
9	100 0	2448	9 792	10 170	24·0	10 690	19·0	56·5	2532	10 128	—520	80
10	92 8	2496	9 984	10 560	22·0	10 590	17·0	56·0	2628	10 572	— 30	73
11	92·8	2400	9 600	10 360	21 5	10 490	16 3	55 5	2556	10 224	—130	71
12	64 1	2311	9 244	9 700	17·0	9 770	—	42·2	2400	9 600	— 70	—
13	41·7	2280	9 120	9 870	11·0	9 900	0	0	2434	9 736	— 30	22
14	41·7	2328	9 312	9 970	11·0	10 000	0	0	2470	9 880	— 30	22
15	42 7	1620	6 480	7 240	10·0	7 350	0	0	1812	7 248	—110	18
16	24·4	1104	4 416	5 200	5 0	5 200	0	0	1241	4 964	0	9
17	24 4	1212	4 848	5 500	9.0	5 500	0	0	1339	5 456	0	17
18	24 4	1308	5 232	5 900	9·0	5 900	0	0	1435	5 740	0	17
19	37·6	1800	7 200	7 920	10·0	7 920	0	0	1946	7 784	0	18
20	48·8	2136	8 544	9 380	12·0	9 410	0	0	2311	9 244	— 30	22

Zwar nicht alle, aber dennoch die meisten Werte der Spalte VII sind grösser als die entsprechenden der IV. Spalte. Dies besagt, dass der Kondensatoreffekt trotz des zur Überwindung des Kupferwiderstandes für das Kabel erforderlichen Spannungsverlustes auch noch am Kabelende erkennbar ist. Es sind sogar einige Beobachtungsreihen (IX bis XII) vorhanden, bei welchen der Kondensatoreffekt zu überwiegen und gegen das Kabelende hin eine Spannungszunahme anzudeuten scheint, trotzdem ein verhältnismässig starker Strom das Kabel passiert.

Fleming's eigene Ansicht ist, dass bei diesen Beobachtungen Ablesefehler mit unterlaufen seien, welche bei dem unregelmässigen Gange der Maschine und der vertikalen Stellung der Cardew-Voltmeter (deren Ablesungen mit 100 zu multiplizieren waren) unvermeidlich erscheinen. Die zum Vergleiche in der XIII. und letzten Spalte gegebenen Spannungsverluste sind nach dem Ohm'schen Gesetze in der Weise ermittelt, dass der Widerstand der ganzen Linie $r = 11{\cdot}49 \,.\, 0{\cdot}324 = 3{\cdot}72$ Ohm mit dem arithmetischen Mittel aus Gesamt- und Arbeitsstrom multipliziert wurde.

Sicherlich ist diese Rechnungsweise nicht einwurfsfrei; sicherlich aber ist auch weder die Ermittelung des Spannungsverlustes aus dem Arbeitsstrome allein, noch aus dem Gesamtstrome allein richtig. Denn der Gesamtstrom nimmt von Längenelement zu Längenelement um den für dieses Element erforderlichen Kondensatorstrom ab, bis er am Kabelende seinen niedrigsten Wert, den Arbeitsstrom, erreicht. Es wird also jedenfalls, auch wenn dem unter Druck stehenden Kabel kein Strom am Ende entnommen wird, für die nahe der Maschine liegenden Teile des Kabels der Kondensatorstrom der entfernteren Kabelstrecken eine Belastung bilden, welche vielleicht Spannungsverlust hervorrufen könnte. Auf Grund dieser Überlegung sind auch für die letzten acht Beobachtungen Spannungsverluste ermittelt unter Zugrundelegung des halben Kondensatorstromes, der hier mit dem Gesamtstrome identisch angenommen ist.

Für diese Beobachtungen scheinen allerdings die Ablesungen mit grosser Wahrscheinlichkeit auf eine geringe Steigerung der Spannung vom Kabelanfang bis zum Kabelende hinzuweisen. Und gerade für diesen Fall haben auch Blakesley's und Heaviside's Ableitungen eine solche Zunahme vorausgesagt.

Denken wir uns über ein konzentrisches Kabel von der Länge l die Selbstinduktion L, den Widerstand R und die Kapazität C gleichförmig verteilt, so dass L, R und C die Werte der betreffenden Grössen für die Einheitslänge darstellen; denken wir uns das eine Ende des Kabels an eine Wechselstromquelle von vernachlässigbarer Selbstinduktion angeschlossen, das andere Ende aber ohne Stromentnahme und isoliert, so sind wir nach O. Heaviside's Entwickelungen im stande, das Verhältnis der Spannung V in irgend einer Entfernung x von der Quelle zur Spannung V_0 der Quelle selbst anzugeben. Es ist dann in dem beschriebenen Falle, der mit dem Falle der letzten acht Be-

obachtungen der vorhergehenden Tabelle annähernd übereinstimmt

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = \frac{e^{2P(l-x)} + e^{2P(l-x)} + 2\cos 2Q(l-x)}{e^{2Pl} + e^{-2Pl} + 2\cos 2Q(l-x)} \quad . \quad 32)$$

Hierin ist e die Basis der natürlichen Logarithmen, P und Q sind Funktionen der Grössen L, R, C und p. Und zwar ist

$$P = \sqrt{\frac{\omega}{2} C \left(\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} - L\omega\right)} \quad . \quad . \quad 33)$$

und

$$Q = \sqrt{\frac{\omega}{2} C \left(\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} + L\omega\right)}. \quad . \quad . \quad 34)$$

Für das Ferranti-Kabel sind von Fleming aus den bereits gegebenen Daten die Werte von

$$P = 0{\cdot}004168 \text{ pro Meile} = 0{\cdot}00258 \text{ pro } km$$

und

$$Q = 0{\cdot}005997 \text{ pro Meile} = 0.00372 \text{ pro } km$$

ermittelt worden[1]).

---

[1]) Wenn wir die Symbole der hyperbolischen Trigonometrie nicht scheuen, so können wir die Gleichung für das Verhältnis der Spannungen $\frac{V}{V_0}$ auch so schreiben:

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = \frac{\cos \text{hyp } 2P(l-x) + \cos 2Q(l-x)}{\cos \text{hyp } 2Pl + \cos 2Ql},$$

welche Schreibweise uns die Übereinstimmung von Heaviside's Entwickelungen mit denen Blakesley's für den einfacheren Fall, wo L = 0 ist, erkennen lässt.

Suchen wir nun einmal den Wert des Verhältnisses, das uns auch sofort den Spannungsabfall oder die Spannungszunahme ergiebt, für den Endpunkt des Kabels.

Demselben entspricht die Länge x = l. Der Zähler des Verhältnisses wird also cos hyp 0 + cos 0 = 2.

Zur Ermittelung des Nenners bedienen wir uns der Tabelle am Ende von Blakesley's „Elektrische Wechselströme", indem wir entsprechend interpolieren.

Es ist

$$\cos \text{hyp } 2Pl = \cos \text{hyp } 0{\cdot}09591 = 1{\cdot}00467$$

und

$$\cos 2Ql = \cos 0\,13801 = 0{\cdot}98930,$$

also

$$\cos \text{hyp } 2Pl + \cos 2Ql = 1{\cdot}99397$$

und

$$\frac{V}{V_0} = \sqrt{\frac{2{\cdot}00000}{1{\cdot}99397}} = 1{\cdot}0015.$$

Wenn die Einsetzung der früher angegebenen Werte von L, C und R, die berechnet oder mit Gleichstrommessungen gefunden sind, zulässig ist, so erhalten wir $\frac{V}{V_0} = 1{\cdot}0015$. Dieses Resultat weist darauf hin, dass bei der unbelasteten Kabellinie, wie sie bei den Versuchen geschaltet war, eine geringe Spannungszunahme gegen das Ende zu stattfinden könnte, welche bei 10000 Volt am Anfang des Kabels etwa 10015 Volt am Ende desselben ergeben würde. Es ist jedoch hierbei im Gedächtnis zu halten, dass die Linie bei den Versuchen doppelt so lang als bei normalem Betriebe war. Trotzdem war, selbst bei unbelastetem Kabel, die Spannungszunahme also nur so gering, dass Fleming's Behauptung gerechtfertigt erscheint: das Kabel sei bei allen Versuchen praktisch auf gleicher Spannung an allen seinen Punkten gewesen, solange nicht der bei den ersten Beobachtungen beträchtliche Arbeitsstrom Spannungsverluste hervorrief, die näherungsweise dem Ohm'schen Gesetze entsprachen.

Dabei reduzierten sich die vielfach übertriebenen und unklaren Darstellungen des »Ferranti-Effektes« auf die einfache Thatsache, dass infolge einer entsprechenden Abstimmung von Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität, bei gleicher Erregung der Maschine die Spannung auf allen Punkten des Stromkreises nach Einschaltung des Kabels höher war als vor Einschaltung desselben. S. Z. de Ferranti äusserte gelegentlich seines Besuches in der Kölner Zentrale halb im Scherz und halb im Ernste, er könne die Spannung seiner Zentrale durch Zu- oder Abschaltung von Kabeln vollkommen regulieren.

Eine dem »Ferranti-Effekte« ähnliche Erscheinung von grosser praktischer Wichtigkeit hat L. Neustadt[1]) in einer bemerkenswerten Abhandlung beschrieben und erklärt.

An einem etwa 85 *km* langen, mit hochgespanntem Wechselstrom betriebenen Netze des Kontinents, welches aus konzentrischen Kabeln gebildet ist, beobachtete man, dass manchmal die isolierende Schicht des Kabels zerstört wurde, wenn während des Betriebes ein Kabelstück angeschlossen oder abgeschaltet wurde, oder wenn eine Sicherung eines Kabelstranges abschmolz. Diese Erscheinung trat auch an solchen Kabeln auf, welche gut isoliert und vor der Verlegung mit einem Mehrfachen der normalen

[1]) L. Neustadt, El. Zschr. 1893, p. 253. El. London 30, p. 543.

Betriebsspannung geprüft worden waren. In den meisten Fällen wurde die zwischen dem äusseren Leiter des Kabels und dessen Hülle liegende isolierende Schicht zerstört; doch trat diese Zerstörung immer nur dann auf, wenn beim Anschliessen der innere Leiter zuerst verbunden oder beim Abschalten der äussere Leiter zuerst abgeschaltet wurde und wenn an das fragliche Kabelstück leerlaufende oder schwach belastete Transformatoren angeschlossen waren.

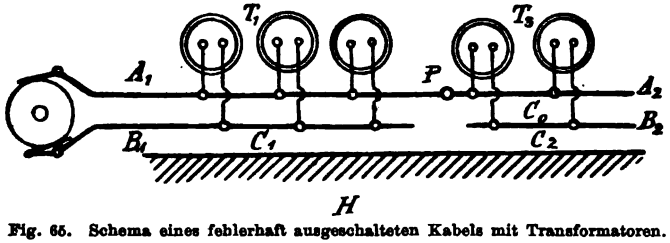


Fig. 65. Schema eines fehlerhaft ausgeschalteten Kabels mit Transformatoren.

Die Erklärung dieser Erscheinung lässt sich leicht auf Grund der früher behandelten Probleme finden, sobald man sich klar macht, dass das konzentrische Kabel zwei Kondensatoren repräsentiert. Der eine derselben wird durch die beiden Leiter des Kabels gebildet; den anderen bilden der äussere Leiter und die an Erde liegende Hülle des Kabels.

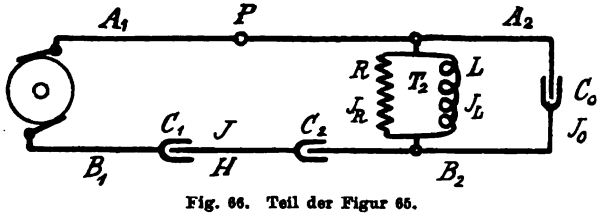


Fig. 66. Teil der Figur 65.

Das Schema des Stromkreises kann dann durch die Fig. 65 dargestellt werden, in welcher A dem inneren, B dem äusseren Leiter, H der Hülle (oder der Erde) entspricht. Das Kabelnetz als Ganzes ist in dieser Figur durch die Leiter A_1, B_1 und die Kapazität C_1 zwischen B_1 und H dargestellt. Dem fälschlich mit dem inneren Leiter A_2 im Punkte P zuerst angeschlossenen Kabelstrange entsprechen die Leiter A_2, B_2 und die Kapazitäten C_0 zwischen A_2, B_2 und C_2 zwischen B_2 und H.

Es sind dann im ganzen zwei Stromwege vorhanden; den einen bilden die Stromquelle, die Leiter A_1, B_1 und die Trans-

formatoren T_1; den anderen, mit welchem wir uns weiter zu befassen haben und der in Fig. 66 nochmals schematisch dargestellt ist, bilden die Stromquelle, die Leiter A_1, A_2, B_1 und B_2, die wenig oder gar nicht belasteten Transformatoren T_2, die Kondensatoren C_0, C_1, C_2 und die äussere Hülle H des Kabels. Dieser Stromkreis besteht aus einem Serienkreise, der die Selbstinduktion der Transformatoren T_2 und die Kondensatoren C_1, C_2 enthält, und einem parallel zu diesem Serienkreise geschalteten kleinen Kondensator C_0. Daraus lässt sich die Möglichkeit einer Spannungserhöhung ohne weiteres voraussehen.

Der näheren Behandlung des Falles wollen wir die Zahlenwerte

$$\begin{aligned} E &= 2000 \text{ Volt}, \\ \omega &= 270 \\ R &= 10\,000 \text{ Ohm}, \\ L &= 10 \text{ Henry}, \\ C_1 &= 50 \text{ Mikrofarad}, \\ C_2 &= 1{\cdot}0 \quad » \\ C_0 &= 0{\cdot}4 \quad » \end{aligned}$$

zu grunde legen. Diesen Werten entspricht ein Kabelnetz von etwa 85 *km* Gesamtkabellänge, mit Querschnitten von 25 bis 250 *qmm*, an welches ein Kabelstrang von 1 bis 2 *km* Länge angeschlossen wird und welches Transformatoren für etwa 20 000 Watt mit Strom versorgt. Die Bedeutung aller Werte der vorstehenden Tabelle ist nach früherem und aus Fig. 65 klar, nur der Widerstand R erfordert eine Erklärung. Derselbe entspricht jener ideellen Grösse, welche sich aus der durch die Transformatoren T_2 für Hysteresis, Wirbelströme, Spannungsverlust und eventuell Nutzleistung verbrauchten Energie W und der an den Transformatoren T_2 herrschenden Spannung V_0 nach dem Joule'schen Gesetze berechnen lässt.

$$W = \frac{V_0^2}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 35)$$

Diese ideelle Grösse hat offenbar die Dimension eines Widerstandes und mag für die Ableitung als konstant aufgefasst werden.

Diese Auffassung ist von Wichtigkeit, da wir beim Entwurfe des Diagrammes von der Klemmenspannung V_0 des Transformators und des Kondensators C_0 ausgehen müssen.

Die E. M. K. V_0 wird im allgemeinen von E = 2000 Volt verschieden sein; da uns ihre Grösse aber nicht bekannt ist, nehmen wir dieselbe beliebig an und ermitteln dann für diesen angenommenen Wert V_0' (von V_0) den Strom J_G', der den Serienstromkreis und die Kondensatoren C_1 und C_2 passiert. Diesem Strome entspricht eine Gesamtspannung $(V_1' + V_2')$,

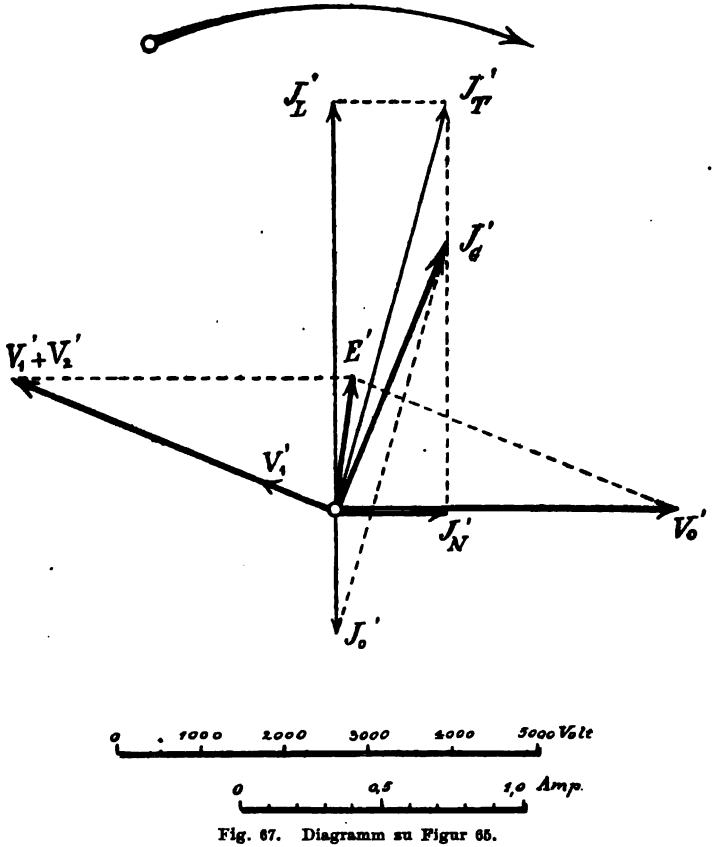


Fig. 67. Diagramm zu Figur 65.

welche gegen den Ladestrom J_G' der Kondensatoren $(C_1 + C_2)$ um 90^0 verzögert ist und die Klemmenspannung derselben darstellt. Die E. M. K. der Quelle, E', ergiebt sich dann als Resultierende aus V_0' und $(V_1' + V_2')$. Da nun aber V_0' beliebig angenommen wurde, wird E' im allgemeinen nicht mit dem gegebenen Werte E der Gesamtspannung übereinstimmen, und

es sind demnach alle Werte des Diagrammes entsprechend im Verhältnisse $\frac{E}{E'}$ zu verändern.

Zur Durchführung dieses Verfahrens nehmen wir die E. M. K. $V_0' = 4000$ Volt an und stellen dieselbe durch die Linie $\overline{O\,V_0}$ nach Grösse und Richtung dar. Der Arbeitsstrom der Transformatoren $J_N' = \frac{V_0'}{R} = \frac{4000}{10000} = 0{\cdot}4$ Amp. wird dann mit V_0' gleiche Richtung besitzen und mag im Diagramme durch eine Länge $O\,J_N'$ dargestellt werden. Dieser Strom eilt dem Erregerstrome $J_L' = \frac{V_0'}{L\,\omega} = 1{\cdot}48$ der Transformatoren T_2 um 90^0 vor und erscheint selbst gegen den Erregerstrom $J_0' = V_0' C_0 \omega = 0{\cdot}433$ des Kondensators C_0 um 90^0 verzögert. Er setzt sich mit dem Erregerstrom J_L' zum Gesamtstrome $J_T' = 1{\cdot}53$ der Transformatoren oder mit J_L' und J_0' zum Gesamtstrome $J_G' = 1{\cdot}1$ zusammen. Dieser Strom durchläuft den Serienkreis und das Dielektrikum der Kondensatoren C_1 und C_2 und erzeugt an den Klemmen der letzteren die Spannungen $V_1' = \frac{J_G'}{C_1\,\omega} = 81{\cdot}4$ Volt und $V_2' = \frac{J_G'}{C_2\,\omega} = 4070$ Volt, welche sich zu einer einzigen, um 90^0 gegen J_G' verzögerten E. M. K. $(V_1' + V_2') = 4151{\cdot}4$ Volt, zusammensetzen[1]). Das Diagramm ergiebt somit für die E. M. K. der Stromquelle den Wert $E' = 1560$ Volt als Resultante der Komponenten $V_0' = 4000$ und $(V_1' + V_2') = 4151{\cdot}4$ Volt.

Daraus folgt zunächst, dass die ursprüngliche Annahme falsch war und dass alle Werte des Diagrammes im Verhältnisse $\frac{E}{E'} = \frac{2000}{1560}$ zu vergrössern sind. Weiterhin aber lässt das Diagramm erkennen, dass durch die Parallelschaltung des kleinen Kondensators C_0, also durch Anlegung der inneren Ader des kurzen Kabelstückes an das vorhandene, weit ausgedehnte Kabelnetz, in den Isolierschichten des Kabels bei normalem Betriebe Spannungen auftreten können, welche die beobachteten Zerstörungen wohl zu erklären vermögen.

---

[1]) In der massstäblich gezeichneten Figur 67 ist V_1' der Deutlichkeit halber zu gross gezeichnet; dies ist zulässig, da nur die Summe $(V_1' + V_2')$ für die weitere Konstruktion verwendet wird.

Die richtigen Werte sämtlicher Ströme und Spannungen des Diagrammes sind

$$V_0 = V_0' \cdot \frac{E}{E'} = 5300 \text{ Volt},$$

$$J_N = \frac{V_0'}{R} \cdot \frac{E}{E'} = 0{\cdot}53 \text{ Amp.},$$

$$J_L = \frac{V_0'}{L\omega} \cdot \frac{E}{E'} = 1{\cdot}96 \text{ Amp.},$$

$$J_T = \sqrt{(J_N)^2 + (J_L')^2} \cdot \frac{E}{E'} = 2{\cdot}03 \text{ Amp.},$$

$$J_G = J_G' \cdot \frac{E}{E'} = 1{\cdot}456 \text{ Amp.},$$

$$V_1 = \frac{J_G'}{C_1 \omega} = \frac{E}{E'} = 110 \text{ Volt},$$

$$V_2 = \frac{J_G'}{C_2 \omega} = \frac{E}{E'} = 5390 \text{ Volt}.$$

Die Spannung $V_1 + V_2$ verteilt sich im umgekehrten Verhältnis der Kapazitäten C_1 und C_2 auf die entsprechenden Kondensatoren, d. h. es wird die gefahrbringende Spannung V_2 an demjenigen Kabelstücke auftreten, welches die kleinere Kapazität besitzt, in den meisten Fällen also an dem ab- oder zuzuschaltenden Teile des Netzes. Dass aber in den meisten Fällen der durch die äussere Isolierschicht charakterisierte Kondensator K_2 zerstört wurde, trotzdem V_2 nur unerheblich höher ist als V_0, lässt sich darauf zurückführen, dass wegen der grösseren Oberfläche und geringeren Dicke dieser Isolierschicht der Isolationswiderstand derselben kleiner ist als jener zwischen den Platten des Kondensators C_0.

Neustadt giebt schliesslich zur Verhütung der beschriebenen unwillkommenen Spannungssteigerung den Satz, dass beim Zu- oder Abschalten der innere Leiter nie allein eingeschaltet bleiben soll, welcher für das bedienende Personal in die mnemotechnische Regel:

$$\left.\begin{matrix}\text{Innen zuerst Aus-}\\ \text{Aussen « Ein-}\end{matrix}\right\} \text{schalten}$$

umzuwandeln wäre. Am empfehlenswertesten ist natürlich die Verwendung solcher Ein- und Ausschaltevorrichtungen, welche eine unrichtige Reihenfolge der Schaltungen überhaupt unmöglich machen.

12. Einfluss der elektrostatischen Kapazität der Transformatoren.

Der zuletzt behandelte Fall des mit Transformatoren verbundenen und an ein in Betrieb befindliches Kabelnetz anzuschliessenden Kabelstückes zeigte uns eine bei falscher Reihenfolge der Schaltungen auftretende Spannungssteigerung, welche ausser der Isolation der Kabel auch jener der angeschlossenen Transformatoren verderblich werden kann.

Ausserdem aber treten an manchen Transformatoren zuweilen Erscheinungen auf, welche der elektrostatischen Kapazität dieser Transformatoren zuzuschreiben sind.

Jeder Transformator besteht im wesentlichen aus zwei Systemen von Drahtwindungen, welche zwar mit dem nämlichen Kraftlinienstrom kettengliederartig verschlungen, dabei aber elektrisch sorgfältig voneinander isoliert sind. Es ist daher klar, dass jeder Transformator einem Kondensator entspricht, dessen Belegungen die primäre und sekundäre Bewickelung und dessen Dielektrikum die diese Bewickelungen trennende Isolierschicht darstellt. Die elektrostatische Kapazität der Transformatoren ist im allgemeinen eine niedrige, da die Wickelungen nur Belegungen von mässiger Grösse darstellen und da insbesondere die Stärke des Dielektrikums eine beträchtliche ist. Immerhin hat Fleming[1]) durch Messungen an einer Reihe von Transformatoren elektrostatische Kapazitäten festgestellt, welche zwischen $\frac{1}{30}$ und $\frac{1}{300}$ Mikrofarad lagen.

Fleming führt an, dass schon im September 1885 Dr. J. Hopkinson[2]) auf die Gefahr aufmerksam machte, welche die Verwendung von Transformatoren mit hoher elektrostatischer Kapazität mit sich bringe, und giebt dann für diese Erscheinung die folgende Erklärung:

Wenn der Transformator mit anderen in Serie geschaltet ist und von einer Wechselstromquelle mit hoher Spannung versorgt wird, so wird bei jedem Stromwechsel die Spannung der ganzen Primärspule steigen und wieder abnehmen. Da nun die Primärspule die eine Belegung eines Kondensators repräsentiert, so wird die elektrostatische Induktion zwischen primärer und sekundärer Spule auch die gesamte Spannung

---

[1]) J. A. Fleming, The alt. curr. transf., Vol. II, p. 111.
[2]) J. Hopkinson, Phil. Mag., September 1885, p. 292.

der Sekundärspule und des an sie angeschlossenen sekundären Stromkreises in ähnlicher Weise erhöhen, wenn der ganze Sekundärkreis nirgends Erdschluss aufweist. Man würde also, wenn man auf dem Boden unisoliert steht und den Sekundärkreis berührt, einen Schlag empfangen, dessen Stärke mit der elektrostatischen Kapazität der Transformatoren wächst.

Wenn der Transformator mit anderen parallel geschaltet ist und von einer Stromquelle mit hochgespanntem Wechselstrome versorgt wird, so ist die elektrostatische Kapazität des Transformators belanglos, solange der Primär- und der Sekundärkreis vollkommen isoliert sind. Denn in diesem Falle würde jede Klemme des Transformators abwechselnd eine Spannungserhöhung und eine Spannungsabnahme erfahren, und der isolierte Sekundärkreis, als Ganzes betrachtet, könnte dann keine Erhöhung oder Verringerung des Potentiales erfahren, da in jedem Augenblicke die Spannung der einen Primärklemme ebenso hoch über dem Potentiale der Erde sich befindet, als jene der anderen unter dem Potentiale derselben. Wenn jedoch das eine Ende des Primärkreises an Erde liegt, wird das andere Spannungsschwankungen unterliegen, welche auf den isolierten Sekundärkreis induzierend einzuwirken vermögen. Unter diesen Umständen kann jemand, der mit guter Erdableitung den Sekundärkreis berührt, durch die Kondensatorentladung einen empfindlichen Schlag empfangen.

Diese Erscheinung tritt auch dann in ganz schwachem Masse auf, wenn der Primärkreis vollkommen isoliert ist, aber durch konzentrische Kabel gebildet wird. In diesem Falle genügt der von dem Kabel zur Erde gehende Entladestrom zur Hervorrufung derselben. Aber es muss ausdrücklich hervorgehoben werden, dass die an und für sich, auch in der physiologischen Wirkung unbedeutende Entladung des durch den Transformator gebildeten Kondensators vollkommen verschwindet, sobald man im Sekundärkreise einen freiwilligen oder zufälligen Erdschluss hat. Das letztere wird in höherem oder geringerem Masse fast stets der Fall sein; doch sind zur Verhütung der Kondensatorentladung, welche bei oberirdischen, den Blitzschlägen ausgesetzten Hochspannungsleitungen verderblich werden können, (ausser den Blitzschutzvorrichtungen) auch besondere Erdschlussvorrichtungen (Earthing devices) ersonnen worden, welche stellenweise in England und Amerika zur Anwendung gelangt sind. Die kontinentale Hochstrompraxis hat die Verwendung dieser Erdschlussvorrichtungen bisher für vollkommen überflüssig befunden.

Drittes Kapitel.

Wirkungsweise und Wirkungsgrad der Wechselstromtransformatoren.

1. Praktisches Näherungsverfahren zur Bestimmung des Wirkungsgrades bei verschiedenen Belastungen.

Die Frage der Wirkungsweise und des Wirkungsgrades eines Transformators ist bereits in der Einleitung ganz kurz gestreift worden.

Wir wissen, dass unter dem Einflusse der primären E. M. K. ein um eine Viertelperiode gegen dieselbe verzögertes magnetisches Feld in dem beiden Bewickelungen gemeinsamen Eisen- (oder Luft-) kerne entsteht und dass diesem pulsierenden magnetischen Felde eine sekundäre E. M. K. entsprechen muss, welche wieder um eine Viertelperiode gegen das Feld, also um eine halbe Periode gegen die primäre E. M. K., verzögert sein wird.

Wenn also die Wirkungen der viskosen Hysteresis vernachlässigbar sind, nehmen primäre und sekundäre E. M. K. in jedem Momente genau die entgegengesetzten Phasen ein.

Anders jedoch verhalten sich die Ströme. Der sekundäre Strom wird mit der sekundären Spannung koinzidieren, sobald der Transformator sekundär auf Glühlampen oder andere induktionsfreie Widerstände arbeitet. Werden jedoch elektromagnetische Vorrichtungen, z. B. Motoren, von der Sekundärwickelung des Transformators mit Strom versehen, so wird dieser Strom entsprechend der Selbstinduktion des ganzen Sekundärkreises verzögert sein. Der primäre Strom dagegen wird niemals vollständig mit der primären E. M. K. zusammenfallen. Wenn derselbe bei dem leerlaufenden Transformator nur die Aufspeicherung von Energie in Form des pulsierenden Feldes zu besorgen hätte, so wäre seine Verschiebung gegenüber der primären E. M. K. eine Viertelperiode im Sinne der Verzögerung; da aber infolge der dauernden Veränderung des Feldes in der Masse des Kernes Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme entstehen, wird der vorerwähnte »wattlose« Erregerstrom nur die eine Komponente

des gesamten Primärstromes sein, dessen zweite, in Richtung der primären E. M. K. wirkende Komponente sich als Quotient aus dem primär verzehrten Effekt in Watt zu der primären E. M. K. in Volt ergiebt. Bei rationell gebauten Transformatoren der eisengeschlossenen Type sind sowohl der Erregerstrom gegenüber dem gesamten Primärstrome, als auch der Effektverlust bei offenem Sekundärkreise gegenüber der Gesamtleistung des vollbelasteten Transformators von geringer Grösse. Wenn man annimmt, dass bei solchen Transformatoren der Magnetisierungseffekt etwa 2—5% des gesamten Effektes und der Erregerstrom etwa 3% des gesamten bei voller Belastung vorhandenen Primärstromes beträgt, so ergiebt sich bei voller Belastung eine Verschiebung von etwa 2° (da die Tangente des Verschiebungswinkels 0·03 ist) und bei Leerlauf eine Verschiebung von etwa 31° bis 56° (deren Tangente gleich $\frac{0{\cdot}03}{0{\cdot}05} = 0{\cdot}6$ bis $\frac{0{\cdot}03}{0{\cdot}02} = 1{\cdot}5$ ist) zwischen primärer Spannung und primärem Gesamtstrome.

Unter Berücksichtigung dieser Verhältnisse, welche durch Messungen vollauf bestätigt sind, kann man sich über die Arbeitsverhältnisse eines Transformators für jede beliebige Grösse des in einem induktionsfreien Stromkreise geleisteten Effektes mit Hülfe eines für praktische Zwecke genügend genauen Näherungsverfahrens sehr rasch orientieren.

Angenommen, es sei dieses Näherungsverfahren durchzuführen an einem 10000-Watttransformator, dessen Hysteresis- und Wirbelstromverluste bei der normalen und konstant zu haltenden Primärspannung von 2000 Volt gerade 200 Watt betragen. Die primären und sekundären Widerstände seien so bemessen, dass in jeder Bewickelung bei voller Belastung 1% der Nutzleistung, d. h. 100 Watt, verloren gehen. Das Übersetzungsverhältnis sei 1 : 20. Die Streuung sei vernachlässigbar.

Dann wird der unbelastete, primär angeschlossene Transformator eine sekundäre Spannung von 100 Volt, einen Verlust von 200 Watt für Magnetisierungsarbeit und bei 45° Verschiebung einen Primärstrom von

$$\frac{200}{2000} \cdot \frac{1}{\cos 45^0} = 0{\cdot}1 \cdot \frac{1}{0.707} = 0{\cdot}141 \text{ Ampère},$$

rund 0·15 Ampère aufweisen. Streng genommen müsste man

nun auch den Verlust ermitteln, welchen dieser Strom in der primären Spule hervorruft. Da aber bei etwa

$$\frac{10000 \text{ Watt}}{2000 \text{ Volt}} = 5 \text{ Ampère}$$

dieser Verlust nur 100 Watt beträgt, so entspricht dem Primärstrome von rund 0·15 Ampère nur ein Effektverlust von etwa

$$\frac{0{\cdot}15^2 \times 100}{5^2} = 0.09 \text{ Watt},$$

welcher 0.045 % des Leerlaufsverlustes ausmacht, also ruhig vernachlässigt werden darf.

Bei voller Belastung wäre

der Verlust im Eisen für Hysteresis und Wirbelströme = 200 Watt,
» » » Kupfer der primären Wickelung = 100 » ,
» » » » sekundären » = 100 » .

Wenn dann die Sekundärbelastung mit Glühlampen einem Effekte von 10000 Watt entspricht, so müssen primär soviele Watt aufgewendet werden, dass diese 10000 Watt und sämtliche Verluste davon bestritten werden können. Der primäre Effekt wird somit $10000 + 200 + 100 + 100 = 10400$ Watt betragen, und der primäre Strom wird wegen der geringen jetzt noch vorhandenen Verschiebung zwischen demselben und der primären E. M. K. nur sehr wenig grösser sein als $\frac{10400}{2000} = 5{\cdot}20$ Ampère. Die sekundäre Spannung aber wird, da in den Kupferbewickelungen 2 % verloren gegangen sind, nur noch 98 Volt, der sekundäre Strom also $\frac{10000}{98} = 102{\cdot}04$ Ampère etwa betragen.

Der Wirkungsgrad der Umsetzung ergiebt sich schliesslich als das Verhältnis des sekundär geleisteten zu dem primär aufgewendeten Effekte; dasselbe ist somit $\frac{10000}{10400} = 96{\cdot}15$ %.

Für jede andere als die volle Belastung lassen sich die Arbeitsverhältnisse leicht ermitteln, wenn man davon ausgeht, dass

1. der Verlust für Magnetisierung unabhängig ist von der Belastung,
2. der Spannungsverlust in den Windungen proportional ist dem Strome,
3. der Effektverlust in den Windungen proportional ist dem Quadrate des Stromes,
4. der Verschiebungswinkel zwischen primärem Gesamtstrome und primärer Spannung auch bei schwachen Belastungen

noch von solcher Grösse ist, dass sein Cosinus nahe der Einheit ist und somit Strom und Spannung als praktisch zusammenfallend angesehen werden können. Diese Annahme entspricht nicht vollkommen der Wirklichkeit; da aber die sehr schwachen Belastungen von weniger Bedeutung sind und die Annahme für Belastungen bis zu $^1/_5$ oder $^1/_6$ der vollen Belastung zutreffend ist, so kann man leicht für jeden Transformator von bekannten Verlusten und bekanntem Übersetzungsverhältnis die sämtlichen in der folgenden Tabelle enthaltenen Werte in der angeführten Reihenfolge berechnen oder zusammenstellen.

Ermittelung der Arbeitsverhältnisse eines Transformators für maximal 10 000 Watt.

Sekundäre Belastung		Verluste W_v		Primäre Leistung in Watt	Wirkungsgrad in %	Primärspannung	Sekundärspannung	Sekundärstrom	Primärstrom
in Teilen der max. Leistung	in Watt	im Eisen	im Kupfer in % in Watt						
	W_2	W_{fe}	W_{Cu}	$W_1 = W_2 + W_{fe} + W_{Cu}$	$\eta = \frac{100\ W_2}{W_1}$	E_1 = konstant	E_2	$J_2 = \frac{W_2}{E_2}$	bei Leerlauf: $J_1 = \frac{W_1}{E_1} \cdot 0{\cdot}7$ bei Belastung: $J_1 = \frac{W_1}{E_1}$
0	000	200	0 = 0	200	0	2000	100	0	0·30
0·1	1000	200	0·02 = 2	1 202	83·20	2000	99·98	10·00	0·60
0·2	2000	200	0·08 = 8	2 208	90·60	2000	99·92	20·02	1·10
0·3	3000	200	0·18 = 18	3 218	93·23	2000	99·82	30·06	1·61
0·4	4000	200	0·32 = 32	4 232	94·52	2000	99·68	40·13	2·12
0·5	5000	200	0·50 = 50	5 250	95·24	2000	99·50	50·25	2·63
0·6	6000	200	0·72 = 72	6 272	95·66	2000	99·28	60·43	3·14
0·7	7000	200	0·98 = 98	7 298	95·92	2000	99·02	70·69	3·65
0·8	8000	200	1·28 = 128	8 328	96·10	2000	98·72	81·04	4·16
0·9	9000	200	1·62 = 162	9 362	96·13	2000	98·38	91·48	4·68
0·0	10000	200	2·00 = 200	10 400	96·15	2000	98·00	102·04	5·20

Die Zahlen dieser Tabelle und die an den Köpfen der einzelnen Vertikalreihen angebrachten einfachen Formeln sprechen für sich selbst. Die Genauigkeit des Näherungsverfahrens entspricht, sofern es sich um Ermittelung des Wirkungsgrades, der Drahtstärke einer Leitung oder des Durchmessers einer Schmelzsicherung handelt, vollauf den Anforderungen der Praxis.

Will man vom mehr akademischen Standpunkte aus die Genauigkeit weitertreiben, so muss man zunächst die Voraussetzungen auf ihre Zulässigkeit prüfen und zu diesem Behufe die im Transformator auftretenden Verluste analysieren.

2. Die im Transformator auftretenden Verluste.

Wird ein Leiter von einigermassen grösserer Masse in ein rasch wechselndes Feld gebracht, so entstehen in dem kurzgeschlossenen Stromkreise, welchen seine Masse darstellt, Ströme von solcher Stärke, dass seine Erwärmung unter Umständen eine bedeutende werden kann. Diese Wirbelströme (oder Foucaultströme) werden, da sie von dem Felde erzeugt wurden, mit den Linien desselben kettengliederartig verschlungen sein, also relativ zu denselben sich ähnlich verhalten und ähnlich gelagert sein wie die Ströme in den das Feld erzeugenden Windungen; sie werden ihre Richtung ebenso oft wechseln als das wechselnde Feld, und die ihrer Entstehung entsprechende E. M. K. wird proportional sein der Zahl der Wechsel oder Perioden des Feldes. Ihr Vorhandensein muss also einem Energieaufwande entsprechen, welcher proportional ist dem Quadrate der sie erzeugenden E. M. K., also auch dem Quadrate der Periodenzahl, und welcher um so grösser wird, je grösser diese E. M. K. (der Wirbelströme) und je kleiner der dem kurzgeschlossenen Stromkreise äquivalente Widerstand, also je grösser die Induktion B, die Dimensionen des Leiters und die Leitungsfähigkeit desselben sind. Um ihren Einfluss zu unterdrücken, also starke Erwärmungen und grösseren Energieverlust zu vermeiden, zerteilt man alle dem Einflusse des wechselnden Feldes unterworfenen Körper von einigermassen grösserer Masse in solcher Weise, dass die Kraftlinien durch die eingeführten Schnittflächen nicht, die Bahnen der Wirbelströme aber möglichst vielfach durchschnitten werden. Da nun aber im Interesse der Stabilität der Konstruktion und der Billigkeit der Herstellung die Körper sich nicht beliebig weit unterteilen lassen, werden Wirbelströme stets, auch in praktisch schon recht weit zerteilten körperlichen Massen, auftreten, und die diesen Wirbelströmen entsprechenden Kraftlinien werden die Linien des ursprünglichen Feldes zu schwächen und abzulenken vermögen. Dieser Umstand macht es erklärlich, dass die Wirbelströme im stande sind, die zur Hervorrufung einer gewissen Induktion erforderliche magnetisierende Kraft und den einer solchen Induktion entsprechenden Energieaufwand für Hysteresis zu beeinflussen, sofern wir uns ihre Wirkung bei Transformatoren zunächst auf die Masse des Eisenkernes, als die grösste, beschränkt denken. Wir werden späterhin erkennen, dass das Zustandekommen von Wirbelströmen auch im stande ist, den Spannungsabfall im Transformator zu erhöhen.

a) Von den Verlusten im Eisen ist der durch Hysteresis bewirkte der grösste. Wir wissen, dass dieser Verlust pro Cyklus mit der Induktion wächst, dass er, da viskose Hysteresis innerhalb der praktisch in Betracht kommenden Grenzen nicht nachweisbar ist, von der Geschwindigkeit der Cyklen unabhängig ist und dass er proportional der Zahl der Cyklen oder Perioden per Minute zunimmt. Ausserdem lässt sich an Hand der obigen Ausführungen überblicken, dass bei dem Eisenkerne des praktisch ausgeführten Transformators Hysteresis und Wirbelströme stets gemeinsam auftreten werden. Die Überlegung, dass eine Trennung der Hysteresis- und Wirbelstromverluste unter Anwendung

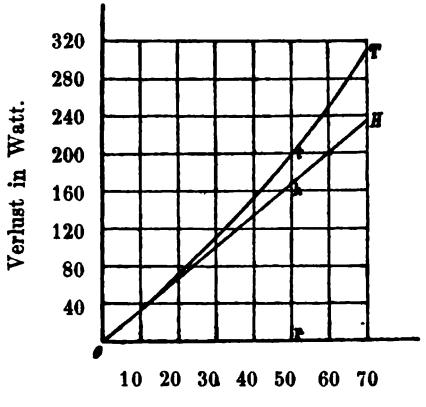


Fig. 68. Trennung der Hysteresis- und Wirbelstromverluste bei einem 10000 Watt-Transformator.

verschiedener Periodenzahlen p leicht durchführbar sein muss, da ja die Hysteresis proportional p, die Wirbelströme proportional p^2 wachsen, wurde von Bláthy und Neustadt bereits im Jahre 1885 zur thatsächlichen Trennung der beiden Verluste verwendet[1]). Bláthy hat dies einmal in einem Briefe an den »Electrician« angedeutet, hat aber leider es für nicht wünschenswert oder nicht notwendig erachtet, die Sache zu veröffentlichen. Gelegentlich des Frankfurter Elektrikerkongresses wurden von G. Kapp[2]), F. Hummel[3]) und M. v. Dolivo-Dobro-

[1]) Vergl. C. P. Feldmann, El., London, 32, p. 581, 617.

[2]) G. Kapp, Bericht über die Verhandlungen des Intern. Elektr.-Kongresses zu Frankfurt a. M., II, p. 191.

[3]) F. Hummel, ebenda, p. 167.

wolsky[1]) verschiedene Methoden zur Trennung der beiden Verluste angegeben, welche, auf Transformatoren angewendet, im wesentlichen darauf hinauslaufen, bei konstanter Induktion B und verschiedenen Werten von p die Summe der Verluste zu bestimmen, mit den erhaltenen Resultaten eine Kurve zu zeichnen, deren Abscissen die Werte von p, deren Ordinaten die gemessenen Gesamtverluste sind und deren Verlauf (für einen bestimmten Transformator) der in Fig. 68 dargestellte ist, und nun an den Anfang dieser Kurve eine Tangente zu ziehen. Dies ist mit einem genügenden Grade von Genauigkeit schon deshalb möglich, weil die Kurve im Anfange nur sehr allmählich anwächst. Die Ordinaten $\overline{p\,t}$ der Kurve T (Fig. 68) geben für die verschiedenen Werte von p die Gesamtverluste für einen 10000-Watttransformator, die Ordinaten $\overline{p\,h}$ der Tangente H an die Kurve T geben die Hysteresisverluste und die Vertikalabstände $\overline{t\,h}$ der Kurve H von der Kurve T geben die Wirbelstromverluste für den betreffenden Wert von p an.

Das Verdienst, die für den Zusammenhang zwischen Hysteresisverlust pro Cyklus und Kubikcentimeter W_{Hyst} und Induktion B geltenden Beziehungen vollständig, wenn auch empirisch, an Hand eingehender und umfangreicher Versuche klargelegt zu haben, gebührt Ch. P. Steinmetz[2]). Seine Untersuchungen verdienen schon deshalb besondere Beachtung, weil er nicht nur kleine Probestücke, sondern auch Transformatoren unter den Bedingungen der praktischen Arbeit prüfte und weil das von ihm gefundene empirische Gesetz auch auf heterogene magnetische Körper (Eisenfeilspäne z. B.) anwendbar zu sein scheint.

Ausgehend von einer Untersuchungsreihe Ewing's wies Steinmetz zuerst für diese und dann für alle von ihm untersuchten magnetischen Körper und Kreisprozesse nach, dass der Hysteresisverlust W_{Hyst} pro Cyklus und Kubikcentimeter proportional ist der 1·6 ten Potenz der maximalen, während des Cyklus erreichten Induktion B_m und dass, wenn der Cyklus sich nicht von $+B_m$ über 0 nach $-B_m$ und von da über 0 zurück nach $+B_m$ erstreckt, sondern innerhalb der Grenzen $+B_m$ und $+B_0$ verläuft, der Wert von W_{Hyst} proportional ist der 1·6 ten Potenz der Differenz von B_m und B_0.

---

[1]) M. v. Dolivo-Dobrowolsky, ebenda, p. 197.

[2]) Ch. P. Steinmetz, El. Zeitschr. 1891, p. 62, El. Zeitschr. 1892, p. 47, 55 u. 136, ferner 519, 531 ff; El., London, 26, p. 251, 261, und 28, p. 384 ff.

Es war also, solange keine Verluste für Wirbelströme auftraten, im ersten Falle

$$W_{Hyst} = \alpha \,.\, B_m^{1\cdot 6} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

im zweiten Falle

$$W_{Hyst} = \alpha \,.\, (B_m - B_0)^{1\cdot 6} \quad \ldots\ldots \quad 1a)$$

Erreichen im einen oder anderen Falle die Wirbelstromverluste messbare Grösse, so tritt zu den Formeln noch ein Glied, welches proportional ist der Zahl der Perioden p und dem Quadrate der Induktion. Es ist also bei gleichzeitigem Auftreten von Hysteresis und Wirbelströmen der Gesamtverlust per Cyklus und Kubikcentimeter bei p Perioden pro Sekunde im ersten Falle

$$W_v = W_{Hyst} + W_{Fouc} = \alpha\, B_m^{1\cdot 6} + \beta \,.\, p \,.\, B_m^2,$$

im zweiten Falle

$$W_v = W_{Hyst} + W_{Fouc} = \alpha (B_m - B_0)^{1\cdot 6} + \beta \,.\, p\, (B_m - B_0)^2.$$

Es ist ein merkwürdiger Zufall, dass die erste von Steinmetz auf den Zusammenhang zwischen W_{Hyst} und B geprüfte Versuchsreihe Ewing's, deren Werte in der folgenden Tabelle mitgeteilt sind, sich auf ein ganz ausserordentlich gutes Eisenstück bezogen, welches bei den im Jahre 1881 an der Universität in Tokio angestellten Versuchen Ewing's dem Vorrate des Laboratoriums entnommen worden war.

Steinmetz'sche Tabelle über den Zusammenhang zwischen Hysteresis und B_m für ein von Ewing untersuchtes Eisenstück.

0·8 H = Magn. Kraft in Ampère-Windungen	B_m Maxim. Induktion	Hysteresisverlust in Erg pro Cyklus und Kubikcentimeter		Differenz zwischen beob. u. ber. Werten von $W_{Hyst.}$	
		beobachtet	berechnet aus: $0{\cdot}002\, B_m^{1\cdot 6}$	absolut	in %
1·50	1 974	410	375	35	8·5
1·95	3 830	1 160	1 082	58	5·0
2·56	5 950	2 190	2 190	0	0
3·01	7 180	2 940	2 956	— 16	—0·5
3·76	8 790	3 990	4 080	— 90	—2 3
4·96	10 590	5 560	5 510	50	+0 9
6·62	11 480	6 160	6 260	—100	—1·7
7·04	11 960	6 590	6 690	—100	—1·5
26·50	13 700	8 690	8 310	380	+4·4
75·20	15 560	10 040	10 190	—150	—1·5

Bei der Wahl von Eisen für Transformatoren ist geringer Hysteresisverlust von weit höherer Bedeutung als hohe Permeabilität. Diese zwei Eigenschaften gehören nicht notwendigerweise zusammen; denn die zwei Äste der Magnetisierungskurve

mit B als Ordinate und H als Abscisse mögen ganz wohl nur langsam ansteigen und dennoch einen grossen Flächenraum einschliessen.

Trotz dieser anerkannten Wichtigkeit geringer Hysteresisverluste im Eisen ist das Material oft in dieser Beziehung sehr minderwertig und, wie Evershed und Vignoles[1]) betonen, auch selbst dann sehr verschieden, wenn es von einem und demselben Fabrikanten unter einer und derselben Bezeichnung bezogen wurde. Ewing[2]) hat gelegentlich des Kongresses in Chicago über eine neuerdings von ihm angestellte Versuchsreihe berichtet, für welche die Musterstücke entweder als Transformatoreneisen speziell bezeichnet oder als besonders gutes und für die Versuche eigens präpariertes Metall geliefert worden waren. Nur in einem Falle wurde ein Stück dünnen Eisenbleches gefunden, welches von einer bedeutenden englischen Firma zum Aufbau ihrer Transformatoren verwendet wird und welches dem bei den Messungen in Tokio benutzten Eisen annähernd gleichkam. Diese Versuchsresultate sind in der folgenden Tabelle mit den Bezeichnungen der Materialien zusammengestellt.

Tabelle der Hysteresisverluste für verschiedene als gut bezeichnete Eisensorten nach Ewing.

B_m Maximale Induktion	Hysteresisverlust in Erg pro Cyklus und Kubikcentimeter			
	für Eisen aus dem Versuche in Tokio	Eisenblech für Transformatoren	Eisenblech für Transformatoren	Besonders feines schwedisches Holzkohleneisen
2 000	400	420	600	1 100
3 000	780	800	1 150	2 150
4 000	1200	1260	1 780	3 300
5 000	1680	1770	2 640	4 700
6 000	2700	2370	3 360	6 200
7 000	2800	3150	4 300	7 800
8 000	3430	3940	5 300	9 500
9 000	4160	4800	6 380	11 400
10 000	4920	5730	7 520	13 400
11 000	5800	6800	8 750	15 600
12 000	6700	8000	10 700	—

Die chemische Analyse[3]) ist kein vollkommen zuverlässiger Führer bei Beurteilung der magnetischen Eigenschaften. Dies

[1]) Vergl. die Bemerkung auf p. 29 dieses Buches.
[2]) Ewing, El., London, 31, p. 623, 1893.
[3]) Ewing, a. a. O. Vergl. die Diskussion zu G. Kapp's Vortrag über Prüfung des Eisens, El., London, 32, p. 498 u. 500, 1894.

erscheint einleuchtend, wenn man bedenkt, dass z. B. das zuweilen reich mit Schlacken vermengte Puddeleisen weniger rein erscheinen kann, als das magnetisch viel schlechtere Ingoteisen. Wir wissen wohl, dass die Permeabilität und die Reinheit des Metalles einigermassen nebeneinander herlaufende Eigenschaften sind; aber auch hier schon bildet Gussstahl eine Ausnahme von der Regel, da seine Permeabilität zuweilen höher sein kann, als die des reinsten Schmiedeeisens. Man weiss zwar, dass im allgemeinen der Gehalt an Kohlenstoff und die Härte die Grösse der Koexzitivkräfte und somit der Hysteresisverluste bedingen; trotzdem ist aber selbst das absolut reine elektrolytische Eisen keineswegs frei von Hysteresis[1]). Immerhin ist soviel sicher, dass manches Eisen seine minderwertigen magnetischen Eigenschaften der Beimischung von Spuren fremder Metalle verdankt, welche zwar ein mechanisch, nicht aber ein magnetisch gutes Eisen liefern. So ist z. B. Mangan der Stärke und Zähigkeit des Ingoteisens förderlich, den magnetischen Eigenschaften aber in hohem Masse verderblich.

Es scheint überhaupt, wie S. Evershed mit Recht hervorhebt, dass die Hoffnung auf eine durch weitergehende Reinigung des Materials erzielbare vollständige Beseitigung der Hysteresis illusorisch sei. Seitdem nämlich Capstick[2]) das Modell eines Stückes Eisen aus einer Gruppe von 24 leicht drehbar gelagerten kleinen Magneten herstellte und an diesem rohen und einfachen Modell der molekularen Struktur die charakteristische Abweichung der steigenden und fallenden Magnetisierungskurven erhielt, scheint die Möglichkeit nahegerückt, dass Hysteresis wohl von der Grösse, Form und gegenseitigen Lage der Magnete im Modell oder der magnetischen Moleküle im Eisen abhängig ist, dass sie aber aus dem Modell und dem Eisen nicht vollständig verschwinden kann, ohne dass gleichzeitig sämtliche magnetische Eigenschaften verschwinden.

Eben deshalb aber, weil wir nicht genau dem Eisenwerke angeben können, in welcher Weise ein wirklich gutes Eisen für Transformatoren oder elektromagnetische Apparate überhaupt hergestellt werden kann, eben deshalb müssen wir umsomehr darauf bedacht sein, nur solches Eisen zu verwenden, dessen

---

[1]) S. Evershed, El., London, 32, p. 481, 1891, und F. Lydall und A. Pocklington, Lum. él. 47, p. 485. Proc. Royal Soc. 52, p. 228, 1893.

[2]) Vergl. J. A. Ewing, Ind. in iron and other metals, p. 339; ferner A. Hooper, El., London, 27, p. 93.

magnetische Eigenschaften uns auf Grund einer Untersuchung bekannt sind. Solche Eisenuntersuchungen müssen und werden in absehbarer Zeit genau so eingeführt sein wie heute die Prüfung jeder versandtbereiten Dynamo, und die Erkenntnis, dass solche Untersuchungen keine Laboratoriumsspielerei, sondern Messungen von hohem kommerziellen Werte sind, wird sich auch bei Fabrikanten und Eisenwerken mehr und mehr Bahn brechen. Die für das Laboratorium und die Werkstätte geeigneten Methoden zur Untersuchung von Eisen sollen später in kurzen Zügen geschildert werden. An dieser Stelle sei nur darauf hingewiesen, dass für die meisten guten Weicheisensorten, welche für die Eisenkerne von Transformatoren ja ausschliesslich in Betracht kommen, die Werte der Konstanten α der Steinmetz'schen Gleichung

$$W_{Hyst} = \alpha B^{1\cdot6} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

in Erg pro Cyklus und Kubikcentimeter sich zwischen $\alpha = 0{\cdot}003$ und $\alpha = 0{\cdot}0035$ bewegen. Besonders gute Sorten mehrfach ausgeglühten Transformatoreisenblechs erreichen wohl auch

$$\alpha = 0{,}0024 \text{ bis } 0{\cdot}0028.$$

Der Vollständigkeit halber seien auch hier für verschiedene andere magnetische Körper die Werte α und β angeführt, welche Steinmetz[1]) aus seinen Beobachtungen abgeleitet hat.

Werte der Konstanten α und β der Steinmetz'schen Gleichung für den Gesamtverlust W durch Hysteresis und Wirbelströme. $W_v = \alpha \cdot B^{1\cdot6} + \beta \cdot p \cdot B^2$ in Erg pro Cyklus und Kubikcentimeter.

Material	Koëffizient der Hysteresis α	der Wirbelstrom Max. β	Induktion bei B_m bei 10 Ampère-Windungen pro *cm*	40	90
Sehr weicher Eisendraht	0·0020	—	12 800	14 700	16 600
Westinghouse-Transform.	0·0024	—	14 400	17 800	20 800
Sehr dünnes Eisenblech	0·0030	—	13 100	17 100	20 700
Dickes Eisenblech	0·0033	0·7460	13 100	17 500	—
Eisenblech	0·0042	0·2083	—	—	—
Eisenblech	0·0045	1·1600	—	—	—
Geglühter Gussstahl	0·0080	—	7 800	14 000	16 300
Werkzeugstahl	0·0094	—	5 800	14 800	18 800
Gussstahl	0·0120	—	2 000	6 400	9 800
Gusseisen	0·0162	—	1 600	6 100	10 100
Gehärteter Gussstahl	0·0250	—	1 200	8 000	12 900

[1]) Ch. P. Steinmetz, El. Zeitschr. 1892, p. 519 ff. Eine Tabelle der 1·6ten Potenzen von B soll später da eingefügt werden, wo zur Berechnung der Transformatoren die Hysteresisverluste ermittelt werden müssen.

Bei Untersuchungen an Transformatoren wollten Ryan[1]), Roiti[2]), Ayrton[3]) und Mordey[4]) eine Abnahme des Hysteresisverlustes bei steigender Belastung gefunden haben. Eine solche Abnahme wäre im Interesse des Wirkungsgrades eines Transformators recht erwünscht gewesen; dieselbe hätte sich auch nach Ewing theoretisch dadurch erklären lassen, dass beim belasteten Transformator, bei welchem der Sekundärkreis geringen Widerstand hat, die magnetischen Moleküle, statt frei zu schwingen und Wirbelströme zu erzeugen, durch den geringen Widerstand des Sekundärkreises eine Dämpfung erfahren, sodass sie unison schwingen und einen Teil der früher zur Erzeugung von Wirbelströmen aufgewendeten Energie an den Sekundärkreis abgeben; thatsächlich aber ist eine solche Abnahme der Hysteresis im belasteten Transformator selbst dann nicht zu konstatieren, wenn man ausgeht von der Überlegung, dass eine durch Streuung veranlasste Quermagnetisierung manche Teile des Kernes beeinflussen könnte, wenn der Sekundärkreis stark belastet ist.

S. Evershed und E. B. Vignoles[5]) haben eine Reihe von Untersuchungen zur Bestimmung der durch Hysteresis bei verschiedenen Belastungen bewirkten Erwärmungen vorgenommen. Das Resultat war nach Anbringung der entsprechenden Korrektionen ein negatives. Bei einer Periodenzahl von 104, einer Maximalinduktion von 7900 und einer Querinduktion von 0 im ersten und 2300 Linien im zweiten Falle ergab sich im

---

[1]) H. J. Ryan, Transact. Americ. Inst. El. Eng. 17. Jan. 1890. El., London, p. 239, 263. Vergl. J. A. Fleming, Alt. curr. Transf., II, p. 463.

[2]) Roiti, Lum. él. 35, p. 479 ff.

[3]) Ayrton, El. Review, London, 22, p. 240. Vergl. E. Kittler, Handbuch der Elektrotechn., II, p. 285. Ayrton und Taylor, El., London, 26, p. 540. Siehe auch Bemerkungen von Mordey, ebenda, p. 541.

[4]) Mordey, Journ. Inst. El. Eng. 20, p. 207. Vergl. ferner E. Kittler, Handbuch der Elektrotechn., II, p. 278, 279, und El., London, 27, p. 597, 623, 651, 664; 28. p. 105.

Der einzige Grund, welcher allenfalls eine Verminderung der Eisenverluste bewirken könnte, wäre der, dass bei einem schlecht dimensionierten Transformator der Eisenkern infolge einer Wärmeabgabe der Spulen eine merkbar höhere Temperatur annehmen könnte, wenn die Spulen selbst infolge der Belastung sich stark erwärmen. In diesem Falle würden sowohl Hysteresis- als Wirbelstromverluste bei gleicher Induktion abnehmen. Vergl. u. a. hierüber Dr. Kunz, El. Zeitschr. 1892, p. 245, und 1894, p. 194.

[5]) Evershed und Vignoles, El., London, 29, p. 583, 605, El. Zeitschr. 1892, p. 111, 672.

ersten Falle eine minutliche Temperaturerhöhung von 1·77° C., im zweiten Falle eine solche von 1·9° C.

In entscheidender Weise wurde aber die Konstanz der Hysteresis für verschiedene Belastungen durch eine ausserordentlich sinnreiche Vorrichtung nachgewiesen, welche Prof. Ewing zusammen mit Fräulein H. G. Klaassen[1]) ersonnen und beschrieben hat.

Diese Vorrichtung bestand im wesentlichen aus zwei kleinen Transformatoren, welche beide Kerne aus feinen, baumwollbesponnenen Eisendrähten enthalten. Der erste Transformator A erhielt zwei Lagen gleichförmig verteilten Primärdrahtes und darüber zwei weitere Lagen ebenfalls gleichförmig angeordneten Sekundärdrahtes. Vor dem Aufwickeln war eine thermo-elektrische Verbindung in den isolierten Kern dieses Transformators A eingebettet worden.

Der zweite Transformator B erhielt genau gleiche Windungszahlen in den beiden Spulen, nur dass die zwei Lagen der primären und die zwei Lagen der sekundären Spule gegeneinander geschaltet waren, sodass irgend ein Strom, der im primären oder sekundären Stromkreise floss, keinen magnetischen Effekt zu erzeugen vermochte. Der Kern dieses Transformators B enthielt eine genau gleiche thermo-elektrische Verbindung.

Nun wurden die beiden primären und die beiden sekundären Spulen der zwei Transformatoren in Serie geschaltet, und die ersteren wurden an eine Wechselstromquelle, die letzteren an einen veränderlichen Widerstand angeschlossen. Schliesslich wurden noch die Thermosäulen gegeneinander und in Serie mit einem empfindlichen Galvanometer geschaltet.

Es musste nun, gleichgültig, ob der gemeinsame Sekundärkreis der beiden Transformatoren durch einen grösseren oder kleineren Widerstand geschlossen oder ganz offen war, der Transformator A stets um den der Hysteresis entsprechenden Energieaufwand wärmer werden als der Transformator B, und die Differenz dieser Wärmemengen musste konstant oder veränderlich sein, je nachdem der Hysteresisverlust bei verschiedener Belastung konstant oder veränderlich war. Zur Feststellung dieses Verhaltens wurde nun mittelst eines regulierbaren Gleichstromes der Wärmeunterschied abbalanciert, sodass die

[1]) J. A. Ewing und Miss H. G. Klaassen, El., London, 27, p. 631 und 28, p. 111, El. Zeitschr. 1891, p. 583, und 1892, p. 93.

Wärmezuführung in B genau gleich derjenigen in A wurde, was dann der Fall war, wenn das an die Thermosäulen angeschlossene Galvanometer keinen Ausschlag mehr zeigte. Um aber auch sicher zu sein, dass während der Dauer der Beobachtungen auch die Induktion B und die Periodenzahl p die gleiche seien, wurde auf den Transformator A eine dritte Spule aufgewickelt, die an ein Hitzdraht-Voltmeter einfacher Konstruktion angeschlossen war, während die Konstanz von p durch die Übereinstimmung des von der Wechselstromquelle ausgesandten Tones mit einer entsprechend abgestimmten Stimmgabel beobachtet wurde. Unter Beobachtung aller dieser Vorsichtsmassregeln konnte ein Unterschied in der Stärke des zur Abgleichung erforderlichen Gleichstromes nicht festgestellt werden, trotzdem die Belastungen innerhalb weiter Grenzen, die Induktionen zwischen B = 6000 und B = 12000 und die Periodenzahl zwischen 100 und 130 Cyklen pro Sekunde verändert und die Spulen gegeneinander umgetauscht wurden.

Auf Grund dieser sorgfältigen Beobachtungen muss also die Konstanz der durch Hysteresis bewirkten Verluste als endgültig erwiesen betrachtet werden.

In den einleitenden Bemerkungen zu diesem Kapitel wurde bereits angedeutet, dass das Vorhandensein von Wirbelströmen auch die Höhe des durch Hysteresis bewirkten Verlustes zu beeinflussen vermag. Da überdies die durch Wirbelströme im Eisen bewirkten Verluste unter Umständen recht beträchtlich zu werden vermögen, wollen wir uns im folgenden etwas eingehender mit denselben befassen.

Betrachten wir zu diesem Behufe eine 1 *mm* starke Eisenplatte, welche in Richtung ihrer Fläche von einer 200 mal pro Sekunde wechselnden Kraftlinienströmung durchflossen wird. Wir sind gewöhnt, uns solche Platten, welche in geringerer Dicke heute fast allgemein bei Transformatoren zur Anwendung gelangen, mit einer gleichmässigen Verteilung der Kraftlinien vorzustellen, deren mittlere Dichte pro Quadratcentimeter B = 4000 etwa sein soll. Die Wirkung der senkrecht zur Richtung des Kraftlinienstromes, also in Richtung der Plattendicke, entstehenden Wirbelströme wird nun, wie leicht einzusehen ist, die sein, dass die Kraftliniendichte von den beiden Aussenflächen der Platte nach der Plattenmitte hin abnimmt, dass mit anderen Worten die meisten Kraftlinien nach aussen drängen und bei dickeren Platten die Plattenmitte fast vollkommen frei von Kraftlinien ist.

Nach J. J. Thomson's[1]) Entwickelungen und Ewing's[2]) Berechnungen wird für die erwähnte $\delta = 1$ *mm* starke Platte, deren mittlere Induktion B = 4000 in der Sekunde p = 100 volle Cyklen durchläuft und deren Material einen zunächst als konstant anzusehenden spezifischen elektrischen Widerstand $\sigma = 10000$ und eine ebenfalls zunächst als konstant angenommene magnetische Permeabilität $\mu = 2000$ besitzt, die Induktion in der Mitte nur = 0·564 jener an den Aussenflächen sein.

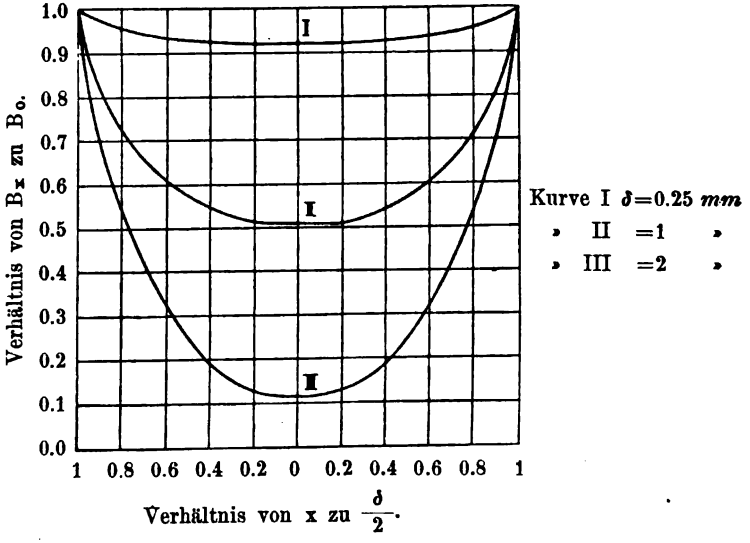


Fig. 69. Verteilung der Kraftlinie quer durch Eisenplatten von verschiedener Dicke für p = 100 Perioden pro Sekunde.

Für verschieden dicke Platten und verschiedene Verhältnisse der Entfernungen x von der Plattenmitte zur halben Plattendicke $\frac{\delta}{2}$, ist das Verhältnis der Induktion B_x in der Entfernung x zur Induktion B_o in der Entfernung $\frac{\delta}{2}$ von der Mitte, d. h. zur Induktion Bo an den Aussenflächen, durch die Werte der folgenden Tabelle und die Kurven der Fig. 69 und 70 dargestellt.

---

[1]) J. J. Thomson, El., London 28, p. 594, 599
[2]) J. A. Ewing, El., London 28, p. 631, El. Zeitschr. 1892, p. 391.

Kraftlinienverteilung unter dem Einflusse der in verschieden dicken Eisenplatten auftretenden Wirbelströme.

Plattendicke	$\frac{x}{\frac{\delta}{2}} = 0$	0·2	0·4	0·6	0·8	1·0
$\delta = 2$ *mm*	$\frac{Bx}{Bo} =$ 0·120	0·125	0·173	0·316	0·580	1·00
1 »	0·520	0·521	0·538	0·601	0·750	1·00
0·5 »	0·925	0·925	0·927	0·935	0·956	1·00

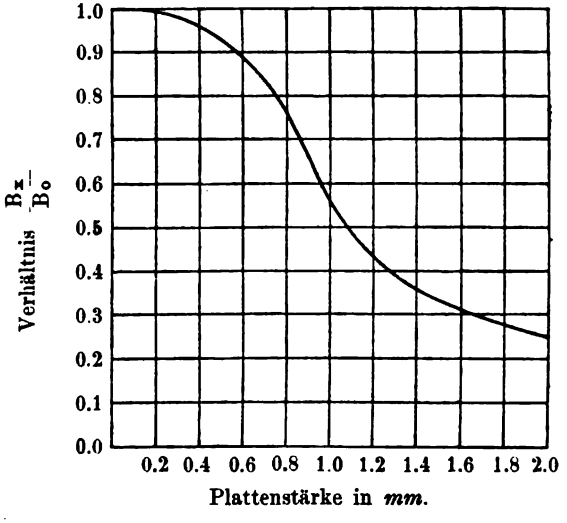


Fig. 70. Magnetisierung verschieden dicker Platten unter dem Einflusse wechselnder magnetischer Kräfte.

Fig. 69 stellt die Kraftlinienverteilung, Fig. 70 das Verhältnis $\frac{B_x}{B_o}$ für verschiedene Plattendicken und die Periodenzahl 100 dar; beide Figuren lassen deutlich erkennen, dass ein grosser Teil der dickeren Platten durch die Schirmwirkung der Wirbelströme praktisch fast frei von Magnetismus ist.

Um den Einfluss dieser Schirmwirkung noch deutlicher hervorzuheben, hat Ewing eine imaginäre, aber äquivalente Plattendicke eingeführt, welche insofern der thatsächlichen

Platte äquivalent ist, als sie bei gleichförmiger Magnetisierung mit der an den Grenzflächen der thatsächlichen Platte vorhandenen Induktion B_o dieselbe Gesamtzahl von Linien enthalten würde, welche die thatsächliche Platte mit ihrer ungleichförmigen Magnetisierung aufweist.

Diese äquivalente Plattendicke beträgt bei 100 Perioden pro Sekunde für eine

$\delta = \infty$	dicke	Platte	$2 \times 0{\cdot}252$	*mm*
2·0 *mm*	»	»	$2 \times 0{\cdot}250$	»
1·5 »	»	»	$2 \times 0{\cdot}256$	»
1·0 »	»	»	$2 \times 0{\cdot}282$	»
0·75 »	»	»	$2 \times 0{\cdot}285$	»
0·5 »	»	»	$2 \times 0{\cdot}233$	»
0·25 »	»	»	$2 \times 0{\cdot}1245$	»

Man erkennt, dass für die gewählte Periodenzahl alle Platten, deren Dicke zwischen den Grenzwerten $\delta = \infty$ und $\delta = 0{\cdot}5$ *mm* liegt, ersetzt werden können durch zwei Schichten von etwa $^1/_4$ *mm* Dicke, zwischen welchen sich ein leerer Raum von der Dicke $(\delta - {}^1/_2$ *mm*) etwa befindet. Erst wenn die gesamte Plattendicke kleiner ist als $2 \times {}^1/_4$ *mm*, sinkt die Dicke der äquivalenten Schicht; doch ist in diesem Falle die Dicke des leeren Raumes z. B. für eine 0·25 *mm* starke Platte nur noch 0·001 *mm*.

Eine direkte Folge dieser Schirmwirkung der Wirbelströme ist die, dass der mit magnetischem Material ausgefüllte Querschnitt der Platte bei grösserer Plattendicke nur sehr schlecht ausgenutzt ist, sodass infolge dessen zur Hervorrufung einer mittleren Induktion B eine grössere Anzahl von Ampère-Windungen aufgewendet werden muss. Wenn z. B. von der 2 *mm* starken Platte nur 0·5 *mm* als gleichförmig magnetisierte Schicht in Betracht kommen, so erscheint der Eisenquerschnitt auf $^1/_4$ verringert und es ist deshalb einleuchtend, dass zur Hervorrufung der gleichen mittleren Induktion B über den ganzen Eisenquerschnitt die magnetisierende Kraft viermal grösser sein muss, als sie ohne Vorhandensein der Schirmwirkung gewesen wäre. Die Verhältnisse der Raumausnutzung und der erforderlichen Zunahme der magnetisierenden Kraft zur Erzeugung gleicher mittlerer Induktion B sind in den folgenden Tabellen unter der Annahme niedergelegt, dass ohne die Schirmwirkung zur Erzeugung der Induktion B die magnetisierende Kraft H erforderlich gewesen war.

Es ist deshalb bei einer

Stärke der Platte von	die Raumausnutzung	die erforderl. magnet. Kraft
0·25 *mm*	99·6 %	1·005 H
0·50 »	93·2 »	1·075 »
0·75 »	79·3 »	1·32 »
1·0 »	56·4 »	1·78 »
1·5 »	34·1 »	2·93 »
2·0 »	25·0 »	4·00 »

Eine indirekte Folge der Schirmwirkung und der durch sie hervorgerufenen Kraftlinienanhäufung in den äussersten Schichten der Platte ist eine trotz gleicher Grösse der mittleren Induktion B bemerkbare Zunahme des Hysteresisverlustes pro Kubikcentimeter und Cyklus, herrührend davon, dass die Hysteresis nicht von der mittleren Induktion B, sondern von dem Maximalwerte der Induktion abhängt, welcher

bei 2·0 *mm* starken Platten gleich 1·37 B
» 1·5 » » » » » 1·23 »
» 1·0 » » » » » 1·115 »
» 0·5 » » » » » 1·01 »
» 0·25 » » » » » 1·00 » ist.

Die folgende Tabelle enthält eine

Zusammenstellung

der Hysteresis- und Wirbelstromverluste bei verschieden dicken Platten, deren mittlere Induktion B = 4000 ist.

Plattendicke	Wirbelstromverlust	Hysteresisverlust	Gesamtverlust	Grösse der für B = 4000 erforderlichen magnetisierenden Kraft H
	in Watt pro Kubikcentimeter und Sekunde bei B = 4000, p = 100			
mm	$W_{Foue.}$ =	$W_{Hyst.}$ =	W_v =	
2	0·0569 Watt	0·0206 Watt	0·0775 Watt	8·0
1·5	0·0427 »	0·0169 »	0·0596 »	5·87
1·0	0·0241 »	0·0138 »	0·0376 »	3·55
0·5	0·0066 »	0·0110 »	0·0176 »	2·15
0·25	0·00166 »	0·0107 »	0·0123 »	2·01

Diese Verluste sind ermittelt unter der Annahme einer konstanten Permabilität $\mu = 2000$ und Leitungsfähigkeit $\sigma = 10^4$ für die Induktion B = 4000 und sind niedergelegt in den Kurven der Figur 71.

Versucht man im Interesse einer einfachen Berechnung aus den Werten der zweiten und dritten Vertikalreihe die

Koeffizienten α und β der Steinmetz'schen Gleichung für den Gesamtverlust pro Kubikcentimeter und Cyklus

$$W_v = \alpha \cdot B^{1.6} + \beta \cdot p \cdot B^2 \quad \ldots \quad 2)$$

zu ermitteln, so erhält man:

Für die 2	*mm*	starken	Platten	$\alpha = 0{\cdot}00345$	$\beta = 0{\cdot}0356{\cdot}10^{-2}$
1·5	»	»	»	0·00282	$0{\cdot}0267{\cdot}10^{-2}$
1·0	»	»	»	0·00238	$0{\cdot}0151{\cdot}10^{-2}$
0·5	»	»	»	0·00190	$0{\cdot}00413{\cdot}10^{-2}$
0·25	»	»	»	0·00184	$0{\cdot}00103{\cdot}10^{-2}$

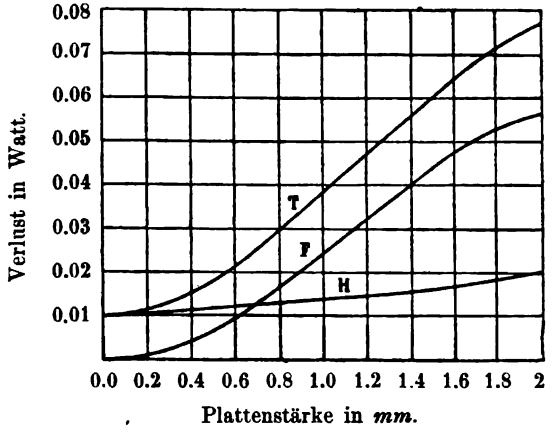


Fig. 71. Wirbelstromverlust (F), Hysteresisverlust (H) und Gesamtverlust (T) bei verschieden dicken Eisenplatten, deren Induktion B = 4000 ist.

J. Swinburne[1]), Alexander Siemens[2]), S. Evershed[3]) und J. A. Fleming[4]) haben gezeigt, wie man auf einfache Weise für Eisenplatten der gebräuchlichen Stärke unter Annahme eines guten Materials den Wirbelstromverlust vorausberechnen kann.

Bringt man die verschiedenen Formeln auf einheitliche Basis und führt man in die Formeln den Drahtdurchmesser d bei runden Drähten oder die Blechdicke b bei Eisenplatten in

---

[1]) J. Swinburne, El. Rev. London, 25, p. 314, 341. El, London, 23, p. 492, 523. El. Zeitschr. 1889, p. 541.

[2]) A. Siemens, El., London 28, p. 431. El. Zeitschr. 1892, p. 246.

[3]) S. Evershed, El. London 26, p. 477 ff. El. Zeitschr. 1891, p 179.

[4]) J. A. Fleming, Alt. curr. Transf. II, p. 485. El., London 28, p. 676.

Millimetern ein, so erhält man den Wirbelstromverlust in Watt pro Kubikcentimeter Eisen[1])

$$\text{für Eisendrähte } W_{Fouc} = \left(\frac{d \cdot p \cdot B}{4 \cdot 10^6}\right)^2 \quad \ldots \; 3)$$

$$\text{» Eisenbleche } . = \left(\frac{b \cdot p \cdot B}{2{\cdot}5 \cdot 10^6}\right)^2 \quad \ldots \; 4)$$

In diesen einfachen Formeln bedeutet p die Periodenzahl, B die maximale Induktion.

Dass die Formeln z. B. für Eisenbleche bis 1 *mm* gut mit den Werten der vorhergehenden Tabelle übereinstimmen, ergiebt sich aus der folgenden Zusammenstellung. Wir werden ausserdem später erkennen, dass die Übereinstimmung mit den Messresultaten eine ebenso gute ist.

Zusammenstellung der nach verschiedenen Methoden berechneten Wirbelstromverluste für B = 4000, p = 100.

Plattendicke	Nach Ewing und nach Gleichung 2 für		Nach Gleichung 4	Differenz in %
2·0	$W_{Fouc} = 0{\cdot}0569$	$\beta = 0{\cdot}0356 \cdot 10^{-2}$	$W_{Fouc} = 0{\cdot}102$	+ 79
1·5	0·0427	$0{\cdot}0267 \cdot 10^{-2}$	0·0575	+ 35
1·0	0·0241	$0{\cdot}0151 \cdot 10^{-2}$	0·0256	+ 6
0·5	0·0066	$0{\cdot}00413 \cdot 10^{-2}$	0·0064	— 3
0·25	0·00165	$0{\cdot}00103 \cdot 10^{-2}$	0·0016	— 3

Die Formeln 3 und 4, welche man eventuell auch in der Form

$$W_{Fouc} = 0{\cdot}0625 \cdot d^2 \cdot p^2 \cdot B^2 \cdot 10^{-12} \quad \ldots \; 3a)$$

$$\text{bezw. } = 0{\cdot}16 \cdot C^2 \cdot p^2 \cdot B^2 \cdot 10^{-12} \quad \ldots \; 4a)$$

schreiben könnte, geben also für alle Blechstärken bis zu 1 *mm* die Wirbelstromverluste mit genügender Genauigkeit an. Die Grenze ist genügend hoch, da die allgemeine Praxis in Erkenntnis der durch stärkere Bleche bewirkten höheren Verluste und stärkeren Erregerströme selten Blechstärken über 0.5 *mm* zur Anwendung bringt. Die untere Grenze der Blechstärken ist wohl 0.3 *mm*, da dünnere Bleche schwerer herstellbar und teuerer sind, schlechtere Raumausnutzung und nur eine geringe Reduktion der ohnehin kleinen Wirbelstromverluste ergeben, welche in keinem Verhältnis zu den Mehrkosten der Bleche und des Aufbaues steht.

---

[1]) C. Feldmann, El., London 32, p. 583, 617.

b) Von den Verlusten im Kupfer.

Sobald in einer der beiden Bewickelungen Strom zu fliessen beginnt, muss ein Spannungsverlust in derselben auftreten, dessen Grösse sich, in erster Annäherung, aus dem Ohm'schen Gesetze ergeben und somit gleich sein muss dem Produkte aus diesem Strome und dem Widerstande der Spule. Thatsächlich ist in die Gleichung für den Spannungsverlust nicht jener Widerstand einzufügen, welchen z. B. eine Widerstandsmessung mit der Wheatstone'schen Brücke ergeben hätte; sondern es ist vielmehr zu berücksichtigen, dass die Spule als solche eine Eigenimpedanz aufweist, durch welche der Widerstand in der Gleichung für den Spannungsverlust zu ersetzen ist.

Bevor wir jedoch dazu übergehen, die verschiedenen Faktoren zu besprechen, welche diese Eigenimpedanz zu beeinflussen vermögen, müssen wir nachdrücklich davor warnen, diese Eigenimpedanz mit der Impedanz der Spule als Teil des Transformators zu verwechseln. Die erste entspricht der Impedanz des aufgewickelten Leitermaterials; die zweite entspricht der Impedanz eines Teiles des Transformators. Die Eigenimpedanz entspricht einem äquivalenten Widerstande, die Gesamtimpedanz einer äquivalenten Impedanz. Die Eigenimpedanz hat eine fast rein physikalische, die Gesamtimpedanz eine grösstenteils mathematische Bedeutung. Ein Zahlenbeispiel wird vielleicht am leichtesten den Unterschied in der Bedeutung der beiden Grössen klarzulegen vermögen.

Denken wir uns einen Transformator, dessen primäre Spule einen mit der Brücke messbaren Widerstand $R_1 = 4$ Ohm besitzt. Diese primäre Spule werde bei offenem Sekundärkreise des Transformators an eine Wechselspannung von $E_1 = 2000$ Volt angeschlossen. Wenn nun trotzdem nur ein Strom $J_1 = 0{\cdot}5$ Ampère in die Spule fliesst, so rührt dies daher, dass der Wechselspannung ein wechselndes Feld und diesem wiederum eine gegenelektromotorische Kraft E_1' entspricht, welche das Zustandekommen eines stärkeren Stromes verhütet, solange sich ihr eigener Wert nicht verringert. Dies ist aber bei einem Transformator dann der Fall, wenn die sekundäre Spule durch einen Widerstand geschlossen, wenn also der Transformator belastet wird. Wir wollen annehmen, dass bei halber, bezw. ganzer Belastung und konstanter Spannung $E_1 = 2000$ Volt die gegenelektromotorische Kraft so weit verringert sei, dass ein Strom $J_1 = 2{\cdot}0$ Ampère, bezw. $4{\cdot}0$ Ampère die

primäre Spule durchfliesse; dann ist die Gesamtimpedanz der primären Spule

bei offener Sekundärspule $x = \frac{2000}{0{\cdot}5} = 4000\ (10^9\ c\ s^{-1})$

» halber Belastung . . $= \frac{2000}{2{\cdot}0} = 1000$ (»)

» ganzer » . . $= \frac{2000}{4{\cdot}0} = 500$ (»)

Die Gesamtimpedanz ist also von der gegenelektromotorischen Kraft, bezw. von der Belastung abhängig und sehr viel grösser als der Widerstand R_1 [1]).

Die Eigenimpedanz aber ist sehr angenähert gleich R und variiert ausserdem für verschiedene Belastungen nur in sehr geringem Masse. Bei guten Transformatoren unterscheidet sich dieselbe nur um wenige Prozente, also praktisch in kaum merkbarer Weise von dem Widerstande. Doch wollen wir uns hier, um die bei Transformatoren möglichen Wirkungen etwas hervorzuheben, einen Transformator denken, bei welchem die Eigenimpedanz

bei Leerlauf . . . . $y = 1{\cdot}05$ $R_1 = 4{\cdot}20$ Ohm
» halber Belastung . $y = 1{\cdot}075$ $R_1 = 4{\cdot}30$ »
» voller » . $y = 1{\cdot}10$ $R_1 = 4{\cdot}40$ »

Der Spannungsverlust wäre dann

bei Leerlauf . . . $v_1 = 4{\cdot}20 \times 0{\cdot}5 = 2{\cdot}1$ Volt $= 0{\cdot}10$ % von E_1
» halber Belastung $v_1 = 4{\cdot}30 \times 2 = 8{\cdot}6$ » $= 0{\cdot}43$ » » »
» voller » . $v_1 = 4{\cdot}40 \times 4 = 17{\cdot}6$ » $= 0{\cdot}86$ » » »

Die Faktoren, welche die Grösse der Abweichung zwischen Eigenimpedanz und Widerstand beeinflussen, sind die Dimensionen des Leiters (der wohl stets aus Kupfer bestehen wird) und die Wickelungstiefe.

Die Thatsache, dass die Dimensionen des Leiters die Höhe der Eigenimpedanz beeinflussen, beruht darauf, dass jedem einen Leiter von beträchtlichen Dimensionen durchfliessenden Wechselstrome ein magnetisches Feld entspricht, welches in der Mitte des Leiters stärker ist, als am Umfange desselben.

---

[1]) Die Gesamtimpedanz wurde gelegentlich der von Neustadt beobachteten und erklärten Erscheinung beim Ausschalten konzentrischer Kabel in die Rechnung eingeführt. Vergl. 2. Kapitel, § 11, p. 130 dieses Buches. Vergleiche ferner Dr. W. Sumpner, El., London 27, p. 125.

Es wird sich infolge dessen eine von dem Umfange nach der Mitte des Leiters hin stärker und stärker werdende Gegen-E. M. K. bemerkbar machen, welche eine von dem Umfange nach der Mitte des Leiters hin zunehmende Schwächung des Stromes zur Folge haben wird. Die Stromverteilung wird also in einem starken, vom Wechselstrome durchflossenen Leiter keineswegs eine gleichförmige sein; die Stromdichte wird vielmehr von der Mitte nach dem Umfange hin zunehmen, und bei genügend starken Leitern wird die Mitte praktisch stromlos sein. Auf diesen Thatbestand hat zuerst Lord Rayleigh[1]), dann Sir W. Thomson[2]) hingewiesen. Der letztere hat daran die Bemerkung geknüpft, dass der Widerstand der Leiter nur bis gegen 10 *cm* Durchmesser angenähert proportional dem Quadrate, von da an aber nur noch etwa proportional der ersten Potenz des Durchmessers abnehme, weil dann die Schirmwirkung eine so bedeutende sei, dass eigentlich nur noch die äusseren Schichten des Leiters stromführend erscheinen. Für die bei Beleuchtungstransformatoren in Betracht kommenden Querschnitte ist die Wirkung dieser ungleichförmigen Stromverteilung nicht gerade besonders hoch; dagegen kommt sie bei Transformatoren für Schweisszwecke schon stark in Betracht. Dieselbe nimmt mit der Zahl der Perioden und mit dem Durchmesser zu und kann für runde Drähte bis zu etwa 20 *mm* Durchmesser mit genügender Genauigkeit durch die Formel[3])

$$f_1 = 1 + 7{\cdot}5\ p^2 . d^4 . 10^{-11} . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(d in } mm\text{)} . \quad 5)$$

dargestellt werden. In dieser Formel[4]) bedeutet f_1 den Faktor, mit welchem der Widerstand zu multiplizieren ist, wenn man den der ungleichen Stromverteilung entsprechenden Wert der Eigenimpedanz erhalten will; p bedeutet die Zahl der Perioden pro Sekunde, d den Durchmesser in Millimetern. Die folgende Tabelle enthält die Werte des einen Faktors f_1 der Eigenimpedanz für verschiedene Drahtstärken und Periodenzahlen. Dieselbe ist aus der Formel 5 berechnet und enthält die Durchmesser, wie üblich, in Millimetern.

---

[1]) Rayleigh, Phil. Mag. Mai 1886.

[2]) W. Thomson, El. Rev. 24, p. 74, s. auch Mordey, El. Rev. 24, p. 638 (1889) und W. Thomson, El., London, 27, p. 139.

[3]) E. Kolben, El. Zeitschr. 1894, p. 77.

[4]) Für stärkere Drähte würde die Formel zu grosse Werte ergeben, da z. B. für d = 100 f_1 nur gleich 350 wird.

Werte des einen Faktors f_1 der Eigenimpedanz.

Drahtdurchmesser d in *mm*	Zahl der Perioden pro Minute		
	p = 50	p = 80	p = 100
1	1·0000002	1·0000005	1·0000008
2	1·000003	1·000008	1·000012
5	1·00012	1·00030	1·00047
8	1·00075	1·00192	1·0030
10	1·0019	1·0048	1·0075
12	1·0039	1·0100	1·0156
14	1·0083	1·0212	1·0332
16	1·0095	1·0242	1·0378
18	1·0196	1·0503	1·0785
20	1·030	1·077	1·120

Die vorhergehende Überlegung hat uns gezeigt, dass die Zufügung einer erheblichen Kupfermenge zum Teile oder auch ganz nutzlos sein kann. Sir W. Thomson[1]) ist jedoch noch einen Schritt weiter gegangen und hat gezeigt, dass zu grosse Kupfermassen nicht nur nutzlos, sondern sogar direkt schädlich zu wirken im stande sind. Auch dies erscheint bei einiger Überlegung einleuchtend. Wir wissen, dass die Anbringung einer in sich geschlossenen Bewickelung auf dem Transformator infolge der in derselben erzeugten Ströme einen Energieaufwand bewirken würde. Ein solcher Stromkreis würde also den Wert der Gesamtimpedanz herabdrücken. Gleichzeitig aber würde er durch seine Rückwirkung auf das magnetische Feld die Ströme in einer ihm benachbarten, durch einen grösseren Widerstand geschlossenen Spule schwächen und somit eine Erhöhung der Eigenimpedanz dieser Spule hervorrufen. Wenn also seitens einer nicht in den Stromkreis eingefügten, sondern nur demselben benachbarten Kupfermasse eine solche schädliche Wirkung möglich ist, so ist es wohl denkbar, dass grössere Kupfermassen eine solche schädliche Wirkung auch dann auszuüben vermögen, wenn sie ihrer geometrischen Lage und elektrischen Verbindung nach einen Teil des Stromkreises zu bilden scheinen.

Bei dieser Lage der Dinge gelangt man zu der Erkenntnis, dass es für einen gegebenen Transformator thatsächlich eine Dicke des quadratischen oder runden Bewickelungsdrahtes giebt,

---

[1]) W. Thomson, El., London 25, p. 510, 512, 575. El. Zeitschr. 1890, p. 661.

welche minimalem Effektverluste entspricht. Nimmt man z. B. bei 80 Perioden pro Minute die Dicke des quadratischen Drahtes

bei	einer	Lage	grösser als	11·22 *mm*
»	zwei	Lagen	» »	6·31 »
»	drei	»	» »	4·91 »
»	vier	»	» »	3·65 »

so erhält man wegen der anti-effektiven Wirkung des zugefügten Kupfers eine grössere als die minimale Wärmeentwickelung. Nimmt man aber für den gleichen Fall dünnere Drähte, so erhöht sich der Effektverlust wegen des höheren Widerstandes. Der Effektverlust entspricht nicht mehr einfach

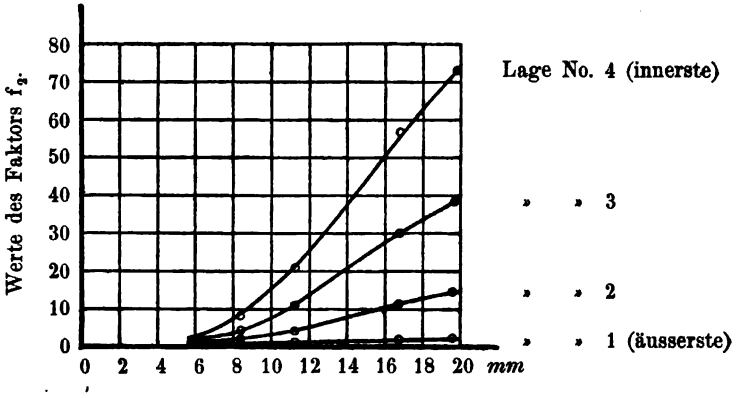


Fig. 72. Seite des □ Querschnittes des Drahtes.

dem Joule'schen Gesetze, sobald die anti-effektive Wirkung der zu grossen Kupfermassen sich geltend macht.

In die Beziehungen für den Effekt- und den Spannungsverlust tritt vielmehr statt des Widerstandes der zweite Teil der Eigenimpedanz ein, welcher f_2 mal grösser ist als der Widerstand. Die Werte des zweiten Faktors der Eigenimpedanz wachsen mit der Zahl der Wickelungslagen und der Perioden pro Minute und sind für verschiedene Stärken des quadratischen Drahtes und die Periodenzahl 80 in der folgenden aus Sir W. Thomson's Angaben interpolierten und umgerechneten Tabelle und in Fig. 72 zusammengestellt. Die Windungslagen sind dabei von aussen nach innen zu zählen, sodass die innerste Lage die höchste Nummer erhält.

Werte des zweiten Faktors f_2 der Eigenimpedanz für 80 Perioden pro Minute.

Dicke des quadratischen Drahtes oder rechteckigen Bandes in *mm*	Nummer der Lage			
	I	II	III	IV
1·0 □	1·0002	1·0005	1·001	1·002
1·5 »	1·0007	1·002	1·004	1·013
2·0 »	1·0014	1·004	1·010	1·044
2·5 »	1·0022	1·010	1·035	1 075
3 0 »	1·0038	1·022	1·075	1·13
3·5 »	1·009	1·045	1·15	1·30
4·0 »	1·014	1 085	1·25	1·55
4·5 »	1·019	1·13	1·39	1·80
5·0 »	1·025	1·19	1·54	2·10
5·5 »	1·030	1·26	1·72	2·35
6·0 »	1·045	1·37	2·00	3·00

Zur vollständigen Vermeidung dieser einer Widerstandserhöhung äquivalenten Verschwendung von Kupfer empfiehlt es sich nach Thomson's Vorschlag, bei Drahtstärken über 2·5 *mm* zusammengedrehte oder -geflochtene Leiter zu verwenden, deren einzelne Drähte schwach voneinander isoliert sind. Zur Herstellung einer solchen Isolation genügt schon Schellack oder Ölfarbe, und der Widerstand zwischen den einzelnen Drähten genügt sogar auch dann noch, wenn dem ganzen Leiter durch entsprechendes Pressen oder Walzen rechteckige oder quadratische Form verliehen wird. Thatsächlich gelangen bei Transformatoren häufig Drähte bis zu 6 oder 6.5 *mm* Durchmesser für die Sekundärwickelungen zur Verwendung, weil dieselben billiger sind, als die von Thomson vorgeschlagenen. Allerdings muss man dann für diese Windungen die Widerstandszunahme in Betracht ziehen, sobald Perioden- und Lagenzahl hoch sind.

c) Spannungsverlust, Spannungsabfall und Spannungserhöhung.

Bei Anwendung des Thomson'schen Auskunftsmittels wird der in jeder der Wickelungen des Transformators auftretende Spannungsverlust gleich sein dem Produkte aus dem Widerstande und der Stromstärke; im allgemeinen Falle jedoch wird dieser Verlust gegeben sein durch das Produkt aus Eigenimpedanz und Stromstärke.

Es liegt im Interesse einer leichten Regulierung, dass der Spannungsverlust im Transformator niedrig gehalten werde. Man hat dann die Möglichkeit, bei Konstanthaltung der Spannung an den primären Klemmen des Transformators eine sekundär nach einem Parallelschaltungssysteme angeordnete Beleuchtungsanlage ohne weitere Reguliervorrichtungen zu betreiben. Und da man unter Verwendung eines hochgespannten Wechselstromes ein weit ausgedehntes Beleuchtungsgebiet bequem in solcher Weise mit Energie versorgen kann, dass bei Konstanthaltung der Spannung in der Centrale selbst oder an wenigen Verteilungspunkten des Versorgungsgebietes die primäre Klemmenspannung aller Transformatoren bis auf 1 oder 2% gleich und konstant ist, so macht ein geringer Spannungsverlust in den Transformatoren jede weitere Regulierung in einem Parallelschaltungssysteme überflüssig. Die Erkenntnis dieser Thatsache ist so alt als die Verwendung der Transformatoren in Parallelbetrieb, und gerade die ältesten Transformatoren zeichnen sich in der Regel dadurch aus, dass bei ihnen hoher Wert auf geringen Spannungsverlust gelegt, dem grossen Eisenverluste aber nur geringe Beachtung geschenkt worden war.

Wenn zwei Transformatoren gleicher Leistung primär und sekundär parallel geschaltet sind, so ist es im Interesse gleicher Erwärmung und gleicher Ausnutzung erwünscht, dass die Belastung sich möglichst gleichförmig auf die Transformatoren verteile. Zu diesem Behufe ist jedoch erforderlich, dass die beiden Transformatoren gleichen Spannungsabfall, d. h. bei gleicher Leistungsfähigkeit auch gleiche Widerstände besitzen.

Denken wir uns 2 Transformatoren von je 10000 Watt bei 2000 Volt primär und 100 Volt sekundär, deren primäre Widerstände $r_1 = 4$ und $r_1' = 5$ Ohm, deren sekundäre Widerstände $r_2 = 0{\cdot}01$ und $r_2' = 0{\cdot}0125$ Ohm sind.

Wenn dann beide Transformatoren bei voller Belastung je 400 Watt für Hysteresis und Wirbelströme und Effektverlust im Kupfer konsumieren und die sekundäre Leistung 10000 Watt sein soll, so würden primär je 10400 Watt aufzuwenden sein, wenn beide Transformatoren gleich belastet wären.

Bei konstanter Primärspannung werden sich jedoch die primären Ströme umgekehrt verteilen wie die Widerstände, da ja

$$J_1 \cdot r_1 = J_1' \cdot r_1'$$

sein muss. Es wird also im vorliegenden Falle sein:

$$J_1 : J_1' = r_1' : r_1$$
$$J_1 : (J_1 + J_1') = r_1' : (r_1' + r_1)$$
$$\text{oder } J_1 = (J_1 + J_1') \cdot \frac{r_1'}{r_1' + r_1} =$$
$$= \frac{20800}{2000} \cdot \frac{5}{5+4} = 10{\cdot}4 \cdot \frac{5}{9} = 5{\cdot}78 \text{ Amp.}$$
$$\text{und } J_1' = (J_1 + J_1') \cdot \frac{r_1}{r_1' + r_1} =$$
$$= \frac{20800}{2000} \cdot \frac{4}{5{\cdot}+4} = 10{\cdot}4 \cdot \frac{4}{9} = 4{\cdot}62 \text{ Amp.}$$

Der Verlust in beiden Transformatoren wird dann sein

$$J_1 r_1 = J_1' r_1' = 23{\cdot}1 \text{ Volt} = 1{\cdot}16\ \%,$$

und die sekundäre E. M. K. wird bei einem Übersetzungsverhältnis $\frac{n_1}{n_2} = \frac{20}{1}$ sein

$$\frac{2000 - 23{\cdot}1}{20} = 100 - 1{\cdot}16 \cong 98{\cdot}84 \text{ Volt etwa.}$$

Bei gleichen Sekundärwiderständen wären dann die beiden Sekundärströme je 101·5 Ampère etwa; bei den vorhandenen Widerständen aber wird

$$J_2 = (J_2 + J_2') \cdot \frac{r_2'}{r_2 + r_2'} = 203 \cdot \frac{0{\cdot}0125}{0{\cdot}01 + 0{\cdot}0125} = 113 \text{ Amp.}$$

$$\text{und } J_2' = (J + J_2') \cdot \frac{r_2}{r_2 + r_2'} = 203 \cdot \frac{0{\cdot}01}{0{\cdot}01 + 0{\cdot}0125} = 90 \text{ »}$$

sodass der erste Transformator sekundär 11 100, der zweite 8900 Watt etwa leistet. Diese Rechnung ist nicht genau richtig, da z. B. die Unterschiede der Effektverluste in den Widerständen vollkommen ausser Acht gelassen sind. Doch zeigt dieselbe, dass bei Transformatoren gleicher Grösse, welche für Parallelschaltung in beiden Stromkreisen bestimmt sind, die Belastungen sich angenähert umgekehrt proportional den Widerständen verteilen. Daraus folgt, dass bei Transformatoren verschiedener Grösse, welche für Parallelschaltung in beiden Stromkreisen bestimmt sind, die Widerstände sich umgekehrt wie die Leistungsfähigkeiten verhalten müssen.

Dies trifft natürlich nur zu, solange die Transformatoren als einzige Quelle des Spannungsverlustes den Eigenwiderstand

(oder die Eigenimpedanz) aufweisen. Treten im Transformator bei veränderlicher Belastung Änderungen des Übersetzungsverhältnisses auf, welche von einer Kraftlinienstreuung herrühren, so muss das Gesetz entsprechend beschränkt werden. Es gilt dann nur noch für Transformatoren gleichen Gesamtabfalles der Spannung.

Bei gut dimensionierten Transformatoren, welche auf Glühlampen oder andere induktionsfreie Widerstände arbeiten, beträgt der durch Streuung bewirkte Spannungsabfall etwa 0·5 bis 2% der sekundären Klemmenspannung, wie die in dem folgenden Paragraphen behandelten Zahlenbeispiele beweisen werden.

Bezeichnet man bei solchen Transformatoren die Koeffizienten der Selbstinduktion mit L_1 und L_2 und jenen der gegenseitigen Induktion mit M, so ist

L_1 proportional den Kraftlinien der primären Spule, welche die primären Windungen umschlingen,

L_2 proportional den Kraftlinien der sekundären Spule, welche die sekundären Windungen umschlingen,

M proportional den Kraftlinien der primären Spule, welche die sekundären Windungen umschlingen,

oder proportional den Kraftlinien der sekundären Spule, welche die primären Windungen umschlingen.

Gehen nun alle entstehenden Kraftlinien durch das Eisen des Transformators, findet mit anderen Worten keine Streuung statt, so sind auch alle Linien der einen Spule mit allen Windungen der anderen Spule zusammengehängt, und es ist

$$M^2 = L_1 \cdot L_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

In allen anderen Fällen aber besteht zwischen M^2 und dem Produkte $L_1 \cdot L_2$ eine Differenz, welche Dr. Behn-Eschenburg[1]) bezeichnet mit

$$\Delta L_1 = M^2 - L_1 L_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

deren Bedeutung aber durchsichtiger wird, wenn man schreibt

$$\Delta = \frac{M^2}{L_1} - L_2 = L_2' - L_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

In dieser Formel ist L_2 der thatsächlich vorhandene Selbstinduktionskoeffizient, L_2' aber bedeutet jenen Wert, welchen der Selbstinduktionskoeffizient des sekundären Kreises ohne Vorhandensein eines Streufeldes haben müsste. Der Spannungs-

[1]) Dr. Behn-Eschenburg, El. Zeitschr. 1892, p. 651.

verlust im Widerstande R_2 des Transformators wäre bei der Belastung J_2 und ohne Streufeld einfach gleich $J_2 R_2$ gewesen. Bei derselben Belastung und unter Berücksichtigung des Streufeldes tritt zum Spannungsverluste noch der Einfluss des Streufeldes, welcher bei Belastung durch Glühlampen klein genug ist, um ausgedrückt werden zu können, statt durch die genaue Beziehung

$$J_2 \cdot \sqrt{\Delta^2 \omega^2 + R_2^2} \quad \ldots\ldots 9)$$

durch die angenähert richtige Formel

$$V_2 = J_2 \cdot (R_2 + \frac{\Delta \omega}{2}) \quad \ldots\ldots 9a)$$

Beobachtet man an einem Transformator also einen Spannungsabfall, welcher mit der Zahl der Perioden wächst, so deutet dies auf ein Überwiegen des zweiten Gliedes und damit auf einen hohen Betrag von Streuung. Die Streuung wird bei den meisten Transformatorentypen durch einen zu grossen Unterschied zwischen dem mittleren Durchmesser der übereinanderliegenden primären und sekundären Spule und dem Durchmesser des Eisenkernes oder durch unsymmetrische bezw. einseitige Anordnung der nebeneinander liegenden Spulen bewirkt. Man hat dann den in Fig. 15 und 16 (Seite 34 und 35) angedeuteten Fall und kann sich leicht darüber klar werden, dass bei gleicher Windungszahl und gleichem Drahtdurchmesser die Streuung grösser wird, wenn man den Draht zu kurzen Spulen mit vielen Windungslagen aufrollt, als wenn man aus demselben lange Spulen mit wenigen Windungslagen bildet. Man darf hierin allerdings wieder nicht zu weit gehen, da man sonst auch den Eisenweg zur Unterbringung der langen Spulen verlängern und damit die zur Erregung nötige Komponente des gesamten Leerlaufstromes vergrössern, und ausserdem bei konstantem Eisenquerschnitt und konstanter Induktion auch das Eisenvolumen und den Magnetisierungsverlust erhöhen würde.

Am geringsten wird bei einem bestimmten Eisengestelle die Streuung bei vollkommen symmetrischer Anordnung der Spulen zum Kerne, also dann, wenn die Lagen der den Eisenquerschnitt möglichst eng umschliessenden primären und sekundären Windungen abwechselnd oder einander übergreifend angeordnet sind. Diese Anordnung war bei den älteren Ganz-Transformatoren durchgeführt, doch brachte sie manche praktischen Nachteile mit. So musste man den ringwulstförmigen

Transformator von Hand wickeln, musste die primäre von der sekundären Spule an mehreren Stellen sorgfältig isolieren und bekam dadurch eine weitere Beengung des ohnehin nicht grossen Wickelraumes. Man ordnet deshalb heute in den meisten Fällen den Transformator so an, dass das Eisengestell eine oder einige Stossstellen aufweist und so zerlegbar ist, dass die auf der Bank gewickelten Spulen leicht übergeschoben werden können. Die Anordnung der Stossstelle im Eisen bildet das Hauptunterscheidungszeichen mehrerer Konstruktionen.

In diese sämtlichen Formen können entweder nur eine primäre und eine sekundäre Spule eingebracht werden, sodass

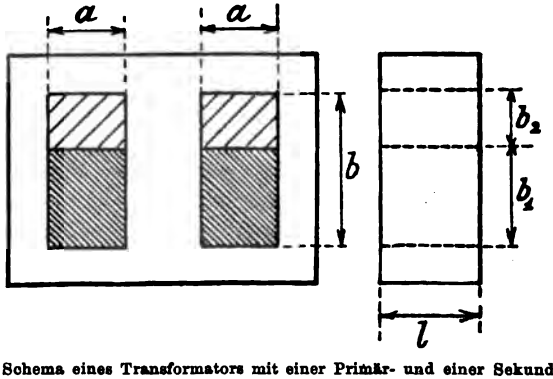


Fig. 73. Schema eines Transformators mit einer Primär- und einer Sekundärspule.

die Konstruktion und Isolation einfach und billig wird, oder es kann mehr Gewicht auf symmetrische Anordnung der Spulen gelegt werden, wobei die Konstruktion etwas teurer, die Isolation etwas schwieriger, aber auch der Spannungsabfall etwas kleiner wird. Zwei sonst ganz gleich ausgeführte Transformatoren mit E-förmigen Blechen ergaben bei Verwendung einer Sekundärspule neben der primären 7%, bei Verwendung je einer Sekundärspule zu beiden Seiten der primären 3·5% gesamten Spannungsabfall, wovon je 2% auf die Verluste in den Widerständen bei Vollbelastung mit Glühlampen entfallen.

Für den in Fig. 73 dargestellten Fall hat Jas. Swinburne[1]) eine Lösung zur Berechnung des Spannungsabfalles aus den Dimensionen des Eisengestelles gegeben.

---

[1]) J. Swinburne, Lum. él. 46, p. 26, 1892.

In dem Momente, wo primärer und sekundärer Strom maximal sind, ist die Induktion im Eisen Null, jene im Streufelde Maximum; in dem Masse jedoch wie beide Ströme bei ihrer periodischen Veränderung abnehmen, wächst die Induktion im Eisen und nimmt die Kraftliniendichte des Streufeldes ab. Das Feld rührt eben vom primären und sekundären Strome her und ist somit um eine Viertelperiode gegen die primäre und sekundäre E. M. K. verschoben, welche bei guten Transformatoren[1]) fast genau entgegengesetzte Phasen aufweisen. Die Linien dieses Feldes durchsetzen die länglichen Schlitze des Wickelraumes im Sinne der isolierenden Schicht, d. h. in Richtung der Breite a. Wenn n_1 die primäre Wickelungszahl, J_1 der primäre Strom ist, so erreicht die Induktion angenähert den Wert

$$B = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n_1 J_1}{a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

Hierbei ist allerdings die Permeabilität des Eisens unendlich gross gegenüber jener der Luft angenommen. Wenn dann die primäre Spule die Länge b_1 des Schlitzes umfasst, so entspricht dieser Induktion eine E. M. K. e_1 in Volt, welche sich aus der Beziehung

$$e_1 = \omega (B \cdot l \cdot b_1) n_1 \cdot 10^{-8} \quad \ldots\ldots \quad 11)$$

$$= \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n_1 J_1}{a} \cdot 2\pi p \cdot l \cdot b_1 \cdot n_1 \cdot 10^{-8} = 2{\cdot}64 \cdot 10^{-8} \frac{b_1 l n_1^2 p}{a} J_1$$

direkt in Volt ergiebt. Der sekundäre Kreis mit der Windungszahl n_2 und der Länge b_2 giebt den analogen Ausdruck

$$e_2 = 2{\cdot}64 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{b_2 \cdot l \cdot n_2^2 \cdot p \cdot}{a} J_2 \quad \ldots \quad 11a)$$

und die totale E. M. K. des Streufeldes ist dann, bezogen auf den Sekundärkreis,

$$e = e_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} + e_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12)$$

$$= 2{\cdot}64 \cdot 10^{-8} (b_1 n_1 + b_2 n_2) \frac{l p n_2}{a} \cdot J_2 . \quad 12a) \text{ in Volt.}$$

Da die E. M. K. des Streufeldes gegen die um 180° gegeneinander verschobenen, also genau entgegengesetzt gerichteten E. M. K. des primären und sekundären Kreises um 90° ver-

[1]) Unter der Voraussetzung induktionsfreier Belastung.

schoben ist, so wird die resultierende Spannung sich ergeben aus den Beziehungen

$$E_1 = \sqrt{E_{G_1}^2 - e_1^2} - v_1 \quad \ldots \quad 13)$$

$$E_2 = \sqrt{E_{G_2}^2 - e_2^2} - v_2 \quad \ldots \quad 14)$$

wenn der Spannungsverlust in den Widerständen mit v_1 und v_2 bezeichnet wird.

Denken wir uns einen Transformator für etwa 10000 Watt bei primär 2000, sekundär 100 Volt. Die übrigen Daten seien

Primär:	Sekundär:
$a = 12$ *cm*	$a = 12$ *cm*
$b_1 = 12$ »	$b_2 = 6$ »
$l = 40$ »	$l = 40$ »
$n_1 = 880$ »	$n_2 = 44$ »
$p = 50$ »	$p = 50$ »
$J_1 = 5$ Amp.	$J_2 = 100$ Amp.
$E_{G_1} = 2000$ Volt	$E_G = 100$ Volt.
$r_1 = 4$ Ohm	$r_2 = 0{\cdot}01$ Ohm.

Dann wird

$$e_1 = 2{\cdot}64 \,.\, 10^{-8} \,.\, \frac{12 \,.\, 880^2 \,.\, 40 \,.\, 50 \,.\, 5}{12}$$

$\cong$ 205 Volt etwa;

$$v_1 = 4{\cdot}5 = 20 \text{ Volt}$$

$$\text{und } e_2 = 2{\cdot}64 \,.\, 10^{-8} \,.\, \frac{12 \,.\, 44^2 \,.\, 40 \,.\, 50 \,.\, 100}{12}$$

$\cong$ 5 Volt etwa;

$$v_2 = 0{\cdot}01 \,.\, 100 = 1 \text{ Volt}$$

und somit wird die primäre Klemmenspannung

$$E_1 = \sqrt{2000^2 - 205^2} - 20 \cong 1990 - 20 = 1970 \text{ Volt.}$$

Bei dem Übersetzungsverhältnis 1 : 20 entspräche dies einer sekundären E. M. K. von $E_{G_2} = \frac{1970}{20} = 98{\cdot}5$ Volt. Die sekundäre Klemmenspannung wird demnach

$$E_2 = \sqrt{98.5^2 - 5^2} - 1 \cong 98{\cdot}4 - 1 = 97{\cdot}4 \text{ Volt.}$$

Der Spannungsabfall durch Streuung macht also die sekundäre Spannung um $\frac{10}{20} + 0{\cdot}1 = 0{\cdot}6$ Volt, der Spannungsverlust in den Widerständen macht die sekundäre Spannung um $\frac{20}{20} + 1 = 2$ Volt niedriger, als sie bei Leerlauf ist. Beide

zusammen bewirken eine Verminderung um 2·6 Volt oder eine Erhöhung des Übersetzungsverhältnisses um etwa 2·2%; da

$$\frac{\text{Primäre Klemmenspannung}}{\text{Sekundäre Klemmenspannung}} = \frac{2000}{97{\cdot}4} = 20.43$$

Besteht der sekundäre Schliessungskreis des Transformators nicht aus induktionsfreien Widerständen, so ist aus den Ableitungen des vorigen Kapitels ohne Weiteres klar, dass die sekundäre E. M. K. nicht mehr mit dem sekundären Strome zusammenfallen, also auch nicht mehr um eine Viertelperiode gegen die E. M. K. des Streufeldes verschoben sein wird. Dieselbe wird vielmehr, wenn der sekundäre Schliessungskreis mit Selbstinduktion behaftet ist, dem Strome voreilen, also sich weiter als 90^0 von der E. M. K. des Streufeldes entfernen und somit dem Einflusse des Streufeldes in höherem Masse unterworfen sein. Dieselbe wird weiterhin in dem Falle, wo der sekundäre Schliessungskreis mit Kapacität behaftet ist, hinter dem sekundären Strome zurückbleiben, also sich der E. M. K. des Streufeldes nähern und somit gleichfalls dem Einflusse des Streufeldes in höherem Masse unterliegen.

Dieser Einfluss wird sich aber in verschiedener Weise geltend machen. Er wird bei Vorhandensein von Kapazität eine Spannungserhöhung bewirken, wie die Versuche von Fleming, Sumpner, Alexander Siemens und die Erscheinungen des Ferranti-Effektes darthun; er wird bei Vorhandensein von Selbstinduktion einen verstärkten Spannungsabfall hervorrufen, der sich bei guten Beleuchtungstransformatoren zuweilen in unangenehmer Weise geltend macht, sobald Motoren von denselben gespeist werden sollen.

Mit genügender praktischer Annäherung kann man annehmen, dass beim Anschlusse eines Motors an einen mit Streuung behafteten Transformator die primären und sekundären Spannungen werden

$$E_1 = E_{G1} - e_1 - v_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$
$$E_2 = E_{G2} - e_2 - v_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

Für den vorhin betrachteten Transformator wäre also beim Anschlusse eines Motors

$$E_1 \cong 2000 - 205 - 20 = 1775 \text{ Volt etwa,}$$

$$\text{somit } E_{G2} \cong \frac{E_{G1}}{20} = \frac{1775}{20} = 88{\cdot}75 \text{ Volt etwa}$$

und $E_2 \cong 88{\cdot}75 - 5 - 1 \cong 82{\cdot}8$ Volt etwa.

Dieser Transformator wäre also zum gleichzeitigen Betriebe von Motoren und Glühlampen nicht verwendbar, da er im letzteren Falle eine für alle Belastungen des Motors nahezu konstante Spannungserniedrigung von etwa 13 Volt erfährt.

Die Zahlen dieses Beispiels sind durchaus nicht übertrieben; das Beispiel selbst giebt ein gutes Bild über die Grössenordnung der Spannungsverminderung. Vergleiche der aus den Dimensionen berechneten mit der thatsächlich beobachteten Spannungsverminderung ergaben die Richtigkeit der vorstehenden Überlegungen.

3. Anwendung des Näherungsverfahrens auf Transformatoren mit geschlossenem magnetischen Kreise.

Um die Anwendbarkeit des in § 1 dieses Kapitels erläuterten Näherungsverfahrens und die Genauigkeit der mit demselben erzielten Resultate prüfen zu können, vergleichen wir für einzelne Transformatoren die unter Anwendung desselben erhaltenen Werte mit den von Prof. J. A. Fleming[1]) beobachteten Werten. Es sind absichtlich nur diese Transformatormessungen berücksichtigt, weil dieselben umfangreich, genau und neuen Datums sind und weil die bei ihnen zur Verwendung gelangten Messmethoden einwurfsfrei und von praktischer Bedeutung sind. Leider erstrecken sich Fleming's Untersuchungen nur auf Transformatoren englischen und amerikanischen Ursprunges; doch mag mit Sicherheit angenommen werden, dass der Stand der Transformatorenfabrikation und die Güte der Transformatoren auf dem Kontinente fast genau dieselben sind wie in England oder in Amerika. Es ist dies eine notwendige Folge des eifrigen Wettbewerbes, der bequemen Verkehrsmittel und der reichen Litteratur.

Der erste Transformator, an welchem wir die Brauchbarkeit des Verfahrens versuchen wollen, ist ein 5 pferd. Transformator von Ferranti[2]) (Modell 1885).

Dieser Transformator entstammt der ältesten Periode des Transformatorenbaues; derselbe weist zwar einen kleinen Spannungsverlust, aber den verhältnismässig hohen Magnetisierungseffekt von 538 Watt auf. Er wurde bei 81·6 Perioden pro

---

[1]) J. A. Fleming, Journ. Inst. El. Eng. 21, p. 594 bis 686. Diskussion p. 694 bis 708. El., London 30, p. 97 ff. Lum. él. 47, p. 239 ff.

[2]) Ebenda, p. 628, 629 und 652. Tabelle IX und X.

Minute mit einer konstanten Primärspannung von $E_{G,1} = 2400$ Volt betrieben und ergab dann bei Leerlauf $E_{G,2} = 100{\cdot}9$ Volt.

Seine Widerstände waren

$R_1 = 12{\cdot}5$ Ohm (gemessen bei 100^0 C.) und

$R_2 = 0{\cdot}0252$ » (» « 100^0 C.).

Nach diesen Angaben scheint es, als ob infolge des hohen Kernverlustes der Transformator sehr heiss geworden sei. Von der Ermittelung des Spannungsabfalls durch Streuung muss schon deshalb Abstand genommen werden, weil die Dimensionen der verschiedenen Transformatoren nicht gegeben sind.

Bei dem vorliegenden Transformator wird der Spannungsverlust in den Widerständen bei einer Maximalbelastung von rund 4000 Watt betragen:

im prim. Stromkreise etwa $\frac{4000}{2400} \cdot 12{\cdot}5 = 20{\cdot}8$ Volt $= 0{\cdot}87\,\%$

» sek. » » $\frac{4000}{100} \cdot 0{\cdot}0252 = 1{\cdot}0$ » $= 1{\cdot}0$ »

und die gesamte im sekundären Stromkreise zur Verfügung stehende Klemmenspannung wird sich zwischen 101 Volt (etwa) bei Leerlauf und $101 - 1{\cdot}9 \cong 99$ Volt (etwa) bei voller Belastung bewegen.

Wir werden also nicht viel fehlgehen können, wenn wir für irgend eine gegebene Belastung als Mittelwert der Sekundärspannung 100 Volt annehmen; dann ergeben sich alle übrigen Werte des Transformators aus folgenden Überlegungen.

Gegeben sei eine sekundäre Nutzleistung $W_2 = 4000$ Watt, entsprechend 100 Volt und 40 Ampère. Dann ist der Effektverlust in der sekundären Bewickelung $40^2 \cdot 0{\cdot}0252 \cong 40$ Watt etwa. Da der Magnetisierungseffekt 538 Watt beträgt, so sind primär aufzuwenden

für sekundäre Nutzleistung	W_2	= 4000 Watt
» sekundären Kupferverlust	$J_2^2 r_2$	= 40 »
» Magnetisierung		= 538 »
» den uns unbekannten primären Kupferverlust	$J_1^2 r_1$	= — »
zusammen also mehr als		4578 Watt.

Diese Leistung ergiebt für den Wert des Primärstromes in erster Annäherung $J_1 = \frac{4578}{2400} = 1{\cdot}91$ Ampère.

Dieser Stromstärke würde ein Effektverlust von $1{\cdot}91^2 \times 12{\cdot}5 \cong 46$ Watt in der primären Bewickelung entsprechen

der gesamte primär aufzuwendende Effekt erhöht sich also von 4578 auf 4624 Watt, welchen bei 2400 Volt, als zweite Annäherung an den Wert des Primärstromes, $\frac{4624}{2400} = 1{\cdot}93$ Ampère entsprechen. Man erkennt, dass die Annäherung nicht weiter getrieben zu werden braucht und dass bei Vollbelastung oder überhaupt bei jeder Belastung zur Ermittelung des unbekannten Primärstromes und primären Spannungsverlustes der letztere gleich $\frac{46}{40}$ des sekundären genommen werden kann.

So ist z. B. bei einer induktionsfreien Belastung von 2800 Watt

der sekund. Strom	=	28	Ampère
die » Spannung angenommen . . .	=	100	Volt
der » Spannungsverlust = 28 . 0·0252	=	0·7	Volt
» » Kupferverlust	=	19·8	Watt
» primäre » . $= \frac{46}{40}$. 19·8	=	22·8	»
» Verlust im Eisen	=	53·8	»
der Gesamtverlust also		580·6	Watt,

entsprechend einer primären Leistung von

$2800 + 580{\cdot}6 = 3381$ «

und einem prim. Strome von $\frac{3381}{2400} = 1{\cdot}41$ Ampère

Hieraus berechnet sich der primäre Spannungsverlust . . . $= 1{\cdot}41 \,.\, 12{\cdot}5 = 17{\cdot}6$ Volt

und die demselben entsprechende Verminderung der Spannung im Sekundärkreise . . . . . $= \frac{17{\cdot}6}{24} = 0{\cdot}73$ Volt,

so dass der gesamte sekundäre Spannungsverlust sich zu . . . $0{\cdot}7 + 0{\cdot}73 = 1{\cdot}43$ Volt berechnet. Eine Zusammenstellung der berechneten und beobachteten Werte für diese Leistung ergiebt:

	Berechnet	Beobachtet
Sekundärer Strom	28·0 Ampère (angenommen)	28·0 Amp.
Primärer Strom	1·41 »	1·43 Ampère
Primäre Leistung . . .	3381 Watt	3344 Watt
Gesamter Spannungsverlust sekundär	1·43 Volt	2·0 Volt
Sekundäre Spannung . .	100·9 — 1·43 = 99·5 V.	98·9 Volt

Daraus ergiebt sich der berechnete Wirkungsgrad

$$\eta_{ber.} = \frac{28 \,.\, (101{\cdot}9 - 1{\cdot}43)}{3381} = \frac{28 \,.\, 99{\cdot}5}{3381} = 82{\cdot}5\,\%,$$

während der beobachtete Wirkungsgrad war

$$\eta_{beob.} = \frac{28 \,.\, (101{\cdot}9 - 2)}{3344} = \frac{28 \,.\, 98{\cdot}9}{3344} = 83{\cdot}0\,\%.$$

Hätte man, was sich bei dem Näherungsverfahren recht wohl rechtfertigen lässt und was auch der rechnerischen Ermittelung der primären Gesamtleistung zu grunde lag, den Wirkungsgrad aus der angenommenen Leistung 28 Ampère × 100 Volt berechnet, so hätte sich derselbe gleich 82·9 % ergeben. Man erkennt jedenfalls, dass sämtliche Abweichungen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen und dass nur der gerechnete Spannungsverlust deshalb etwas stärker von dem beobachteten abweicht, weil der letztere noch etwa 0·6 Volt an Spannungsabfall durch Streuung aufweist. Deutlicher noch ergeben sich diese Thatsachen aus Tabelle I.

Versucht man die in dieser Tabelle niedergelegten Werte graphisch darzustellen, so empfiehlt es sich, zunächst eine Kurve der gesamten Verluste zu entwerfen und dann in dasselbe Koordinatensystem eine Kurve der im Kupfer des Transformators auftretenden Verluste einzutragen. Dies ist in Fig. 74 geschehen; in dieser Figur deuten die Kurven 1 des

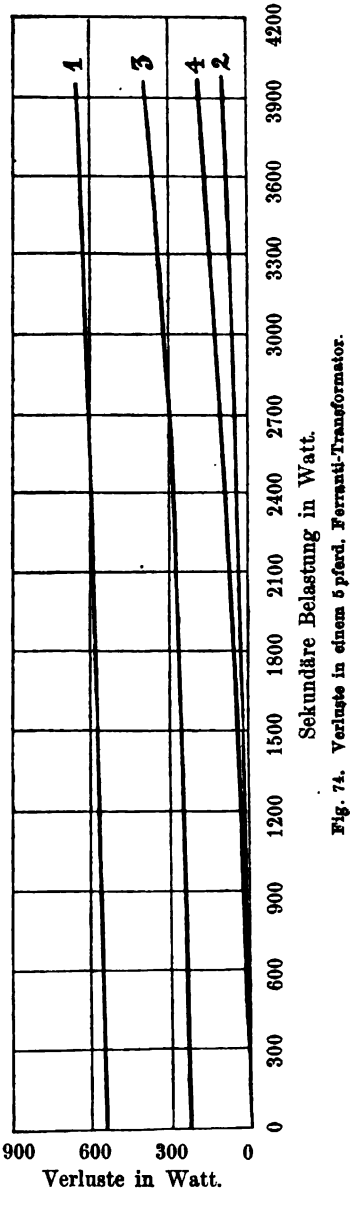


Fig. 74. Verluste in einem 5 pferd. Ferranti-Transformator.

Tabelle I zur Vergleichung der aus Berechnung und Beobachtungen erhaltenen charakteristischen Grössen eines 5 pferd. Transform. von Ferranti. (Modell 1885).

Beob., bezw. geg. bei 100 Volt J_2	$J_2^2 R_2$	$= J_1^2 R_1 \frac{46}{40} \cdot J_2^2 R_2$	Gesamtverlust	Primäre Leistung		Prim. Strom		Sekundärer Spannungsverlust				Sek. Spannung	Sek. Leistung		Wirkungsgrad	
				Ger.	Beob.	Ger.	Beob.	$J_2 R_2$	$^1/_{24} J_1 R_1$	Ger.	Beob.	Beob.	Ger.	Beob.	Ger.	Beob.
Amp.	Watt	Watt	Watt	Watt	Watt	Amp.	Amp.	Volt	Volt	Volt	Volt	Volt	Watt	Watt	%	%
0	0	0	538	—	538	0·32[1])	0·329	0	—	—	—	100·9	—	—	—	—
2·10	0·1	0·1	538·2	748	759	0·32	0·403	0	0·17	0·2	0	100·9	210	212	28·0	28·0
3·99	0·4	0·5	538·9	838	839	0·35	0·474	0·1	0·18	0·3	0·8	100·1	399	400	47·7	47·7
6·33	1·1	1·3	540·4	1173	1205	0·49	0·554	0·16	0·25	0·4	0·9	100·0	633	633	54·0	52·6
9·80	2·4	2·1	542·5	1523	1503	0·63	0·686	0·23	0·33	0·6	1·0	99·9	980	979	64·4	65·3
12·65	4·1	4·7	546·8	1812	1786	0·76	0·795	0·32	0·41	0·7	0·9	100·0	1265	1265	69·8	70·7
14·70	5·5	6·3	549·8	2020	1989	0·84	0·888	0·37	0·44	0·8	1·1	99·8	1470	1467	72·7	73·9
17·44	7·7	8·9	554·6	2299	2283	0·96	1·000	0·44	0·50	0·9	1·2	99·7	1744	1739	76·0	76·3
21·26	11·4	13·1	562·5	2689	2658	1·11	1·155	0·54	0·58	1·1	1·2	99·7	2126	2120	79·5	79·7
23·07	13·5	15·5	567·0	2874	2880	1·20	1·236	0·58	0·62	1·2	1·3	99·6	2307	2298	80·3	79·9
25·38	16·3	18·8	573·1	3111	3075	1·30	1·323	0·64	0·68	1·3	1·6	99·3	2538	2520	81·6	82·0
26·46	17·7	20·4	576·1	3222	3226	1·34	1·368	0·67	0·70	1·4	1·8	99·1	2646	2622	82·2	81·3
28·00	19·8	22·8	580·6	3381	3344	1·41	1·430	0·70	0·73	1·4	2·0	98·9	2800	2769	82·5	83·0
29·53	22·0	25·3	585·3	3538	3434	1·47	1·493	0·74	0·76	1·5	1·9	99·0	2953	2924	83·4	85·0
30·13	22·9	26·3	587·2	3600	3630	1·50	1·517	0·76	0·78	1·5	1·9	99·0	3013	2983	83·7	82·0
31·11	23·5	27·0	588·5	3700	3680	1·54	1·559	0·78	0·80	1·6	2·0	98·9	3111	3080	84·0	83·7
32·06	26·0	29·9	593·9	3800	3775	1·58	1·601	0·81	0·82	1·6	2·0	98·9	3206	3180	84·1	84·2
33·41	28·2	32·4	598·6	3940	3953	1·64	1·659	0·84	0·85	1·7	1·9	99·0	3341	3308	84·8	83·5
34·35	29·7	34·1	601·8	4037	4066	1·68	1·695	0·86	0·88	1·7	1·9	99·0	3435	3401	85·0	83·5
35·50	31·8	35·6	605·4	4155	4182	1·73	1·743	0·89	0·90	1·8	2·0	98·9	3550	3511	85·5	84·0
36·00	32·6	37·5	608·1	4208	4218	1·76	1·763	0·91	0·92	1·8	2·1	98·8	3600	3557	85·6	84·5
36·61	33·9	39·0	610·9	4272	4275	1·78	1·796	0·92	0·93	1·8	2·1	98·8	3661	3616	85·7	84·6
37·09	34·8	40·0	612·8	4322	4406	1·80	1·821	0·93	0·94	1·9	2·2	98·7	3709	3662	85·7	83·2
37·58	35·6	41·0	614·6	4373	4414	1·82	1·839	0·95	0·95	1·9	2·3	98·6	3758	3710	85·9	83·2
38·11	36·6	42·0	616·6	4428	4453	1·84	1·861	0·96	0·96	1·9	2·4	98·5	3811	3760	85·9	84·4
38·57	37·5	43·2	618·7	4476	4503	1·86	1·875	0·97	0·97	1·9	2·4	98·5	3857	3799	86·0	84·4
39·19	38·7	44·5	621·2	4540	4580	1·89	1·900	0·98	0·98	2·0	2·4	98·5	3919	3870	86·0	84·4

[1]) $\frac{538}{2400} \cdot \frac{1}{0.7} = 0{\cdot}32$ Ampère.

gesamten und 2 des im Kupfer auftretenden Verlustes durch ihren parallelen Verlauf die Konstanz der Eisenverluste an.

Es ist bereits betont worden, dass bei dieser ältesten Type Ferranti'scher Transformatoren der Eisenverlust den weitaus grössten Teil des gesamten Verlustes ausmacht und dass infolgedessen bei Leerlauf oder schwacher Belastung die Kurve der Gesamtverluste bei einem verhältnismässig hohen Werte beginnt, um bis zur vollen Belastung nur wenig anzusteigen. Infolge dieses Umstandes sind die Werte des Wirkungsgrades

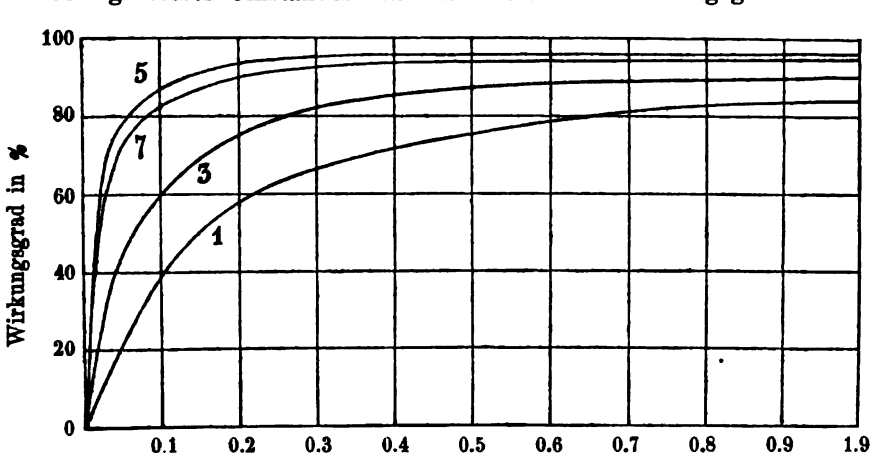


Fig. 75. Wirkungsgrad von Ferranti-Transformatoren.

(Fig. 75, Kurve 1) im allgemeinen nicht sehr hoch und für schwache Belastungen sogar auffallend niedrig für heutige Begriffe.

Diesem Übelstande kann dadurch abgeholfen werden, dass man das gegebene Eisengestell des 1885er Modelles derart neu bewickelt, dass die Eisenverluste erheblich verringert erscheinen. Es sind dazu bei gegebenem Eisengestelle mehr Windungen erforderlich, und da mit dem Gestelle auch der Wickelraum gegeben ist, wird man Verringerung der Eisenverluste nur unter entsprechender Erhöhung der Verluste im Kupfer erkaufen können. Fleming[1]) hat den erwähnten Transformator in diesem Sinne mit einer neuen Bewickelung versehen lassen und erhielt dabei die in Fig. 74 durch Kurve 3 und 4 dargestellten Verluste. Man erkennt, dass die Kurve 3 der Gesamtverluste des umgewickelten Transformators bei erheblich

[1]) a. a. O. p. 630, 631, 652. Tabelle XI und XII.

niedrigeren Werten beginnt; dies entspricht der Verringerung der Eisenverluste von 538 auf 235 Watt. Man erkennt weiterhin, dass die Kurve 3 der Gesamtverluste mit wachsender Belastung stärker ansteigt, als die Kurve 1 der Gesamtverluste des alten Modelles; dies rührt davon her, dass die Kupferverluste (Kurve 4) der neuen Bewickelung grösser sind, als jene der alten (Kurve 2). Und da schliesslich auch hier die Kurven 3 und 4 fast vollkommen parallel verlaufen, müssen auch hier die Eisenverluste von konstanter Grösse sein. Die Kurve des Wirkungsgrades (Fig. 75, Kurve 3) dieses umgewickelten Transformators liegt durchweg höher als diejenige des alten Modelles; besonders deutlich tritt dies an den unteren Teilen der Kurve 3 zutage, welche den niedrigen Belastungen entspricht.

Die modernen Ferranti-Transformatoren ähneln in ihrem Verhalten einigermassen dem umgewickelten Modell aus dem Jahre 1885, insofern sie nämlich geringen Eisenverlust und höheren Verlust im Kupfer aufweisen. Um auch für diesen Fall die Brauchbarkeit des Näherungsverfahrens darzuthun, mögen die Resultate desselben mit jenen Fleming's verglichen werden. Als Vergleichsobjekt sei ein 15 pferd. Transformator Ferranti's aus dem Jahre 1892 angeführt, welcher bei einer maximalen Leistungsfähigkeit von 11 250 Watt nur 150 Watt im Eisen für Hysteresis und Wirbelströme verbraucht.

Das Übersetzungsverhältnis dieses Transformators war gleichfalls 1 : 24; seine primäre Klemmenspannung betrug 2400 Volt und seine Widerstände waren

$$r_1 = 6{\cdot}45 \text{ Ohm und } r_2 = 0{\cdot}0134 \text{ Ohm.}$$

Um zu einer ungefähren Ermittelung der primären Kupferverluste $J_1^2 R_1$ für den noch unbekannten Primärstrom J_1 zu gelangen, bedenken wir, dass für eine sekundäre Belastung $W_2 = 11\,000$ Watt, entprechend (wie wir annehmen wollen) 100 Volt $\times$ 110 Amp., der sekundäre Kupferverlust $J_2^2 R_2 = 162$ Watt wird. Der primäre Effekt muss also jedenfalls um $J_1^2 R_1$ grösser sein als $(11\,000 + 150 + 162) = 11\,312$ Watt. Diesem Effekte aber würde ein Strom J_1 entsprechen, welcher etwas grösser ist als $J'_1 = 11\,312 : 2400 = 4{\cdot}7$ Ampère. Und die primären Kupferverluste werden sich also genügend ermitteln lassen aus dem Verhältnis $\frac{J'^2_1 R_1}{J_2^2 R_2} = \frac{4{\cdot}7^2 \,.\, 6{\cdot}45}{162} = \frac{142}{162}$, indem man setzt $J_1^2 R_1 = \frac{142}{162} \,.\, J_2^2 R_2$. Hieraus ergiebt sich die folgende

Tabelle zur Vergleichung der berechneten und beobachteten charakteristischen Werte eines 15 pferd. Transformators von Ferranti.[1]) (Modell 1892.)

Beob., bezw. geg. bei 100 V. J_2	$J_2^2 R_2$	$J_1^2 R_1 = \frac{142}{162} \cdot J_2^2 R_2$	Gesamtverlust	Primäre Leistung W_1		Primärer Strom J_1		Sekundärer Spannungsverlust				Sek. S. annung	Leistung sek. W_2		Wirkungsgrad	
				Ger.	Beob.	Ger.	Beob.	$J_2 R_2$	$^1{}_{,N} J_1 R_1$	Ger.	Beob.	Beob.	Ger.	Beob.	Ger.	Beob.
Amp.	Watt	Watt	Watt	Watt	Watt	Amp.	Amp.	Volt	Volt	Volt	Volt	Volt	Watt	Watt	%	%
0	0	0	150	—	150	0·090	0·076	0	0·02	0	0	100·4	0	0	0	0
0·80	0	0·0	150	230	222	0·092	0·100	0·01	0·02	0	0·1	100·3	80	80	34·8	36·0
2·68	0·1	0·1	150·2	418	419	0·175	0·170	0·04	0·05	0·1	0·1	100·3	268	269	64·2	64·2
4·83	0·3	0·3	150·6	634	637	0·265	0·270	0·06	0·07	0·1	0·2	100·2	483	484	75·9	75·9
8·06	0·9	0·8	151·7	958	951	0·40	0·400	0·11	0·11	0·2	0·3	100·1	806	807	84·0	84·9
10·35	1·4	1·2	152·6	1188	1189	0·50	0·503	0·14	0·13	0·3	0·4	100·0	1035	1035	87·0	87·0
12·33	2·0	1·8	153·8	1387	1391	0·58	0·590	0·17	0·16	0·3	0·4	100·0	1233	1233	88·7	88·7
14·23	2·7	2·4	154·1	1577	1580	0·66	0·670	0·19	0·18	0·4	0·5	99·9	1423	1422	90·0	90·0
16·19	3 5	3·1	156·6	1776	1762	0·74	0·745	0·21	0·20	0·4	0·4	100·0	1619	1619	91·3	91·8
23·50	7·4	6·5	163·9	2514	2506	1·04	1·050	0·32	0·28	0·6	0·6	99·8	2350	2345	93·3	93·5
25·22	8·5	7·5	166·0	2688	2648	1·11	1·120	0·34	0·30	0·6	0·7	99·7	2522	2514	93·6	95·0
29·12	11·4	10·0	171·4	3083	3064	1·27	1·265	0·39	0·34	0·7	0·7	99·7	2912	2903	94·5	94·9
32·98	14·5	12·7	177·2	3475	3461	1·44	1·368	0·44	0·39	0·8	0·8	99·6	3298	3285	94·9	94·5
39·60	21·0	18·4	188·4	4148	4120	1·72	1·695	0·53	0·46	1·0	1·0	99·4	3960	3936	95·4	94·5
44·18	26·2	23·0	199·2	4617	4564	1·92	1·867	0·59	0·51	1·1	1·1	99·3	4418	4387	95·5	96·0
47·32	30·0	26·3	206·3	4938	4878	2·06	1·980	0·63	0·55	1·2	1·3	99·1	4732	4690	95·9	96·1
49·96	33·4	29·4	212·8	5209	5265	2·17	2·135	0·67	0·59	1·3	1·6[2])	98·8	4996	4936	96·1	93·7

[1]) Aus Journ. Instit. El. Eng. 21; pag. 634 u. 635, 1892. Entspricht Tabelle XV u. XVI von Fleming.
[2]) Von hier an macht sich der Einfluss der Streuung bemerkbar

(Fortsetzung.)

Tabelle zur Vergleichung der berechneten und beobachteten charakteristischen Werte eines 15 pferd. Transformators von Ferranti. (Modell 1892.)

Beob., beaw. geg. bei 100 V. J	$J_2^2 R_2$	$J_1^2 R_1 = \frac{143}{163} \cdot J_2^2 R_2$	Gesamtverlust	Primäre Leistung W_1		Primärer Strom J_1		Sekundärer Spannungsverlust				Sek. Spannung Beob.	Leistung sek. W_2		Wirkungsgrad	
				Ger.	Beob.	Ger.	Beob.	$J_2 R_2$	$\frac{1}{2} J_1 R_1$	Ger.	Beob.		Ger.	Beob.	Ger.	Beob.
Amp.	Watt	Watt	Watt	Watt	Watt	Amp.	Amp.	Volt	Volt	Volt	Volt	Volt	Watt	Watt	%	%
57·68	44·6	39·1	233·7	6002	5947	2·50	2·466	0·78	0·67	1·5	1·6	98·8	5768	5700	96·2	96·0
62·36	52·0	45·6	247·6	6484	6378	2·70	2·653	0·83	0·72	1·5	1·6	98·8	6236	6160	96·2	96·6
65·24	57·1	50·0	257·1	6781	6680	2·80	2·771	0·87	0·75	1·6	1·7	98·7	6524	6430	96·2	96·2
69·62	65·0	57·0	272·0	7234	7085	3·03	2·960	0·93	0·81	1·7	1·9	98·5	6962	6858	96·2	96·9
75·16	75·5	66·4	291·9	7808	7618	3·25	3·187	1·01	0·87	1·9	2·2	98·2	7516	7351	96·2	96·9
78·80	83·2	73·0	306·2	8186	8040	3·41	3·341	1·06	0·91	2·0	2·4	98·0	7880	7722	96·2	96·1
83·42	93·0	81·5	324·5	8667	8501	3·61	3·521	1·11	0·97	2·1	2·4	98·0	8342	8175	96·2	96·2
87·90	103·5	90·8	344·3	9134	8932	3·80	3·715	1·18	1·02	2·2	2·4	98·0	8790	8614	96·2	96·5
93·15	114·0	100·0	364·0	9679	9495	4·03	3·93[1])	1·25	1·08	2·3	2·6	97·6	9315	9092	96·2	95·8
97·29	126·0	110·5	386·5	10116	9900	4·21	4·09[1])	1·31	1·13	2·4	2·7	97·6	9729	9495	96·2	96·0
102·54	138·1	121·0	409·1	10663	10415	4·44	4·32[1])	1·37	1·19	2·5	2·9	97·5	10254	9998	96·2	95·9
105·48	152·0	133·0	435·0	10983	10700	4·57	4·45[1])	1·41	1·23	2·6	3·1	97·4	10548	10274	96·2	96·0
109·50	155·5	136·0	441·5	11392	11120	4·75	4·65[1])	1·47	1·28	2·7	3·3	97·2	10950	10621	96·2	95·5
113·04	162·0	142·0	454·0	11758	11496	4·90	4·76[1])	1·51	1·32	2·8	3·3	97·0	11304	10965	96·2	95·2
114·63	171·0	150·0	471·0	11934	11690	4·96	4·83[1])	1·54	1·34	2·9	3·4	97·0	11463	11120	96·2	95·4

[1]) Aus Fleming's Beobachtungen interpoliert.

Man erkennt zunächst, dass schon bei Belastungen über 40 Ampère sekundär die Werte der berechneten primären Leistungen grösser werden als jene der beobachteten; dies rührt daher, dass bei dieser Belastung schon die sekundäre Spannung merkbar kleiner ist als 100 Volt und dass somit auch die nutzbare Leistung kleiner sein muss als 100 J_2. Die letzten zwei Spalten der Tabelle zeigen jedoch, dass der Wirkungsgrad sich trotz dieser Ungenauigkeit mit aller genügenden Genauigkeit berechnen lässt und dass er nur bei der höchsten Belastung (der vernachlässigten Streuung wegen) sich um etwa $^1/_2$ % zu hoch ergiebt. Es wäre vielleicht richtiger gewesen, als Mittelwert der sekundären Spannung 99 Volt zu nehmen; die sekundären Leistungen wären dann etwas kleiner geworden, nämlich gleich 99 J_2. Doch ist dies absichtlich unterblieben, um zu zeigen, dass man die bequemere Rechnung mit dem Faktor 100 trotz der etwas grösseren Ungenauigkeit durchführen kann, weil auch dann noch die Abweichungen zwischen berechneten und beobachteten Werten innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen.

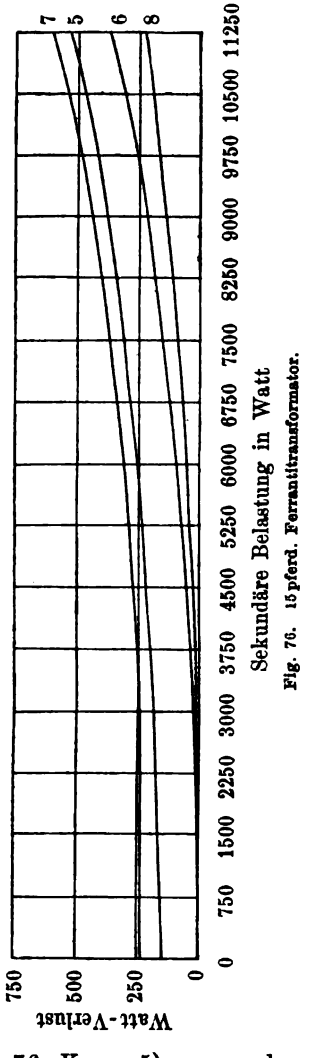


Fig. 76. 15pferd. Ferranti-transformator.

Entwirft man für diesen Transformator ein Diagramm (Fig. 76) der Verluste, so erkennt man, dass die Kurve des Wirkungsgrades (Fig. 75, Kurve 5) anfangs ziemlich steil ansteigen muss, weil eben die gesamten Verluste bei schwachen Belastungen niedrig sind. Da aber die Kurve der gesamten Verluste (Fig. 76, Kurve 5) wegen des hohen Einflusses der Kupferverluste (Fig. 76, Kurve 6) ziemlich stark ansteigt, muss die Kurve des Wirkungsgrades für höhere Belastungen ziemlich horizontal verlaufen.

Im allgemeinen lässt sich sagen, dass zwischen diesem Transformator und jenem aus dem Jahre 1885 ein prinzipieller Unterschied besteht. Der letztere arbeitet ungünstig für die Zentrale, weil er hohe Eisenverluste aufweist, hält aber die Spannung an den Lampen des Konsumenten ziemlich auf konstanter Höhe; der erstere arbeitet wegen der geringen Eisenverluste günstig für die Zentrale, reguliert aber die Spannung an den Lampen des Konsumenten in kaum genügender Weise. Dies wird klar, wenn man bedenkt, dass ausser dem Spannungsabfall von 3·4 Volt im Transformater noch in den Leitungen des Konsumenten etwa 1·6—2 Volt bei maximaler Belastung verloren gehen, dass die in Betrieb befindlichen Lampen desselben also je nach ihrer Anzahl irgend eine Spannung zwischen 100 Volt und 95 Volt aufweisen werden. Diese Grenzen sind entschieden zu weit, und ein guter Lichtbetrieb ist mit einem Transformator von solcher geringen Selbstregulierung der Spannung nur dann möglich, wenn entweder die Löschbarkeit der Anlage gering ist oder eine anderweitige Nachregulierung der Spannung seitens des Konsumenten oder der Zentrale erfolgt. Um diesem Übelstande einigermassen zu steuern, wurde auch der 15 pferd. Transformator umgewickelt; doch geschah diesmal die Neubewickelung in solcher Weise, dass der Kupferverlust verringert und damit bei gegebenem Gestell und Wickelraum der Eisenverlust erhöht wurde.

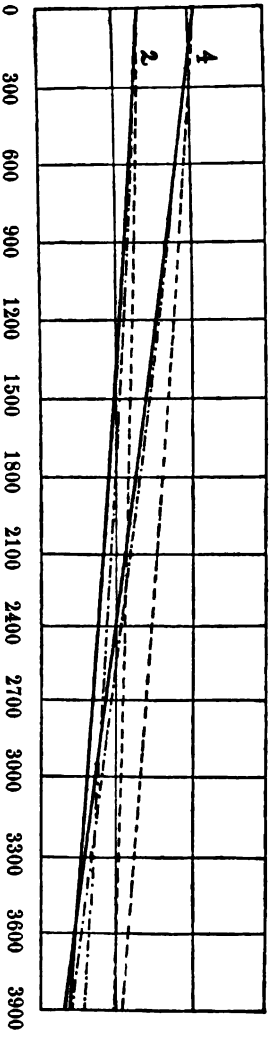


Fig. 77. Regulierbarkeit eines 5 pferd. Ferranti-Transformators.

Die auf diesen umgewickelten 15 pferd. Transformator bezüglichen Verluste sind in den Kurven 7 und 8 der Fig. 76 angedeutet. Die Gesamtverluste liegen höher, die Kupferverluste niedriger als zuvor. Es ist also der Wirkungsgrad (Fig. 75, Kurve 7) zwar durchweg etwas niedriger; aber er nähert sich in den höheren Werten etwas stärker der früheren Kurve, weil die Regulierung des Transformators eine bessere ist.

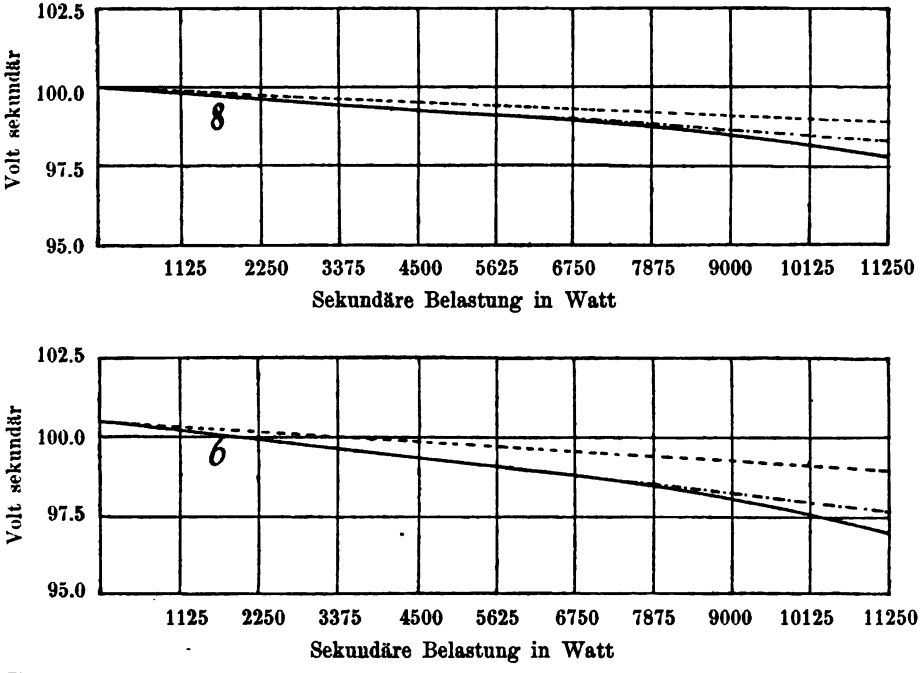


Fig. 78 u. 79. Spannungsabfall eines 15 pferd. Ferranti-Transformators. (Vor und nach der Umwickelung.)

Die Figuren 77, 78 und 79 beziehen sich auf die Regulierbarkeit der zwei Bewickelungsarten des 5 pferd. und des 15 pferd. Transformators. Dieselben zeigen die von der primären (·····) und der sekundären (- - - -) Wickelung herrührenden Spannungsverluste und den gesamten (——) beobachteten Spannungsabfall. Der Umstand, dass die Streuung sich nur in geringem Masse bemerkbar macht, bildet eine der Grundbedingungen für die Zulässigkeit des Näherungsverfahrens.

Eine zweite solche Grundbedingung ist die, dass für alle Belastungen die primäre und sekundäre Stromstärke einander

proportional sind. Wenn man also im vorliegenden Falle für jeden der Transformatoren zwei Kurven zeichnet, deren Abscissen die sekundären Belastungen, deren Ordinaten die Werte J_1 und $\frac{J_2}{24}$ sind, so erhält man zwei fast genau geradlinig verlaufende einander parallele Linien. Die Ableitungen des vorhergehenden Kapitels gestatten uns ohne weiteres den Schluss, dass dieses Verhalten nur dann möglich ist, wenn der zur Erzeugung des resultierenden magnetischen Feldes im Transformator erforderliche Erregerstrom gegenüber den Strömen J_1 und $\frac{J_2}{24}$, (bezw. allgemeiner $\frac{J_1 \cdot n_2}{n_1}$) sehr klein ist. (Fig 80 u. 81).

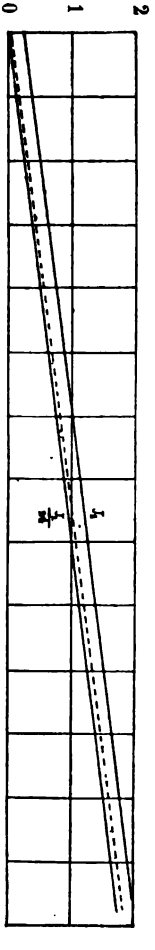


Fig. 80. 6 pferd. Transformator. Die punktierte Linie entspricht dem Strome J_1 des umgewickelten Transformators.

In dem Falle, wo der Sekundärkreis des Transformators offen ist, wird die Linie $\frac{J_2}{24}$ durch 0 gehen, die Linie J_1 aber wird den gesamten primären Leerlaufstrom des Transformators anzeigen. Es ist bereits in § 1 dieses Kapitels darauf hingewiesen worden, dass zur Ermittelung dieser Stromstärke ein Koëffizient oder Faktor in Betracht gezogen werden muss, da die Leerlaufstromstärke grösser ist und sein muss, als der Quotient aus dem Leerlaufseffekt und der Leerlaufspannung.

Es ist bisher jedoch noch nicht besonders hervorgehoben worden, dass infolge dieses Umstandes das Produkt aus den im Primärkreise beobachteten Spannungen grösser sein muss, als der thatsächlich aufgewendete Effekt. Nach den erwähnten Überlegungen ist dies für den Leerlaufsstrom und Leerlaufseffekt ohne weiteres wahr; ein Augenblick der Überlegung zeigt aber, dass für konstante Primärspannung ein konstanter Erregerstrom erforderlich ist, dass dieser Erreger-

strom stets die eine, der aus dem Effekt berechnete Arbeitsstrom die zweite senkrecht zur ersten stehende Komponente des primären Gesamtstromes sein wird und dass somit das Produkt aus primärem Gesamtstrom und primärer Spannung theoretisch stets grösser sein muss, als der thatsächlich beobachtete primäre Effekt. Da nun aber bei dem Näherungsverfahren für alle Belastungen der primäre Strom einfach als Quotient aus dem primären Effekte und der primären Spannung ermittelt wurde und gute Übereinstimmung mit dem beobachteten primären Strome ergab, so ist der Schluss gerechtfertigt, dass die Voraussetzungen des Verfahrens richtig waren, dass also, sobald der Sekundärkreis geschlossen ist, das Produkt aus primärem Strome und primärer Spannung wegen der Kleinheit des Erregerstromes praktisch übereinstimmt mit dem thatsächlichen Energieaufwande im primären Kreise. Dies besagt nur, dass für alle Belastungen primärer Strom und primäre Spannung praktisch als gleichphasig angenommen werden können, wenn man, wie bisher, belastete Transformatoren mit geschlossenem magnetischen Kreise behandelt und sich mit der Genauigkeit des Näherungsverfahrens begnügt. Nur bei offenem Sekundärkreise, also bei Leerlauf des Transformators, nahm das Näherungsverfahren das Vorhandensein einer Verschiebung zwischen primärem Strome und primärer Spannung an. Die Grösse dieser Verschiebung war dadurch gegeben, dass das Produkt aus J_1 und E_1 um $\frac{1}{0{\cdot}7}$ grösser war als W_1 dass also Volt $\times$ Ampère $= \frac{1}{0{\cdot}7}$ Watt angenommen wurde.

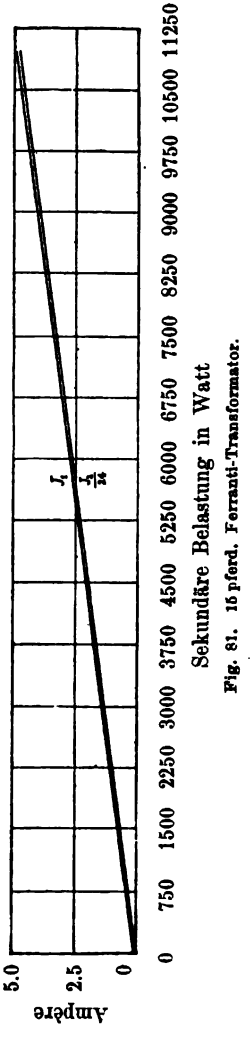


Fig. 81. 16 pferd. Ferranti-Transformator.

Der Zahlenfaktor von W_1 entspricht nach früheren Ableitungen dem Cosinus des Verschiebungswinkels zwischen J_1 und E_1; $W_1 = J_1 \cdot E_1 \cdot \cos \varphi_1 = f \cdot J_1 \cdot E_1 = f \cdot W_1'$.

Sein Maximalwert ist die Einheit. Wenn praktische Messungen für diesen Faktor einen Wert ergeben sollten, welcher grösser ist als 1·0, so ist dies auf Beobachtungsfehler zurückzuführen.

Die auf Seite 174, 177 und 178 mitgeteilten Tabellen, die übrigen Versuchsresultate Fleming's und die neuerdings erst publizierten Ergebnisse der Messungen der Frankfurter Prüfungskommission[1]) gestatten uns, das Verhalten dieses Faktors des Effektes (Power-Factor) genauer zu studieren und damit die Grenzen des Näherungsverfahrens zu ermitteln.

Der Faktor des Effektes f ergiebt sich aus den mitgeteilten Versuchsresultaten als Quotient aus W_1 und $E_1 \cdot J_1 = 2400 \cdot J_1$. Der Verlauf desselben in seiner Abhängigkeit von der Belastung für die ausführlich auf Seite 174, 177 und 178 mitgeteilten Versuchsreihen ergiebt sich aus folgenden Ergänzungen zu diesen Tabellen.

Änderung des Wertes von f für verschiedene Belastungen

a) bei dem 5 pferd. Transformator von Ferranti. (Modell 1885.)

J_1	E_1	$W_1' = J_1 \cdot E_1$	W_1	$f = \frac{W_1}{W_1'}$	J_1	E_1	$W_1' = J_1 \cdot E_1$	W_1	$f = \frac{W_1}{W_1'}$
0·329	2400	790	538	0·68	1·517	2400	3640	3630	0·99
0·403	2400	966	759	0·79	1·559	2400	3738	3680	0·99
0·474	2400	1136	839	0·74	1·601	2400	3846	3775	0·98
0·554	2400	1329	1205	0·90	1·659	2400	3979	3953	0·99
0·686	2400	1648	1503	0·91	1·695	2400	4063	4066	1·00
0·795	2400	1907	1786	0·94	1·743	2400	4187	4182	1·00
0·888	2400	2130	1989	0·93	1·763	2400	4240	4218	1·00
1·000	2400	2400	2283	0·95	1·796	2400	4304	4275	0·99
1·155	2400	2774	2658	0·96	1·821	2400	4366	4406	1·00
1·236	2400	2966	2880	0·97	1·839	2400	4404	4414	1·00
1·323	2400	3179	3075	0·97	1·861	2400	4461	4453	1·00
1·368	2400	3280	3226	0·99	1·875	2400	4500	4503	1·00
1·430	2400	3433	3344	0·97	1·900	2400	4555	4580	1·00
1·493	2400	3586	3434	0·96	—	2400	—	—	—

[1]) H. F. Weber-Zürich. Messungen an Wechselstrom-Transformatoren. Offizieller Bericht über die Internationale Elektrotechnische Ausstellung in Frankfurt a. M. 1891. 2. Band, p. 38 ff., 1894.

b) bei den auf der Frankfurter Ausstellung untersuchten Transformatoren

Mordey-Transformator für 3000 Watt				Mordey-Transformator für 6000 Watt			
Beobachtungsreihe I		Beobachtungsreihe II		Beobachtungsreihe I		Beobachtungsreihe II	
W_2	f	W_2	f	W_2	f	W_2	f
2878	0·993	2929	0·990	6302	0·993	6261	0·997
2199	0·994	2191	0·994	5329	1·000	5299	1·000
1464	0·982	1475	0·991	4327	1·000	4352	0·998
998	0·985	1009	0·986	3370	1·001	3417	1·000
528	0·980	526	0·984	2437	1·001	2438	0·992
				1485	0·997	1488	0·987
				994	0·980	1008	0·985
				528	0·975	531	0·948

Oerlikon-Transformator für 7500 Watt				Schuckert-Transformator für 10000 Watt			
Beobachtungsreihe I		Beobachtungsreihe II		Beobachtungsreihe I		Beobachtungsreihe II	
W_2	f	W_2	f	W_2	f	W_2	f
7241	0·997	7329	0·997	18871	0·993	10733	0·992
6307	1·002	6328	0·996	9514	0·993	9142	0·993
5305	0·996	5344	1·000	7807	0·984	7956	0·995
4376	1·001	4402	1·000	6480	0·983	6601	0·998
3429	0·996	3405	1·001	4991	0·989	5124	0·982
2454	0·992	2472	1·003	3768	0·985	3628	0·965
1497	0·999	1505	0·996	2251	0·946	2206	0·935
535	0·984	534	0·980	796	0·806	785	0·784

c) bei dem 15 pferd. Transformator von Ferranti (Modell 1892)

J_1	E_1	$W_1' = J_1 . E_1$	W_1	$f = \frac{W_1}{W_1'}$	J_1	E_1	$W_1' = J_1 . E_1$	W_1	$f = \frac{W_1}{W_1'}$
0·076	2400	188	149	0.82	2·135	2400	5124	5265	1·03
0·100	2400	240	222	0·92	2·466	2400	5918	5947	1·00
0·170	2400	408	419	1·03	2·653	2400	6367	6378	1·00
0·270	2400	647	637	0·98	2·771	2400	6650	6680	1·00
0·400	2400	960	951	0·99	2·960	2400	7104	7085	1·00
0·503	2400	1210	1189	0·99	3·187	2400	7649	7618	1·00
0·590	2400	1416	1391	0·98	3·341	2400	8018	8040	1·00
0·670	2400	1600	1580	0·99	3·521	2400	8450	8501	1·00
0·745	2400	1788	1762	0·99	3·715	2400	8916	8932	1·00
1·050	2400	2520	2506	0·99	3·900	2400	9360	9390	1·00
1·120	2400	2688	2648	0·99	4·089	2400	9813	9980	1·02
1·265	2400	3036	3064	1·01	4·276	2400	10502	10300	0·98
1·368	2400	3283	3461	1·05	4·483	2400	10759	10790	1·00
1·695	2400	4068	4120	1·01	4·548	2400	10915	10978	1·00
1·867	2400	4481	4564	1·02	4·648	2400	11155	11210	1·00
1·980	2400	4752	4878	1·02	4·762	2400	11429	11496	1·00

Diesen Tabellen könnten eine ganze Reihe anderer hinzugefügt werden, welche, sofern der Transformator der eisen-

geschlossenen Type angehört, bestätigen würden, dass, sobald die Belastung etwa ein Fünftel der Maximallast überschreitet[1]), der Faktor f praktisch gleich der Einheit wird und dass er auch schon unterhalb dieser Belastung in den meisten Fällen der Einheit genügend nahe kommt, um für Transformatoren mit geschlossenem magnetischen Kreise die Anwendung des Näherungsverfahrens zu gestatten.

Wenn bei einem Transformator mit eisengeschlossenem Kreise der Faktor f bei Leerlauf kleiner als 0·7 bis 0·8 sein und auch langsamer als sonst üblich anwachsen sollte, so ist dies dem Umstande zuzuschreiben, dass der Erregerstrom dieses Transformators verhältnismässig gross ist. Das Näherungsverfahren wird dann bei diesem Transformator weniger genaue Resultate liefern; die Ströme J_1 und J_2 werden einander nicht mehr so angenähert proportional sein als zuvor, und ausserdem werden die mit J_1 und $\frac{J_2}{24}$ als Ordinaten, mit W_2 als Abscissen gezeichneten Kurven besonders in den unteren Teilen stärker von der Geraden und vom Parallelismus abweichen. Ein solcher Transformator wird eben in fast allen Dingen eine Mittelstellung zwischen eisengeschlossenem und offenem magnetischen Kreise einnehmen.

Fleming hat ein solches Verhalten an einem Transformator von G. Kapp beobachtet; die beobachteten Daten sind in der folgenden Tabelle niedergelegt, aber nicht zur Konstruktion von Kurven verwendet worden. Der Transformator ist beachtenswert, weil er trotz seiner geringen Leistung einen auch schon bei geringer Belastung hohen Wirkungsgrad aufweist und weil infolge der übergreifenden Anordnung der Spulen der Spannungsabfall durch Streuung besonders gering ist.

Die letzten zwei Spalten folgender Tabelle lassen erkennen, dass thatsächlich kein merkbarer Spannungsabfall durch Streuung eintritt. Dass der beobachtete Spannungsabfall sogar kleiner erscheint als der berechnete, ist auf Beobachtungsfehler zurückzuführen. Man könnte nun, da bei der Anführung der Fleming'schen Versuchsresultate so häufig von Beobachtungsfehlern die Rede war, zu der Ansicht kommen, diese Beobachtungsreihen seien nicht besonders gut. Diese Ansicht ist eine irrige; thatsächlich geben die Fleming'schen Beobachtungsreihen aus-

[1]) Herr Prof. H. F. Weber, Zürich, giebt als Grenze 0·4 bis 0·5 der normalen Belastung an. a. a. O., p. 67.

Zusammenstellung der Stromstärken, Spannungen und Effekte bei einem Kapp-Transformator für 4000 Watt.

Primärspannung $E_1 = 2400$ Volt, konstant gehalten.
Sekundärspannung $E_2 = 99.0$ Volt bei Leerlauf.
Periodenzahl $p = 82{\cdot}1$ per Sekunde.

Primärer Widerstand $R_1 = 11{\cdot}38$ Ohm.
Sekundärer Widerstand $R_2 = 0{\cdot}024$ Ohm.

Sekundärer Stromkreis			Primärer Stromkreis				Verluste			Wirkungsgrad in % $\frac{100\ W_2}{W_1}$	Faktor des Effektes $f = \frac{W_1}{W_1'}$	Spannungsverlust sek. in den Widerst. $J_2 R_2 + \frac{J_1 R_1}{24}$	
E_2	J_2	W_2	E_1	J_1	$W_1' = E_1 . J_1$	W_1	$J_2^2 R_2$	$J_2^2 R_1'$	Total $W_1 - W_2$				total
99·0	0	0	2400	0·145	348	152	0	0	152	0	0·61	0	0
99·0	1·00	99	2400	0·160	384	265	0	0·2	166	37·4	0·66	0	0
98·9	1·95	193	2400	0·200	480	338	0	0·3	145	57·1	0·70	0·1	0·1
98·9	2·89	286	2400	0·229	549	445	0·2	0·5	159	64·3	0·81	0·2	0·1
98·8	3·98	393	2400	0·270	648	548	0·4	0·8	155	71·7	0·85	0·3	0·2
98·8	4·87	481	2400	0·304	729	640	0·6	1·0	159	75·2	0·88	0·3	0·2
98·8	7·17	708	2400	0·374	897	868	1·3	1·6	160	81·6	0·97	0·4	0·2
98·8	8·85	875	2400	0·467	1121	1029	1·9	2·5	154	85·0	0·92	0·5	0·2
98·0	10·81	1060	2400	0·519	1245	1225	2·8	3·1	165	86·5	0·98	0·5	1·0
98·7	12·73	1257	2400	0·618	1483	1426	3·9	4·3	169	88·1	0·96	0·6	0·3
98·6	14·63	1443	2400	0·675	1620	1609	5·1	5·2	166	89·7	0·99	0·7	0·4
98·3	16·49	1621	2400	0·743	1783	1800	6·5	6·6	179	90·1	1·01	0·8	0·7
98·2	18·52	1819	2400	0·831	1994	1988	8·2	7·9	169	91·5	1·00	0·9	0·8
98·1	20·42	2003	2400	0·908	2179	2182	10·0	9·4	179	91·8	1·00	0·9	0·9
98·0	22·25	2180	2400	0·981	2354	2358	11·9	11·0	178	92·5	1·00	1·0	1·0
98·0	24·10	2362	2400	1·052	2525	2538	13·9	12·6	176	93·2	1·00	1·1	1·0
97·9	25·95	2541	2400	1·136	2726	2745	16·3	14·6	204	92·6	1·01	1·2	1·1
97·8	27·86	2725	2400	1·212	2909	2894	18·6	16·7	169	94·3	0·99	1·2	1·2
97·7	29·80	2912	2400	1·288	3091	3100	21·3	19·0	188	94·0	1·00	1·3	1·3
97·7	31·62	3090	2400	1·360	3264	3289	24·0	21·0	199	94·0	1·01	1·4	1·3
97·5	33·41	3258	2400	1·442	3461	3481	26·7	23·6	223	93·5	1·00	1·5	1·5
97·4	35·27	3436	2400	1·520	3648	3658	30·8	26·3	222	93·9	1·00	1·6	1·6
97·3	37·09	3609	2400	1·590	3816	3821	33·1	28·6	212	94·5	1·00	1·7	1·7
97·2	39·14	3805	2400	1·680	4032	4035	36·8	32·0	230	94·4	1·00	1·8	1·8
97·1	40·89	3971	2400	1·750	4200	4207	42·0	34·5	236	94·4	1·00	1·9	1·9

gezeichnetes Material für die spätere Besprechung der mit vorzüglichen Instrumenten durch geschulte Beobachter bei den verschiedenen Messmethoden erreichbaren Genauigkeiten.

Stellt man, um ein Bild über die Grenzwerte des Faktors f zu erhalten, die an ausgeführten, leerlaufenden Transformatoren erhaltenen Messresultate zusammen, so erhält man folgende Tabellen[1]):

Werte des Faktors f des Leerlaufeffektes.

a) für Transformatoren mit eisengeschlossenem Kreise und kleinem Erregerstrom.[1])

Beobachter	Transformator-Type	Gesamtleistung in Watt	Periodenzahl pro Sekunde	Leerlaufeffekt W_1	Leerlaufeffekt W_1'	Wert d. Faktors $f = \frac{W_1'}{W_1}$	Bemerkungen
Fleming	Ferranti 1885 . . .	1875	83	288	432	0·66	Aus: Journal of the Institution of Electrical Engineers Vol. 21, 1892. p. 606.
»	» 1885 . . .	3750	83	550	808	0·68	
»	» 1885 . . .	7500	83	444	600	0·74	
»	» 1885 . . .	11250	83	579	816	0·70	
»	» 1885 . . .	15000	83	1019	1368	0·75	
»	» 1885 neu gewick.	3750	83	233	264	0·88	
»	» 1892	7500	83	138	180	0·77	
»	» 1892	11250	83	148	182	0·81	
»	» 1892	15000	83	228	269	0·85	
»	» 1892 neu gewick.	11250	83	228	247	0·92	
»	Westinghouse . . .	6500	83	95	120	0·79	
»	Mordey-Brush . .	6000	83	140	182	0·77	
»	» » . .	750	83	61·5	76	0·81	
»	Mordey	6000	83	126	174	0·72	Aus: Alternate Current Transformer in Theory and Practice. Vol. II, 1893. p. 526.
»	Westinghouse . . .	750	83	95·7	140	0·68	
»	» . . .	1500	83	48	61	0·79	
»	Stanley	1500	83	37·5	53	0·71	
»	Slattery	2250	83	45·5	56	0·81	
»	National	2250	83	75·0	112	0·67	

b) Für Transformatoren mit eisengeschlossenem Kreise und grösserem Erregerstrome.

Es ist klar, dass der Faktor f um so kleiner werden wird, je näher das Eisen seiner Sättigung rückt, je grösser also der Erregerstrom und je höher die Induktion wird. So ergab ein

---

[1]) Leider enthalten die Veröffentlichungen der Frankfurter Prüfungskommission nur den Vermerk, dass die primäre Leerlaufstromstärke nicht messbar war.

von Bláthy und Neustadt im Jahre 1885 untersuchter Versuchstransformator[1]) für verschiedene Induktionen, B_{max}, die folgenden Werte des Erregerstromes und des Faktors f des Effekts für die konstant gehaltene Zahl von 54 Perioden pro Sekunde.

Veränderung des Faktors f für zunehmende Sättigung des Transformatorkernes nach Bláthy und Neustadt. 25. November 1885.

Maximale Induktion	Erregerstrom, sekundär gemessen	Leerlaufseffekt sekundär gemessen		Faktor des Leerlaufeffektes
B_{max}	J_0	W_2	W_2'	$f = \frac{W_2}{W_2'}$
7000	2·53	36·5	68	0·536
8000	3·00	46·0	91	0·505
9000	3·40	56·0	114	0·491
10000	4·00	67·5	146	0·463
11000	4·45	80·0	178	0·450
12000	5·40	93·8	230	0·407

Für andere Transformatoren moderner Konstruktion ergaben Messungen die folgenden Werte von f.

Beobachter	Transform.-Type	Gesamtleistung in Watt	Perioden-zahl pro Sekunde	Leerlaufseffekt W_1	Leerlaufseffekt W_1'	Wert des Faktors $f = \frac{W_1}{W_1'}$	Bemerkungen
Fleming	Kapp	4000	83	152	348	0·61	
»	Thomson-Houston	4500	83	108	199	0·54	
Ayrton	Kapp & Snell			53·2	147	0·36	
Verfass.	Ganz neuere Type	10000	84	53·3	102	0·522	$B_{max} = 3000$
»	»	10000	84	86·1	164	0·524	4000
»	»	10000	84	124·8	238	0·525	5000
»	»	10000	84	169·6	324	0·525	6000
»	»	10000	84	221·7	425	0·522	7000
»	»	10000	84	249·6	482	0·517	7500
»	Helios	10000	100	190	328	0·58	
»	»	7500	100	145	245	0·59	
»	»	5000	100	130	216	0·60	
»	»	3750	100	100	180	0·55	
»	»	2500	100	85	144	0·59	
»	»	1800	100	75	124	0·60	
»	»	1250	100	65	115	0·57	

c) Für Transformatoren mit offenem maguetischen Kreise.

Während auch bei sehr hohen Induktionen der Faktor f etwa von der Grössenordnung 0·4 bis 0·5 war, solange der

[1]) Vergl. C. P. Feldmann, El., London, 32, 1894, p. 581.

Transformator nur ein eisengeschlossenes Feld besass, fällt derselbe für Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise unter die Grössenordnung 0·05 bis 0·1.

Die folgende Tabelle lässt ausser dieser Thatsache auch erkennen, dass die kugelförmige Verbreiterung der Endflächen des Eisenkernes wesentlich dazu beiträgt, den Faktor f zu erhöhen und den Erregerstrom zu verringern.

Beobachter	Transform.-Type	Gesamtleistung	J_1	V_1	Leerlaufseffekt W_1	Leerlaufseffekt W_1'	Wert des Leerlaufsfaktors $f = \frac{W_1}{W_1'}$	Bemerkungen
Shand [1])	Shand	1500	52	100	657	5200	0 126	Ohne Eisenkern
»	»	1500	16·5	104	108	1715	0·063	Mit klein. „ B = 13000
»	»	1500	14	104	86	1455	0 059	Mit dickerem Eisenkern, B = 14000
»	»	1500	7·3	100	45	730	0·062	mit dickerem u. längerem Eisenkern, B = 6300
»	»	1500	3·27	100	43	327	0 132	mit dems. Kern, dess. End. radial ausgebreit. sind, B = 6300
Fleming [2])	{Swinburne}	3000	0·74	2400	112	1775	0·063	Igeltransformator
»	»	6000	1 194	2400	156	2918	0·053	»

Für die Swinburne'schen Igeltransformatoren ist das Näherungsverfahren weder für Leerlauf noch für volle Belastung

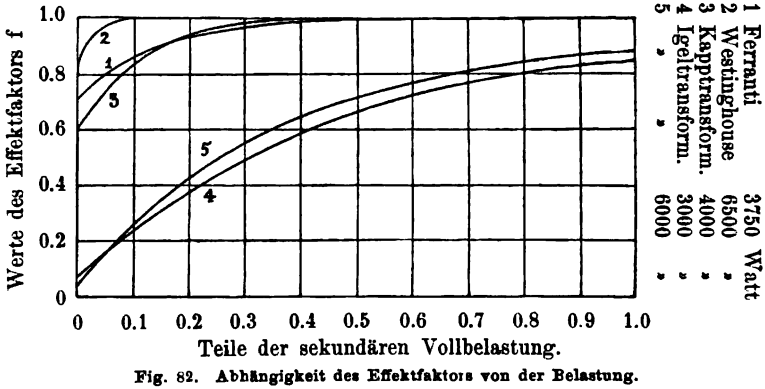


Fig. 82. Abhängigkeit des Effektfaktors von der Belastung.

verwendbar, weil dieselben auch bei voller Belastung noch sehr niedrige Werte für f zeigen. Diese Werte sind für einen Swin-

[1]) Rob. Shand, El., London, 26. p. 675.
[2]) J. A. Fleming, a. a. O., p. 606.

burne-Transformator von 3000 und 6000 Watt in den folgenden Tabellen zusammengefasst, und der Zusammenhang zwischen Belastung und Faktor der Leistung ist in den Kurven der Fig. 82 niedergelegt. Alle auf Transformatoren mit eisengeschlossenem Kreise bezüglichen Kurven nehmen die obere linke Ecke dieser Figur ein; die Kurven der Igeltransformatoren aber beginnen bei sehr niedrigen Werten und erreichen erst bei voller Belastung jene Werte, bei welchen die Kurven der eisengeschlossenen Type beginnen.

Verlauf des Faktors $f = \frac{W_1}{W_1'}$ für Igeltransformatoren von Swinburne. Nach Fleming's Messungen[1]).

3000 Watt-Transformator.
E_1 = 2400 Volt.
E_2 = 101·9 Volt (unbelastet).
R_1 = 24·00 Ohm.
R_2 = 0·501 Ohm, gemessen bei der Endtemperatur von 145° F.
Periodenzahl 82 3.

6000 Watt-Transformator.
E_1 = 2400 Volt.
E_2 = 102·0 Volt (unbelastet).
R_1 = 7·93 Ohm.
R_2 = 0·01512 Ohm erwärmt gemessen.
Periodenzahl 83 pro Sekunde.

W_1	W_1'	$f = \frac{W_1}{W_1'}$	W_1	W_1'	$f = \frac{W_1}{W_1'}$
121	1816	0·07	151	2866	0·053
228	1829	0·13	272	2878	0·095
420	1886	0·22	469	2914	0·161
621	1948	0·32	696	2921	0·238
730	1988	0·37	984	3074	0·320
943	2067	0·46	1401	3221	0·435
1152	2188	0·53	1804	3461	0·521
1353	2301	0·59	2182	3718	0·588
1538	2432	0·63	2583	3986	0·65
1746	2559	0·68	2784	4130	0·67
1932	2720	0·71	3178	4452	0·71
2129	2873	0·74	3632	4872	0·75
2320	3022	0·77	4101	5323	0·77
2510	3172	0·79	4571	5741	0·80
2706	3350	0·81	5033	6185	0·81
2829	3422	0·83	5297	6461	0·82
2890	3501	0·83	5584	6720	0·83
2993	3596	0·83	5947	7087	0·84
3042	3666	0·83	6225	7242	0·86
3163	3761	0·84	—	—	—

Um nun auch für solche Transformatoren, deren Erregerstrom nicht vernachlässigbar ist gegenüber dem Gesamtstrome, ein praktisch verwendbares Näherungsverfahren zu erhalten,

[1]) J. A. Fleming, a. a. O. p. 648 und 650.

wollen wir zunächst uns die genaue Wirkungsweise eines Transformators und den Zusammenhang zwischen den charakteristischen Grössen desselben an Hand einiger Diagramme klar zu machen versuchen.

4. Transformatorendiagramme.

a) Allgemeines Diagramm.

Blakesley[1]), Fleming[2]) und Bedell und Crehore[3]) gehen beim Entwurfe des Diagrammes von der primären Strom-

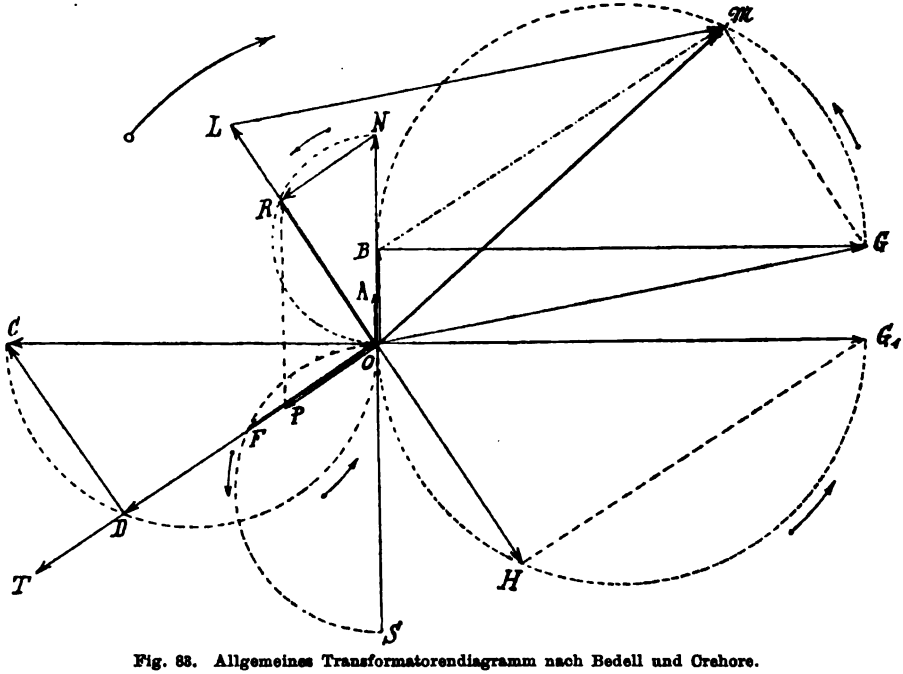


Fig. 83. Allgemeines Transformatorendiagramm nach Bedell und Crehore.

stärke J_1 aus, indem sie die Koëffizienten L_1 und L_2 der primären und sekundären Selbstinduktion und den Koëffizienten M der gegenseitigen Induktion konstant annehmen.

---

[1]) Th. H. Blakesley, Die elektrischen Wechselströme. Deutsch von C. P. Feldmann. Berlin 1891. p. 13.

[2]) J. A. Fleming, Alt. Curr. Transf., London 1889. Vol. I, p. 149 ff.

[3]) F. Bedell und A. C. Crehore, El. World, New-York, 21, 1893, p. 223 ff.

Der im Diagramme Fig. 83 durch die Gerade $\overline{OA}$ dargestellte Strom J_1 ruft in dem Widerstande R_1 der primären Wickelung einen Spannungsverlust $v_1 = J_1 \cdot R_1$ hervor und erzeugt eine sekundäre E. M. K., welche der Definition von M zufolge

$$E_{G,2} = M \omega J_1$$

sein muss. Im Diagramme wird v_1 durch den Abschnitt $\overline{OB}$ der Geraden $\overline{OA}$, $E_{G,2}$ durch die zu $\overline{OA}$ senkrecht stehende und um 90^0 gegen $\overline{OA}$ verzögerte Gerade $\overline{OC}$ dargestellt sein. Aus der elektromotorischen Gesamtkraft $E_{G,2} = \overline{OC}$ des sekundären Kreises lassen sich leicht in bekannter Weise die Nutzspannung $J_2 \cdot R_2 = \overline{OD}$ und der Strom $J_2 = \overline{OF}$ finden. Bildet man dagegen ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete $v_1 = \overline{OB}$ und dessen zweite Kathete $J_1 L_1 \omega = \overline{BG}$ ist, so erhält man jene E. M. K. $E_{G,1} = \overline{OG}$, welche primär aufgewendet werden muss, wenn nur primäre Selbstinduktion und primärer Widerstand zu überwinden ist. Die Linie $\overline{OG}$ entspricht also der primären E. M. K. bei offenem Sekundärkreise; ihre Voreilung gegen den primären Strom ist ziemlich gross und im Diagramme durch den Winkel BOG dargestellt. Sobald jedoch, wie bisher angenommen war, der Sekundärkreis geschlossen ist, wirkt der Strom J_2 desselben auch auf den primären Stromkreis zurück, indem er, der Definition von M zufolge, $M J_2$ Kraftlinien erzeugt. Die seitens des sekundären Stromes in der primären Spule hervorgerufene gegenelektromotorische Kraft E_1' muss sich also im Diagramme als eine Linie $\overline{OH}$ repräsentieren, welche gegen den Strom $J_2 = \overline{OF}$ um 90^0 in Richtung der Verzögerung verschoben ist und die Länge

$$\overline{OH} = M \omega J_2$$

besitzt.

Dieser E. M. K. muss eine ihr an Grösse gleiche, an Richtung entgegengesetzte Komponente der primären E. M. K. das Gleichgewicht halten. Verlängert man also $\overline{OH}$ über O hinaus bis L, sodass

$$\overline{OL} = -\overline{OH} = -M \omega J_2 = E_1'$$

wird, so ergiebt sich die gesamte primäre E. M. K. als Resultante aus $E_{G,2} = \overline{OG}$ und $E_1' = \overline{OL}$. Dieselbe ist also im Diagramme durch $\overline{OM}$ dargestellt; ihre Verschiebung gegen J_1

ist kleiner als bei offenem Stromkreise, und der Verschiebungswinkel B O M wird um so kleiner, je grösser die der sekundären Belastung proportionale Komponente $E_1' = O L$ wird.

Schneidet man auf $\overline{O A}$ und $\overline{O D}$ oder deren Verlängerung die Strecken O N und O P gleich den primären oder sekundären Ampèrewindungen ab, so fällt die Resultierende $\overline{O R}$ derselben in die Verlängerung von $\overline{O L}$. Die resultierenden Ampèrewindungen sind also gleich der geometrischen Summe der primären und sekundären Ampèrewindungen und eilen dem sekundären Strome um 90^0 voraus. In dem Falle also, wo der sekundäre Stromkreis induktionsfrei (d. h. wo $L_2 = 0$) ist, wird also die sekundäre E. M. K. um 90^0 verzögert sein gegen die resultierenden Ampèrewindungen.

Von dieser Thatsache geht Steinmetz beim Entwurfe seines Polardiagrammes aus.

b) Das Polardiagramm.

Bisher ist eine periodisch variierende Grösse stets dargestellt worden durch eine um ihren Endpunkt rotierende Gerade, deren Länge gleich dem Maximalwerte der periodisch variablen Grösse war. Die Einzelwerte dieser Grösse ergaben sich aus den Projektionen des zweiten Endpunktes dieser Geraden auf eine beliebig gewählte, feststehende Axe.

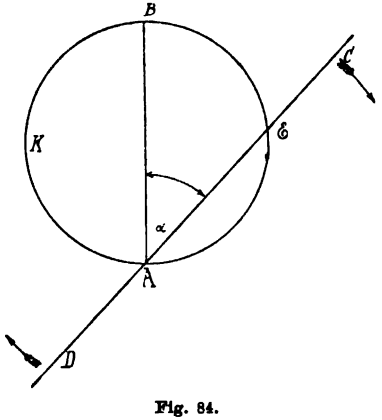


Fig. 84.

Soll eine nach dem Sinusgesetze variierende Grösse durch Polarkoordinaten dargestellt werden, so tritt an die Stelle der Geraden als Polarkurve ein Kreis K, dessen Durchmesser $\overline{A B}$ (Fig. 84) gleich dem Maximalwerte der betreffenden Grösse ist. Die Einzelwerte der variablen Grösse werden durch den Kreis K abgeschnitten auf einem unendlich langen Fahrstrahl $\overline{C D}$, welcher um den einen Endpunkt

A des als Anfangswert angenommenen Durchmessers A B mit der Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi p = \frac{2\pi}{T}$$

rotiert. p und T haben hier die bekannte Bedeutung der Periodenzahl pro Sekunde und der Dauer einer Periode in Sekunden. Die einzelnen Phasen werden dargestellt durch die Winkel α, welche der rotierende Fahrstrahl mit der Anfangslage einschliesst; den Einzelwerten zur Zeit der Phase α entsprechen die Abschnitte $\overline{A E}$, welche positiv oder negativ genommen werden, je nachdem sie sich auf $\overline{A C}$ oder dessen rückwärtiger Verlängerung $\overline{A D}$ befinden. Um Diagramme mit vielen Linien nicht zu unübersichtlich zu gestalten, lässt man bei denselben den Kreis K häufig weg und zeichnet statt desselben nur den feststehenden Durchmesser $\overline{A B}$. Dann unterscheidet sich aber das Diagramm der Maximalgrössen gar nicht sichtbar mehr von dem bisher behandelten; der Unterschied tritt erst dann zu tage, wenn man versucht, an Hand eines kompletten Diagrammes von Strömen und Spannungen den Einfluss der Änderung einer Grösse auf die übrigen zu diskutieren. In diesem Falle nämlich muss man das bisher behandelte Diagramm neu entwerfen; beim erweiterten Polardiagramme aber kann man zu jeder Grösse eine Polarkurve entwerfen und nun die Veränderungen studieren, welchen die übrigen Maximalwerte unterliegen, wenn der eine oder andere Maximalwert als Fahrstrahl seine eigene Polarkurve durchläuft. Dieser Vorteil des erweiterten Polardiagrammes kann sehr wohl auch an einem der bisher behandelten Diagramme benutzt werden, was in den Abhandlungen der Doktoren Bedell und Crehore vielfach mit Erfolg geschehen ist.

Als Beispiel möge der Fall eines Transformators genommen werden, welcher primär in einen Stromkreis mit konstanter Stromstärke eingeschaltet ist und sekundär auf einen mit Selbstinduktion behafteten Widerstand R_2 arbeitet[1]). Das allgemeine Diagramm wird zunächst in bekannter Weise entworfen. Der Voraussetzung nach bleiben dann alle von J_1 abhängigen, von R_2 unabhängigen Grössen derselben für alle Werte von R_2 konstant;

[1]) Vergl. Bedell und Crehore, El. World, New-York, 21, p. 390, 1893.

es sind dies die Längen

$$\overline{OA} = J_1,$$
$$\overline{OB} = J_1 \cdot R_1,$$
$$\overline{BG} = \overline{OG_1} = J_1 \cdot L_1 \omega,$$
$$\overline{OC} = E_{G,2} = J_1 M \omega$$

Die zweite Komponente $\overline{OL} = J_2 M \omega$ der primären elektromotorischen Gesamtkraft ist dagegen von J_2 bezw. R_2 abhängig, und zwar wird sich für wachsende Belastung, also abnehmendes R_2, der Endpunkt M der E. M. K. E_1 des primären Kreises in der Richtung des kleinen Pfeiles (Fig. 83) auf einem Halbkreise bewegen, welcher über $\overline{BG}$ als Durchmesser geschlagen ist. Dieser Halbkreis entspricht genau jenem der gegenelektromotorischen Kraft $\overline{OH}$, deren Endpunkt H sich auf dem über $\overline{OG_1}$ als Durchmesser geschlagenen Halbkreise in Richtung des kleinen Pfeiles bewegt, wenn R_2 abnimmt. In ähnlicher Weise bewegt sich für abnehmenden Sekundärwiderstand der Punkt D des Dreiecks der sekundären elektromotorischen Kräfte auf einem Halbkreise über $\overline{OC}$ als Durchmesser, dabei andeutend, dass für abnehmendes R_2 die sekundäre E. M. K. $E_{N,2}$ kleiner, die sekundäre E. M. K. $E_{S,2}$ grösser werden muss, wenn J_1 konstant bleibt. Der Sekundärstrom $J_2 = \overline{OF}$ selbst durchläuft als Fahrstrahl den Halbkreis O F S, dessen Durchmesser die Verlängerung von $\overline{OA} = J_1$ bildet und die Grösse

$$\overline{OS} = \frac{E_{G,2}}{L_2 \omega} = \frac{M}{L_2} \cdot J_1$$

besitzt. Bei einem ausgeführten Transformator wird stets das Dreieck der primären elektromotorischen Kräfte sehr lang und schmal werden, weil $\overline{OB}$ sehr klein sein wird gegenüber $\overline{BG}$. Es wird deshalb der sekundäre Strom der Richtung nach nahezu um 180^0 gegen den primären verschoben und der Grösse nach demselben fast genau proportional, also auch konstant sein; ausserdem aber werden sich die E. M. K. $E_{G,1}$ und $E_{N,2}$ sehr angenähert proportional zueinander mit abnehmendem Widerstande R_2 bei konstantem Strome J_1 verkleinern. Die resultierende magnetomotorische Kraft $\overline{OR}$ wird für abnehmendes R_2 entsprechend den bereits festgestellten Abnahmen der elektromotorischen Kräfte kleiner, da ihr Endpunkt R sich auf dem über $\overline{ON}$ als Durchmesser geschlagenen Kreise in Richtung des kleinen Pfeiles bewegt.

Bisher wurde beim Entwurfe dieses Diagrammes von der Anschauung ausgegangen, die primäre elektromotorische Gesamtkraft ergebe sich als Resultante aus $\overline{OG}$ und $\overline{OL}$, wobei wir $\overline{OL}$ als die vom sekundären Strome in den primären Windungen hervorgerufene gegenelektromotorische Kraft auffassten. Es ist aus der Figur ohne weiteres klar, dass man sich $\overline{OM}$ auch als Resultante von $\overline{OB}$ und $\overline{BM}$ entstanden denken kann. Die Länge $\overline{OB}$ entspricht dabei dem Spannungsverluste $J_1 \cdot r_1$ in der primären Spule, die Länge $\overline{BM}$ dagegen ist selbst wieder Resultante aus der primären E. M. K. der Selbstinduktion $\overline{OG_1}$ und der vom sekundären Strome herrührenden gegenelektromotorischen Kraft $\overline{OH}$. Denn es ist $\overline{BM} = \overline{HG_1}$. Man kann also auch das Diagramm dadurch vereinfachen, dass man im primären Stromkreise nur die elektromotorischen Kräfte $\overline{OB} = J_1 r_1$ und $\overline{BM}$ annimmt. $\overline{OB}$ entspricht dabei dem Spannungsverluste und besitzt die Richtung des primären Stromes $J_1 = \overline{OA}$; $\overline{BM}$, gleich an Grösse und entgegengesetzt gerichtet der von der resultierenden magnetomotorischen Kraft $\overline{OR}$ herrührenden gegenelektromotorischen Kraft $\overline{OT}$, steht als solche senkrecht zu $\overline{OR}$ und eilt im Diagramme gegen $\overline{OR}$ um 90^0 vor.

Geht man von dieser Auffassungsweise aus und denkt man überdies den sekundären Kreis induktionsfrei, so erhält man leicht aus dem eben gezeichneten das Steinmetz'sche[1]) Polar-Diagramm (Fig. 85).

Sei $\overline{OR}$ die resultierende magnetomotorische Kraft in Ampèrewindungen, dann entspricht derselben eine sekundäre E. M. K. $E_2 = \overline{OC}$ und eine primäre gegenelektromotorische Kraft $E_1' = \overline{OT}$. Der letzteren muss eine Komponente $\overline{BM}$ der primären Gesamtkraft entsprechen. Die Linie $\overline{OR}$ ist die Resultierende aus $\overline{OP}$ und $\overline{ON}$, den sekundären und primären Ampèrewindungen; aus dieser Überlegung und den gegebenen Werten des primären Widerstandes r_1 und der primären Windungszahl n_1 folgen die Grösse und Richtung des Primärstromes $\overline{OA} = J_1$ und des primären Spannungsverlustes $\overline{OB}$. Die primäre elektromotorische Gesamtkraft ist somit als Resultante aus $\overline{OT} = \overline{BM}$ und $\overline{OB}$ gleich der Linie $\overline{OM}$.

[1]) Ch. Steinmetz, El. Zeitschr. 1890, p. 185, 205, 225.

Soll das entworfene Diagramm als Polardiagramm aufgefasst werden, so ist über jeder der angeführten Grössen ein Kreis zu schlagen. Sämtliche Linien und Kreise sind dabei als feststehend anzusehen, und die in Fig. 85 mit entsprechenden kleinen Buchstaben bezeichneten Momentanwerte der veränderlichen Grössen werden dann durch eine um O in Richtung

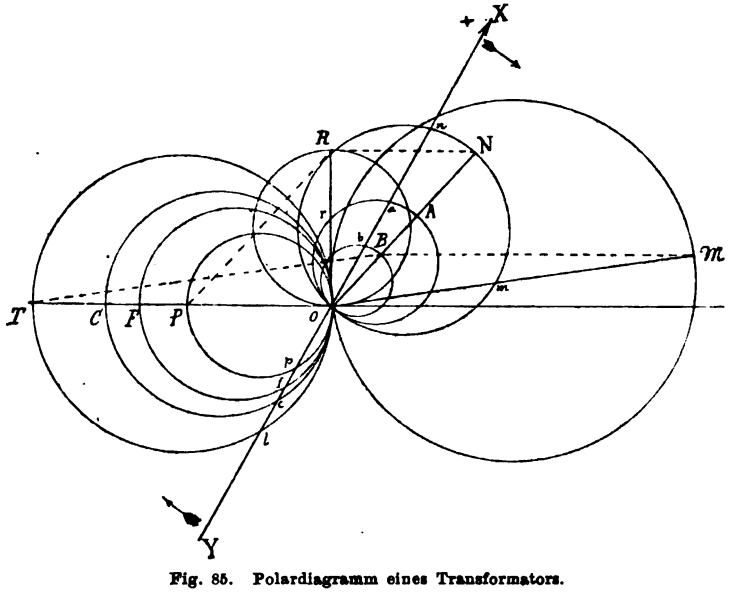


Fig. 85. Polardiagramm eines Transformators.

der kleinen gefiederten Pfeile rotierende Gerade $\overline{XY}$ aus den Kreisen herausgeschnitten. Für die gezeichnete Stellung von $\overline{XY}$ sind somit

die primäre Gesamtspannung	E_1	$= \overline{om}$,
» sekundäre »	E_2	$= -\overline{oc}$,
der primäre Strom	J_1	$= \overline{oa}$,
» sekundäre »	J_2	$= -\overline{of}$,
» primäre Spannungsverlust		$= \overline{ob}$,
» sekundäre »		$= -\overline{op}$.

Soll das Diagramm in der üblichen Weise als Darstellung variabler Grössen aufgefasst werden, so müsste man die Kreise weglassen und sich das ganze Diagramm der Maximalwerte rotierend vorstellen.

c) Entwurf der Diagramme ohne Einführung von Induktionskoëffizienten.

Versucht man Transformatorendiagramme ohne Einführung der Selbstinduktion zu entwerfen, so geht man am zweckmässigsten wie in dem zuletzt behandelten Falle von der resultierenden magnetomotorischen Kraft aus. Dieselbe sei ausgedrückt in Ampèrewindungen (AW) und werde im Diagramme (Fig. 86) dargestellt durch eine Linie $\overline{O\,AW_{tot}}$. Die gesamte magnetomotorische Kraft wird hervorgerufen von einer Komponente E_1' der primären E. M. K., und erzeugt selbst die sekundäre E. M. K. E_2. Es muss also E_1' im Diagramme durch eine um 90^0 gegen $\overline{O\,AW_{tot}}$ voreilende Gerade $\overline{O\,E_1'}$, E_2 durch eine um 90^0 gegen $\overline{O\,AW_{tot}}$ verzögerte Gerade $\overline{O\,E_2}$ dargestellt sein. Ist der Sekundärkreis

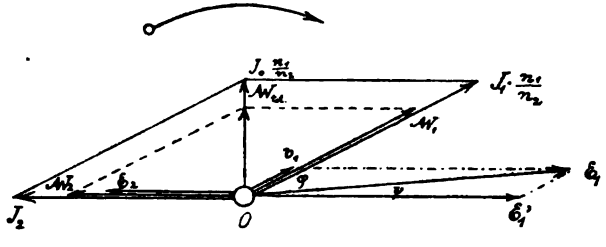


Fig. 86.

induktionsfrei und weist derselbe die Windungszahl n_2 und den Gesamtwiderstand R_2 auf, so erhält man den sekundären Strom

$$J_2 = \frac{E_2}{r_2}$$

und die Anzahl der sekundären Ampèrewindungen $AW_2 = n_2 J_2$ als Abschnitte $\overline{O\,J_2} = \frac{\overline{O\,E_2}}{r_2}$ und $\overline{O\,AW_2} = \frac{\overline{O\,E_2}}{r_2} \cdot n_2$ der Geraden $\overline{O\,E_2}$. Da nun die totalen Ampèrewindungen die Resultante aus den primären und sekundären Ampèrewindungen sind, lassen sich die primären Ampèrewindungen, AW_1, leicht finden. Ihre Richtung und Grösse $\overline{O\,AW_1}$ ergiebt nach Division mit n_1 den primären Strom

$$J_1 = \frac{AW_1}{n_1},$$

nach Multiplikation mit $\frac{r_1}{n_1}$ den primären Spannungsverlust

$$v_1 = AW_1 \cdot \frac{r_1}{n_1} = J_1 \cdot r_1 = \overline{O\,v_1}.$$

Die gesamte primäre E. M. K. E_1 muss dann die Resultierende aus E_1' und v_1, also gleich der Linie $\overline{O\,E_1}$ nach Grösse und Richtung sein. Der Primärstrom J_1 ist im Diagramme nicht verzeichnet; dagegen enthält derselbe die ihm proportionale Linie

$$\overline{O\,J_1} \cdot \frac{n_1}{n_2} = J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}.$$

Man kann nämlich die geometrische Beziehung

$$AW_{tot} = AW_1 + AW_2$$

auch ausdrücken in der Form

$$J_1^2 n_1^2 = J_0^2 \cdot n_1^2 + J_2^2 \cdot n_2^2,$$

woraus

$$J_1^2 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = J_0^2 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 + J_2^2,$$

und erkennt aus der letzten Form der Gleichung, dass man statt des Parallelogrammes der magnetomotorischen Kräfte auch ein solches der primären, sekundären und Erregerstromstärke entwerfen kann, wenn man die Ströme alle auf die primären oder sekundären Werte (durch Multiplikation von J_0 und J_1 mit $\frac{n_1}{n_2}$, oder durch Division von J_2 mit $\frac{n_1}{n_2}$, wie Fleming es rechnerisch that) reduziert. Diese Darstellungsweise ist also nur eine andere Form der von Fleming entworfenen Kurven, welche J_1 und $\frac{J_2 \cdot n_2}{n_1}$ als Ordinaten und die Belastungen als Abscissen haben. Dass diese Kurven (Fig. 80 und 81) parallel sind, ist, wie sogleich aus dem Diagramme eines thatsächlich ausgeführten Transformators hervorgehen wird, darauf zurückzuführen, dass bei demselben $\overline{O\,J_0}$ sehr klein wird und $\overline{O\,J_1}$ fast genau entgegengesetzt $\overline{O\,J_2}$ gerichtet ist.

Führt man in der oben angedeuteten Weise statt der AW die Ströme ein, so kann man in bequemer Weise auch das Diagramm für Leerlauf oder volle Belastung entwerfen. Man geht dabei von der Definition aus, dass J_2 für alle Belastungen gleich dem Quotienten aus dem sekundären Effekte geteilt durch die Sekundärspannung ist. Den Effektaufwand für Hysteresis und Wirbelströme betrachtet man dabei gleichfalls als eine

sekundäre Belastung; man fügt denselben als additives Glied zur sekundären Nutzleistung, oder betrachtet ihn beim leerlaufenden Transformator als einzige Sekundärbelastung, aus welcher sich durch Division mit E_2 der Strom J_2 für Leerlauf ergiebt (Fig. 87). Da der konstant gehaltenen Primärspannung E_1'

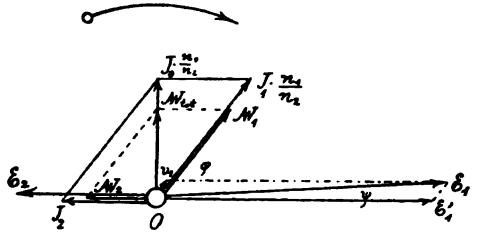


Fig. 87.

ein konstanter Erregerstrom J_0 entspricht, so muss der aus $\frac{n_1}{n_2} \cdot J_0 = \overline{O\,J_0}$ und $J_2 = \overline{O\,J_2}$ (Fig. 87) für Leerlauf resultierende Strom $J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ kleiner sein als im Falle der in Fig. 86 angenommenen Belastung. Ausserdem muss seine Verschiebung φ gegen E_1 bedeutend grösser sein als zuvor. Nimmt man da-

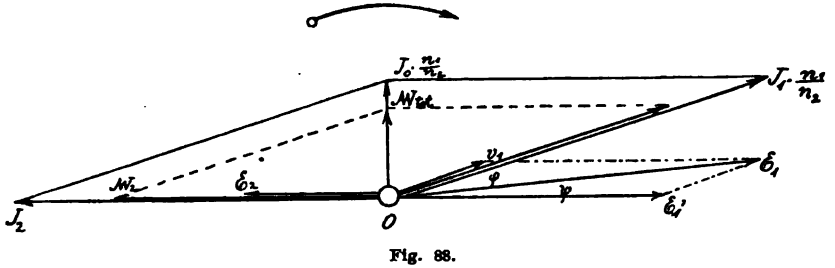


Fig. 88.

gegen stärkere Belastung für den Transformator an (Fig, 88), so wird J_0 konstant geblieben sein, während J_2 grösser wurde. Es wird also J_1 grösser sein als zuvor (Fig. 86) und gegen E_1 geringere Verzögerung φ aufweisen.

Es mag auf den ersten Blick, besonders für den leerlaufenden Transformator, unlogisch erscheinen, dass der durch Hysteresis und Wirbelströme bewirkte Effektverlust einer sekun-

dären Belastung gleichgeachtet wurde, da derselbe doch in erster Linie — beim leerlaufenden Transformator sogar ausschliesslich — vom primären Strome abhängt. Das Befremdende verschwindet jedoch sofort, wenn man bedenkt, dass dieser Effektverlust sich in vieler Beziehung ähnlich einer sekundären Belastung verhält. So vergrössert derselbe die primären Ampèrewindungen, den primären Strom und den primären Effekt, indem er den Verschiebungswinkel φ verkleinert. Er entspricht einem stets geschlossenen Sekundärkreise, dessen Energieverbrauch jedoch stets als Verlust, niemals als Nutzleistung empfunden wird; er ähnelt in dieser Beziehung dem Effektverluste in den Widerständen der Windungen, unterscheidet sich jedoch dadurch von ihnen, dass sein Verbrauch für alle Belastungen konstant ist.

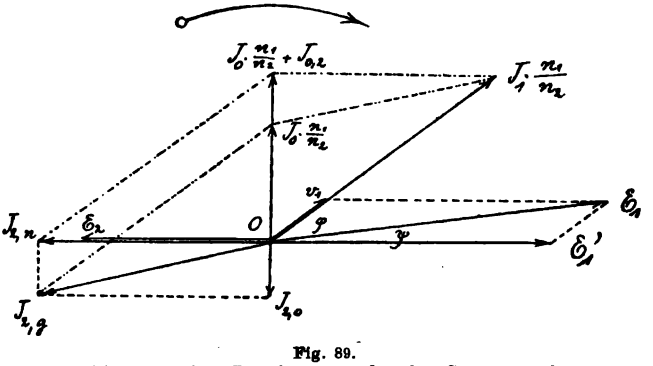


Fig. 89.
Diagramm eines Transformators, der ohne Streuung auf Induktionswiderstände arbeitet.

Zwischen E_1' und E_1 wird bei einem rationell gebauten Transformator nur ein sehr geringer Grössen- und Phasenunterschied bestehen, weil v_1 selten mehr als 1 bis 2 % von E_1 betragen wird.

Wenn der sekundäre Stromkreis nicht induktionsfrei ist, so wird seinem vom Arbeitsstrome $J_{2,n}$ hervorgerufenen Felde ein Erregerstrom $J_{2,0}$ entsprechen (Fig. 89), welcher um 90^0 hinter $J_{2,n}$ zurückbleibt. Zur Erzielung derselben Belastung wird also der Sekundärkreis einen stärkeren und stärker verschobenen Strom $J_{2,g}$ führen müssen. Da aber $J_{2,g}$ sich mit dem konstant gebliebenen Erregerstrom $J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ zum primären Strome $J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ zusammensetzt, muss auch dieser grösser und

stärker verschoben sein als zuvor. Eine einfache Überlegung zeigt, dass der Erregerstrom $J_{2,0}$ des Sekundärkreises entgegengesetzt dem gesamten Erregerstrom $J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ sein, also als negativer Erregerstrom empfunden wird. Es wird also der gesamte Erreger-

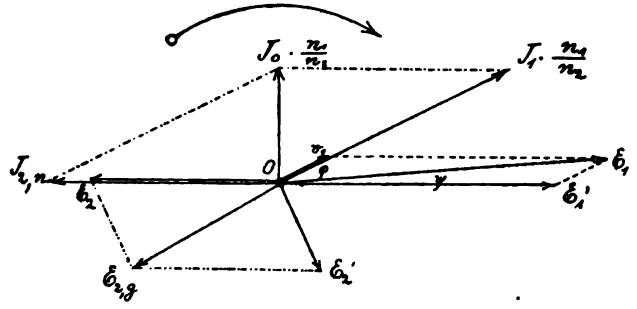


Fig. 90. Diagramm eines Transformators, der mit Streuung auf induktionsfreie Widerstände arbeitet.

strom vergrössert werden müssen um ein Stück, welches gleich und entgegengesetzt gerichtet $\overline{O\,J_{2,0}}$ ist; der so vergrösserte

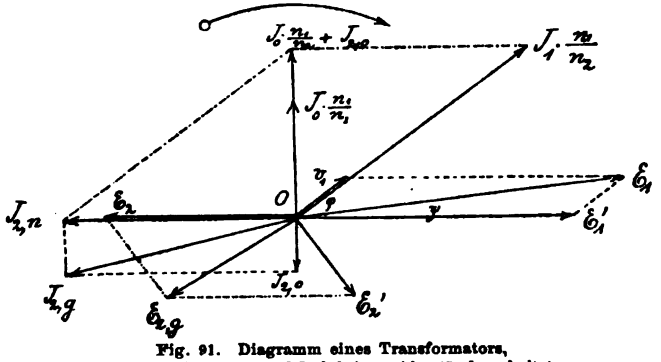


Fig. 91. Diagramm eines Transformators, der mit Streuung auf Induktionswiderstände arbeitet.

Erregerstrom $(J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2} + J_{2,0})$ setzt sich dann mit dem Nutzstrome $J_{2,n}$ zum Primärstrome $J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ zusammen.

Beide Konstruktionen ergeben natürlich denselben Wert für $J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$.

Tritt in einem auf induktionsfreie Widerstände (Fig. 90) oder auf mit Induktion behaftete Widerstände (Fig. 91) arbeitenden Transformator Streuung auf, so kann man sich den Einfluss derselben so vorstellen, dass dem Strome J_0, wie zuvor die E. M. K. E_1' und E_2 entsprechen, während ausserdem der Primärstrom eine um 90^0 gegen ihn verzögerte E. M. K. E_s der Streuung hervorruft, welche sich mit der E. M. K. E_2 zur resultierenden E. M. K. $E_{2,s}$ des Sekundärkreises zusammensetzt. $E_{2,s}$ ist stets kleiner als E_2; der durch Streuung bewirkte Spannungsabfall ist um so grösser, je grösser E_2' und φ sind. Man erkennt daraus, dass dieser Abfall im allgemeinen mit der Belastung wachsen wird, dass derselbe aber z. B. bei Belastung mit Motoren oder anderen Induktionswiderständen für alle Belastungen nahezu konstant und von beträchtlicher Grösse sein wird, weil bei schwachen Belastungen φ, bei stärkeren Belastungen φ und E_2' erheblich grösser sein werden als bei Belastung desselben Transformators mit Glühlampen. Es werden also Transformatoren mit beträchtlicher Streuung besonders zum Betriebe von Motoren wenig geeignet sein, da sie für eine bestimmte Minimalspannung $E_{2,s}$ eine verhältnismässig niedrige Grenzstromstärke aufweisen; solche Transformatoren weisen also eine im Verhältnis zu ihren Dimensionen geringe Leistung auf. Um die zur Erreichung eines bestimmten maximalen Spannungsabfalles zulässige Grenzstromstärke möglichst zu erhöhen, empfiehlt Dobrowolsky[1]) die Transformatoren so zu dimensionieren, dass man viele Kraftlinien und wenige Windungen nimmt. Man kann dann zur Erreichung gleichen Spannungsabfalles durch Streuung höhere Ampère-Windungen, also stärkeren Strom verwenden und kann, wegen der geringeren Windungszahl zur Erreichung gleichen Spannungsverlustes im Kupfer, an Kupfer etwas sparen. Dagegen hat man mehr Eisen und somit auch mehr Eisenverluste und bekommt grössere Erregerströme, die zwar geringe Verluste aber stärkere Rückwirkung auf die Dynamo verursachen. Man kann also zur Vermeidung unerwünscht hoher Streuung Transformatoren mit viel Eisen und wenigen Windungen bauen, muss aber diesen (wie jeden anderen) Anhaltspunkt für die Dimensionierung sorgfältig auf seine Vor- und Nachteile für jeden Sonderfall prüfen.

Der Fall eines auf Kondensatoren arbeitenden, mit Streuung behafteten Transformators ist in Fig. 92 dargestellt. Hier ist

[1]) M. v. Dolivo-Dobrowolsky, El. Zeitschr. 1893, p. 178.

der Erregerstrom $J_{2,0}$ der Kondensatoren gleich gerichtet mit dem gesamten Erregerstrome J_0, sodass zur Erreichung derselben Spannungen E_1' und E_2 der Erregerstrom reduziert werden kann auf $(J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2} - J_{2,0})$. Dem aus $J_{2,n}$ und $(J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2} - J_{2,0})$ erhaltenen Primärstrome J_1 entspricht eine E. M. K. der Streuung E_2', welche um 90^0 gegen J_1 verzögert ist. Die aus E_2 und E_2' resultierende elektromotorische Gesamtkraft des sekundären Kreises wird also, sobald Streuung und Kapazität vorhanden ist, stets grösser sein, als sie ohne Streuung wäre. Ob $E_{2,g}$

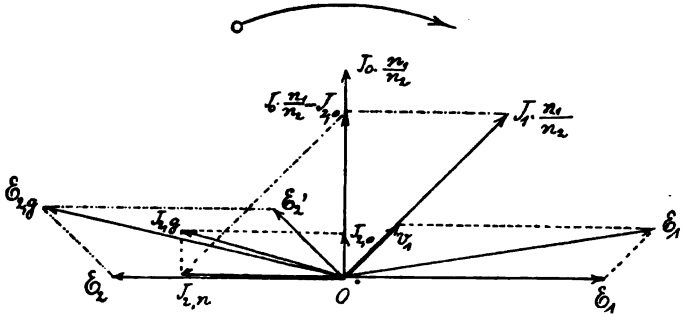


Fig. 92. Diagramm eines Transformators, der mit Streuung auf ein Kabel arbeitet.

mit $J_{2,g}$ zusammenfällt, oder in Richtung der Voreilung oder Verzögerung verschoben ist, hängt von den relativen Werten von $J_{2,0}$ und E_2' ab. Diese Figur ist eine einfache Erläuterung der an Ferranti-Kabeln zuerst beobachteten Kondensatoreffekte.

Die sämtlichen bisher entworfenen Diagramme waren so gezeichnet, dass die einzelnen Linien in ihrer Lage und Grösse deutlich erkennbar blieben; thatsächlich würden Transformatoren, welche diesen Diagrammen entsprächen, in jeder Beziehung schlecht sein. Bei einem Transformator mit eisengeschlossenem Kreise wird der Erregerstrom $J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ gegenüber dem sekundären Strome J_2 und dem reduzierten primären Strome $J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ so klein sein, dass die Linien OJ_2 und $OJ_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ fast genau um 180^0 gegeneinander verschoben erscheinen. Dies gilt schon, sobald die Belastung des Transformators etwa 0·15 bis 0·2 der

vollen Belastung erreicht. Die Figuren 93, 94 und 95 entsprechen einem Ferranti-Transformator für maximal 12 500 Watt, welcher nach Fleming's Messungen bei 8·27 Perioden pro Min.

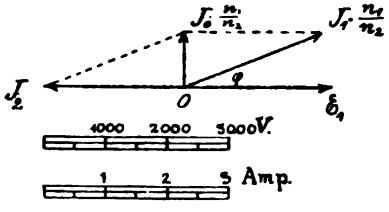


Fig. 93.

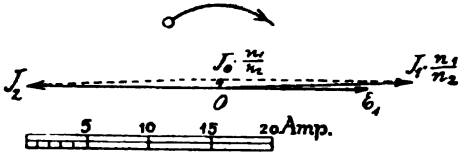


Fig. 94.

229 Watt für Leerlauf bei einer Spannung $E_2 = 100$ Volt und einem Erregerstrome $J_0 \frac{n_1}{n_2} = 0{\cdot}97$ Ampère verbrauchte. Die Strecke $\bar{O}\,\bar{J}_2$ entspricht

in Fig. 93 dem Quotienten $\frac{229}{100} = 2{\cdot}29$ Amp.

» » 94 » » $\frac{229 + 1300}{100} = 15{\cdot}29$ »

» » 95 » » $\frac{229 + 2600}{100} = 28{\cdot}29$ »

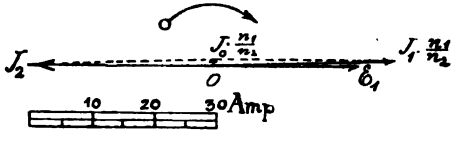


Fig. 95.

Die sekundäre Spannung E_2 und die Spannungsverluste V_1 und V_2 sind aus den Diagrammen weggelassen, da dieselben in dem gewählten Massstabe doch nicht deutlich erkennbar würden. Die Figuren setzen uns jedoch in den Stand, für Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise ein Näherungsverfahren abzuleiten, welches darauf beruht, dass entweder

$$J_2^2 + J_0^2 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = J_1^2 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \quad \ldots \quad 17)$$

$$\text{oder} \quad J_2^2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + J_0^2 = J_1^2 \quad \ldots \quad 18)$$

gesetzt werden kann.

Da die Figuren alle unter Anwendung der ersten Beziehung abgeleitet wurden, möge das Näherungsverfahren auf Grund der zweiten Beziehung durchgeführt werden. J_0 entspricht dabei dem gegebenen primären Erregerstrome; $J_2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ stellt den primären Nutzstrom, J_1 den primären Gesamtstrom dar. Um uns diese Thatsache genau vor Augen zu halten, bezeichnen wir bei der folgenden Berechnung die beobachteten Werte des primären Nutzstromes mit $J_{n,1}$, des primären Gesamtstromes mit $J_{g,1}$ und fügen den Werten der ersten Annäherung zwei Striche, jenen der zweiten Annäherung einen Strich bei.

5. Anwendung des erweiterten Näherungsverfahrens auf Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise.

Wenn bei einem fertigen Transformator die Widerstände r_1 und r_2, der primäre Leerlaufstrom $J_{g,1}$, das Übersetzungsverhältnis $\frac{n_1}{n_2}$, die primäre Spannung E_1 und der bei Leerlauf erforderliche Effekt W_{Hyst} für Hysteresis und Wirbelströme gegeben sind, lassen sich alle anderen Daten derselben auch dann genau berechnen, wenn der Erregerstrom J_0 die bei weitem grösste Komponente des primären Gesamtstromes ist.

Es ist zunächst für Leerlauf die zweite Komponente des primären Gesamtstromes

$$J_{n,1} = \frac{W_{Hyst}}{E_1} \quad \ldots \quad 19)$$

und somit der Erregerstrom $= J_0 \sqrt{J_{g,1}^2 - J_{n,1}^2}$ . . 20)

Die Belastung $W_2 = J_2 \cdot E_2$ ist natürlich gleich Null, ebenso der Wirkungsgrad $\eta = \frac{W_2}{W_1}$. Der primäre Effekt ist

$$W_1 = J_{n,1} \cdot E_1 = W_{Hyst} \quad \ldots \quad 21)$$

und der Faktor des Effekts ist $f = \frac{W}{J_{g,1} \cdot E_1} = \frac{J_{n,1}}{J_{g,1}}$. 22)

Für die induktionsfreie Belastung mit irgend einem Strome J_2 ist, wenn zunächst für E_2 ein mittlerer Wert zwischen der Spannung bei Leerlauf $E_2,1$ und jener bei voller Belastung $E_{2,v}$ eingesetzt wird,

$$E_2'' = \frac{E_2,1 + E_{2,v}}{2} \quad \ldots\ldots 23)$$

$$\text{und } W_2'' = J_2 \cdot E_2''. \quad \ldots\ldots 24)$$

Von den gesamten im Transformator auftretenden Verlusten

$$W_v = W_{Hyst} + J_2^2 r_2 + J_{n,1}^2 \cdot r_1 \quad \ldots 25)$$

ist der dem primären Nutzstrome entsprechende Effektverlust vorerst nicht bestimmbar, weil $J_{n,1}$ noch unbekannt ist. Man nimmt also in erster Annäherung

$$W_v'' = W_{Hyst} + J_2^2 r_2 \quad \ldots\ldots 25a)$$

und hat dann

$$W_1'' = W_v'' + W_2'' \quad \ldots\ldots 26)$$

$$J_{n,1}'' = \frac{W_1''}{E_1} \quad \ldots\ldots 19a)$$

$$J_{g,1}'' = \sqrt{J_0^{2''} + J_{n,1}'^2} \quad \ldots\ldots 20a)$$

$$\eta'' = \frac{W_2''}{W_1''} \quad \ldots\ldots 27)$$

$$f'' = \frac{J_{n,1}''}{J_{g,1}''} = \frac{W_1''}{J_{g,1}'' \cdot E_1} \quad \ldots\ldots 22a)$$

Setzt man den aus 19a) gefundenen Wert von $J_{n,1}''$ in 25) ein, so erhält man mit genügender Annäherung den wahren Wert von W_v und aus diesem dann die übrigen fast genau richtigen Werte, wenn man statt E_2'' den Wert

$$E_2' = E_2,1 - J_2 \cdot r_2 - J_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot r_1 \quad \ldots 23a)$$

einführt.

Den Gang der Rechnung und die Übereinstimmung ihrer Ergebnisse mit den von Fleming durch Messung an einem Igeltransformator für 3000 Watt erhaltenen Messresultaten zeigt die folgende Tabelle.

Igeltransformator von J. Swinburne für 3000 Watt bei 2400 Volt primär.

Zahl der Perioden per Sekunde 82·3. Durchschnittliche Endtemperatur des Transformators 145° F.

E_1 = 2400 Volt konstant; $E_2, 1$ = 101·9 Volt; W_{Hyst} = 121 Watt bei Leerlauf; $J_{\mu,1}$ = 0·756 Amp. bei Leerlauf; $J_{0,1} = \sqrt{0{\cdot}756^2 - \left(\frac{121}{2400}\right)^2} = 0{\cdot}755$

r_1 = 24·00 Ohm bei 145° F. r_2 = 0·051 Ohm bei 145° F.

Berechnet in erster Annäherung												Berechnet in zweiter Annäherung						
J_2'' = gegeben	$J_2'' r_2 = 0{\cdot}00 J_2''$	$W_1'' = 121 + J_2'' r_2$	$W_2'' = 100\, J_2$	$W_1'' = W_1'' + W_2''$	$J_{\mu,1}'' = \frac{W_1''}{2400}$	$J_{g,1}'' = \sqrt{0{\cdot}756^2 + J_{\mu,1}''^2}$	$\eta'' = \frac{W_2''}{W_1''}$	$t = \frac{J_{\mu,1}''}{J_{g,1}''}$	$J_2 r_2$	$J_{\mu,1}'' r_1 \frac{n_2}{n_1}$	$E_2' = 101{\cdot}9 - J_2 - J_{\mu,1} \cdot r_1$	$W_1' = W_1'' + J_{\mu,1}'^2 r_1$	$W_2' = J_2 \cdot E_2'$	$W_1' = W_1' + W_2'$	$J_{\mu,1}' = \frac{W_1'}{2400}$	$J_{g,1}' = \sqrt{0{\cdot}756^2 + J_{\mu,1}'^2}$	$\eta' = \frac{W_2'}{W_1'}$	$t' = \frac{J_{\mu,1}'}{J_{g,1}'}$
0	—	121	0	121	0·0505	0·756	0	0·067	—	—	101·9	121	—	121	0·0505	0·756	0	0·067
1·02	0·05	121	102	223	0·093	0·760	43·7	0·12	—	0·1	101·8	121	104	225	0·094	0·760	46·3	0·12
2·98	0·45	122	298	420	0·175	0·775	71·0	0·23	—	0·2	101·7	123	303	426	0·177	0·777	71·0	0·23
4·84	1·2	122	484	606	0·252	0·796	80·0	0·32	0·1	0·3	101·5	124	491	615	0·256	0·797	80·0	0·32
6·00	1·8	123	600	723	0·301	0·814	82·0	0·37	0·1	0·3	101·5	125	607	732	0·305	0·815	83·0	0·37
8·00	3·3	124	800	924	0·385	0·847	86·5	0·45	0·2	0·4	101·3	128	807	935	0·390	0·850	86·3	0·45
10·00	5·1	126	1000	1126	0·468	0·888	88·7	0·53	0·3	0·5	101·1	131	1007	1138	0·475	0·891	88·7	0·53
12·00	7·3	128	1200	1328	0·553	0·936	90·5	0·59	0·4	0·6	100·9	135	1206	1341	0·569	0·945	90·0	0·58
14·00	10·0	131	1400	1531	0·637	0·988	91·4	0·65	0·5	0·6	100·8	141	1405	1546	0·645	0·992	91·0	0·65
15·88	12·8	134	1588	1722	0·718	1·01	91·9	0·71	0·7	0·7	100·5	146	1592	1738	0·725	1·02	91·7	0·71
17·89	16·4	137	1789	1926	0·803	1·10	93·0	0·73	0·8	0·8	100·3	152	1790	1942	0·810	1·11	92·2	0·73
19·80	20·0	141	1980	2121	0·884	1·16	93·5	0·76	1·0	0·9	100·0	160	1980	2140	0·892	1·17	92·5	0·76
21·63	23·8	145	2163	2308	0·962	1·22	93·5	0·79	1·1	1·0	99·8	167	2159	2326	0·970	1·23	92·8	0·79
23·58	28·4	149	2358	2507	1·045	1·29	94·0	0·81	1·2	1·0	99·7	175	2351	2526	1·052	1·30	93·0	0·81
25·46	33·2	154	2546	2700	1·125	1·35	94·2	0·83	1·3	1·1	99·5	185	2536	2721	1·137	1·36	93·2	0·83
26·38	35·6	157	2638	2795	1·168	1·39	94·4	0·84	1·3	1·2	99·4	190	2628	2818	1·175	1·40	93·3	0·84
27·28	38·0	159	2728	2887	1·203	1·42	94·7	0·85	1·4	1·2	99·3	194	2715	2909	1·215	1·43	93·3	0·85
28·21	40·7	162	2821	2983	1·240	1·45	94·7	0·86	1·4	1·2	99·3	199	2807	3006	1·256	1·46	93·4	0·86
29·19	43·4	164	2919	3083	1·282	1·49	94·8	0·86	1·5	1·3	99·1	204	2901	3105	1·296	1·50	93·5	0·87
30·33	46·2	167	3033	3200	1·333	1·53	94·8	0·87	1·5	1·3	99·1	210	3015	3225	1·344	1·54	93·5	0·87

(Fortsetzung.)

Zusammenstellung der beobachteten Werte.

W_v	W_2	W_1	$J_{g,1}$	η	f	E_2
121	0	121	0·756	0	0·067	101·9
124	104	228	0·761	45·6	0·13	101·8
117	303	420	0·786	72·1	0·22	101·7
130	491	621	0·811	79·1	0·32	101·5
122	608	730	0·829	83·3	0·37	101·3
134	8009	943	0·862	85·8	0·46	101·1
143	1009	1152	0·911	87·5	0·53	100·9
145	1208	1353	0·960	89·3	0·59	100·7
130	1408	1538	1·013	91·6	0·63	100·6
152	1594	1746	1·066	91·4	0·68	100·4
140	1792	1932	1·133	92·8	0·71	100·2
149	1980	2129	1·197	93·0	0·74	100·0
161	2159	2320	1·260	93·0	0·77	99·8
169	2341	2510	1·321	93·4	0·79	99·5
180	2526	2706	1·395	93·3	0·81	99·2
217	2612	2829	1·426	92·4	0·83	99·0
192	2698	2890	1·460	93·2	0·83	98·9
203	2790	2993	1·498	93·3	0·83	98·9
161	2881	3042	1·529	94·7	0·83	98·7
172	2991	3163	1·567	94·5	0·84	98·6

Aus diesen Tabellen erkennt man zunächst, dass schon die erste Annäherung befriedigende Resultate ergiebt. Der Einfluss des vernachlässigten Spannungsabfalls durch Streuung macht sich nur in geringem Grade bei Belastungen über 20 Ampère bemerkbar. Als Mittelwert der Spannung ist bei der ersten Annäherung der einfachen Rechnung wegen $E_2 = 100$ Volt gesetzt. Aus diesem Grunde werden bei der zweiten Annäherung die Werte von W_2 für die Belastungen unter 20 Ampère etwas grösser. Da ausserdem, bei der zweiten Annäherung, W_v' um den Betrag von $J_{n,1}''^2 r_1$ grösser ist als zuvor, müssen $J_{n,1}'$ und $J_{g,1}'$ grösser sein, als sie bei der ersten Annäherung waren. Auffallenderweise stimmen die Werte von η'' besser mit η überein, als die in zweiter Annäherung erhaltenen Werte η', welche anfangs etwas grösser, später etwas kleiner sein müssen als η''. Schuld an diesem abweichenden Ergebnisse ist der beobachtete Wert von W_v, welcher grossen und unregelmässigen Schwankungen unterworfen scheint. Diese Unregelmässigkeiten sind zum Teile auf die Schwierigkeit der Beobachtung, zum Teile aber auch darauf zurückzuführen, dass bei einem Transformator mit offenem magnetischen Kreise die Möglichkeit einer Abnahme der Kernverluste mit steigender Belastung vorhanden ist.

Diese Möglichkeit rührt daher, dass bei dem Transformator mit offenem magnetischen Kreise die Induktion von der Mitte nach den beiden Endflächen hin abnimmt und dass die ge-

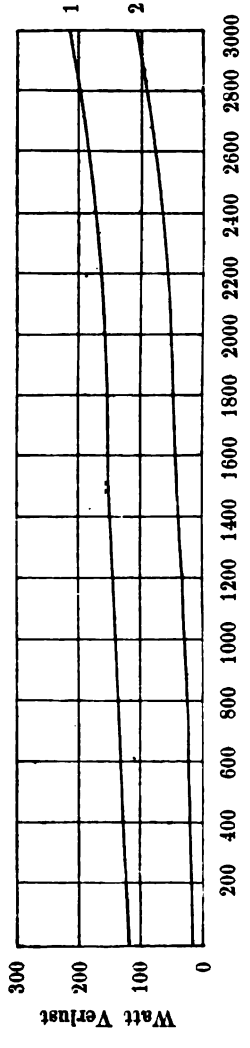


Fig. 96. Igeltransformator.
1 Gesamtverluste; 2 Kupferverluste.

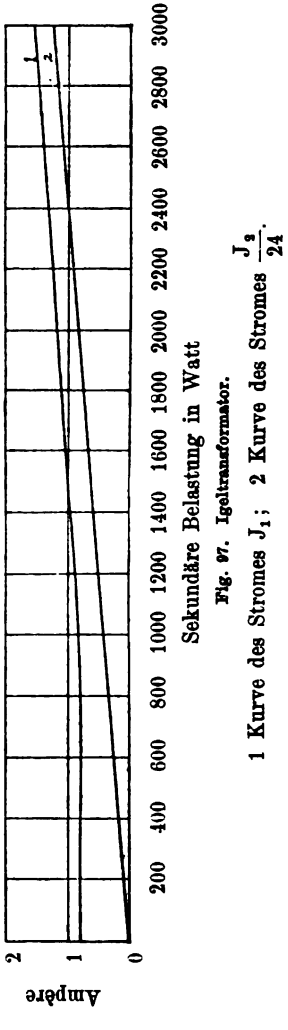


Fig. 97. Igeltransformator.
1 Kurve des Stromes J_1; 2 Kurve des Stromes $\frac{J_2}{24}$.

messene Spannung dem Mittelwerte dieser Induktionen, die gemessenen Verluste aber dem Mittelwerte der 1·6. bezw. 2. Potenz dieser Einzelinduktionen proportional sind.

Trägt man wie zuvor die Kurven der Gesamt- (1) und der Kupferverluste (2) als Funktionen der Belastung auf (Fig. 86), so erkennt man diese geringe Abnahme der Kernverluste daran, dass die Kurven nicht mehr parallel zueinander verlaufen, sondern sich mit steigender Belastung einander nähern. Entwirft man zwei Kurven (Fig. 87), welche die Belastung als Abscissen, die Ströme $\frac{J_2}{24}$ und J_1 als Ordinaten enthalten, so erkennt man, dass dieselben, analog den eben erwähnten Kurven, sich für steigende Belastung einander nähern. Diese Abnahme der Differenz zwischen primären und sekundären Ampèrewindungen rührt daher, dass mit steigender Belastung ein fortwährender Wechsel in der Phasenverschiebung zwischen primärem und sekundärem Strome auftritt. Beim eisengeschlossenen Transformator dagegen verlaufen die Kurven fast genau parallel, weil diese Verschiebung nahezu 180° erreicht, sobald die Belastung etwa ein Zehntel der maximalen ist.

Fasst man die Werte der Kernverluste etwas näher ins Auge, so erscheinen dieselben auffallend gross. Der untersuchte Igeltransformator für maximal 3000 Watt besass einen Kern von 856 *ccm* Volumen und 5982 *g* Gewicht, welcher aus 4600 *mm* langen Weicheisendrähten von etwa 0·57 *mm* Durchmesser gebildet wurde. Die Induktion in der Mitte war B = 10 000. Legt man diese Induktion der Ermittelung der Hysteresis- und Wirbelstromverluste zu grunde, so erhält man für eine Periodenzahl p = 82 die zu grossen Werte

$$W_{Hyst} < 0{\cdot}003 \,.\, 10000^{1{\cdot}6} \,.\, 82 \,.\, 856 \,.\, 10^{-7} = 53 \text{ Watt}$$

$$W_{Foue} < \left(\frac{0{\cdot}57 \,.\, 82 \,.\, 10000}{45 \,.\, 10^6}\right)^2 \,.\, 856 = 12 \text{ »}$$

$$W_v < W_{Hyst} + W_{Foue} < 53 + 12 = 65 \text{ Watt},$$

während sieben Serien von Wattmeterbeobachtungen die Werte 114, 108, 108, 114, 114, 121, 121 Watt und im ganzen 62 Beobachtungen als Mittelwert 112 Watt für W_v ergaben. Fleming[1]) schreibt diese Abweichung jenen Verlusten zu, welche der ausserhalb des Eisenkernes liegende Teil der Induktionslinien bei seinem fortwährenden Richtungswechsel in der Masse des Kupfers hervorruft. Swinburne[2]) erhebt hiergegen den Einwand, dass erstens der von Fleming unter-

[1]) J. A. Fleming, Journ. Inst. El. Eng. 17, p. 657.
[2]) J. Swinburne, Journ. Inst. El. Eng. 17, p. 696, Diskussion.

suchte Transformator eine aus Kabel bestehende Sekundärwickelung besass und mit oder ohne diese Sekundärwickelung gleich grosse Leerlaufverluste aufwies und dass zweitens wegen der Streuung die Wirbelstromverluste mit zunehmender Belastung wachsen würden. Er erklärt die bedeutende Abweichung zwischen berechneten und beobachteten Kernverlusten in einfacher Weise dadurch, dass beim Wickeln der primären und sekundären Spulen ein Druck auf die Eisendrähtchen des Kernes ausgeübt werde, welcher die Unterteilung derselben fast illusorisch mache; durch die Zusammenpressung würde der unterteilte Kern in seinem Verhalten und in der Grösse der erzeugten Wirbelströme einem massiven Kerne ähnlich werden.

Jedenfalls geht aus diesen Versuchen hervor, dass man den Wirkungsgrad eines Igeltransformators von der heutigen Konstruktion erheblich überschätzen würde, wenn man nur die Hysteresis- und Wirbelstromverluste im Eisen auf Grund der an anderen Konstruktionen mit eisengeschlossenem Kreise erhaltenen Konstanten berechnen wollte. Der Wirbelstromverlust, der nach Fleming's Ansicht im Kupfer, nach Swinburne's Ansicht in dem zusammengepressten Kerne auftritt, drückt den Wirkungsgrad besonders bei den schwachen Belastungen so stark herab, dass derselbe höchstens demjenigen eines guten Transformators der eisengeschlossenen Type gleichkommt. Dies zeigt deutlich die folgende

Zusammenstellung der Wirkungsgrade der von Fleming untersuchten Transformatoren bei verschiedener Belastung derselben.

Grösse und Art des Transformators.	Bruchteile der sekundären Belastung.												
	0	0·025	0·05	0·1	0·2	0·3	0·4	0·5	0·6	0·7	0·8	0·9	1·0
	Wirkungsgrad in %.												
Westinghouse 6500 Watt	0	61·8	75·9	85·7	91·9	94·0	95·1	96·0	96·3	96·6	96·8	96·9	96·9
Swinburne 6000 »	0	48·4	65·2	79·0	88·2	91·8	93·7	94·8	95·5	95·9	96·1	96·1	96·1
» 3000 »	0	39·3	56·2	71·7	82·9	87·6	89·8	91·2	92·2	92·8	93·2	93·4	93·5
Thoms.-Houst., 4500 »	0	49·1	65·4	78·8	87·8	91·1	92·9	93·8	94·2	94·6	95·0	95·0	94·7
Ferranti, 20 pf., Mod. 1892	0	62·0	76·6	86·5	92·6	95·0	95·6	96·1	96·5	96·8	96·8	96·6	96·6
» 15 » » »	0	65·5	79·0	88·1	93·4	95·0	95·7	96·0	96·2	96·3	96·1	95·8	95·5
» 15 » » » umgewickelt	0	55·0	70·8	83·0	90·5	93·1	94·5	95·1	95·4	95·5	95·4	95·2	94·7
Mordey, 6000 Watt . .	0	52·1	67·5	80·1	88·5	91·1	92·7	93·7	94·2	94·7	94·9	95·1	95·4
Kapp, 4000 » . .	0	39·5	56·5	72·3	83·8	88·0	90·4	91·9	92·6	93·3	93·8	94·0	94·2
Ferranti, 5 pf., Mod. 1885, umgewickelt	0	28·8	44·5	61·4	75·6	81·9	85·5	87·7	89·0	89·8	90·2	90·5	90·8
Ferranti, 5 pf., Mod. 1885	0	14·6	25·3	40·3	57·2	66·5	72·5	76·4	79·1	81·5	83·1	84·5	85·5

Die bei einigen Transformatoren auftretende geringe Abnahme des Wirkungsgrades bei Steigerung der Belastung von 0·7 bis auf 1·0 des maximalen Wertes rührt davon her, dass bei diesen hohen Belastungen die betreffenden Transformatoren etwas stärkere Streuung aufweisen. Dies erklärt auch, warum eine solche Abnahme bei dem Näherungsverfahren nicht vorgesehen war; es konnte dort eben auf Streuung keine Rücksicht genommen werden, weil die Dimensionen des Apparates nicht als gegeben betrachtet wurden.

6. Der Jahreswirkungsgrad.

Die Transformatoren sind bisher nur als Laboratoriumsapparate betrachtet worden, und es ist ihr Wirkungsgrad aus dem Verhältnis des sekundären Effektes zum primären Effekte bestimmt worden. Sobald man aber die Transformatoren als die Hauptbestandteile eines ununterbrochenen Wechselstrombetriebes betrachtet, muss man ihren Wirkungsgrad auffassen als das Verhältnis der sekundären Arbeit zur primären Arbeit. Dieser Wirkungsgrad g des Betriebes ist von dem Wirkungsgrade η im Laboratorium erheblich verschieden und nur zum Teile von den Eigenschaften des Transformators, zum Teile aber auch von ausserhalb des Transformators liegenden Verhältnissen abhängig. Verhältnisse der letzten Art bestimmen die Anzahl der jährlichen Brennstunden per installierte Lampe. Diese Zahl erreicht bei städtischen Zentralen in unseren Breitengraden 400 bis 500 Stunden. Wenn also die maximale Leistungsfähigkeit der installierten Transformatoren gerade der Zahl der installierten Lampen entspricht, werden diese Transformatoren gleichfalls 400 — 500 Stunden mit ihrer vollen Belastung in Betrieb sein, während der übrigen Zeit aber nur Energieaufwand für Magnetisierung erfordern.

Für einen an das Netz einer dauernd betriebenen Wechselstromzentrale angeschlossenen Transformator, welcher mit seiner maximalen Nutzleistung von 10 Kilowatt während 500 Stunden jährlich beansprucht wird und dessen Kupferverluste zusammen 2%, dessen Eisenverluste gleichfalls 2% der Nutzleistung betragen, stellen sich also

	Kilowattstunden
die jährliche Nutzarbeit auf	$500 \times 10 = 5000$
die jährlich in den Widerständen verzehrte Arbeit auf	$500 \times 0{\cdot}2 = 100$
die jährlich für Magnetisierung aufgewendete Arbeit auf	$8760 \times 0{\cdot}2 = 1752$

die jährliche Gesamtarbeit also auf . 6852 Kilowattstunden

und der Jahreswirkungsgrad g auf . $\frac{5000}{6852} = 73\,\%$.

Der Laboratoriumswirkungsgrad η beträgt dagegen für denselben Transformator

$$\eta = \frac{10}{10 + 0{\cdot}2 + 0{\cdot}2} = \frac{10}{10{\cdot}4} = 96{\cdot}2\,\%.$$

Verwendet man für dieselbe Installation einen gleich grossen Transformator, dessen Kupferverlust ebenfalls 2 %, dessen Eisenverlust jedoch 3 % der maximalen Nutzleistung von 10 Kilowatt beträgt, so erhält man $g = 65{\cdot}6$ und $\eta = 95{\cdot}2\,\%$. Denn es ist

$$g = \frac{500 \,.\, 10}{500 \,.\, 10 + 500 \,.\, 0{\cdot}2 + 8760 \,.\, 0{\cdot}3} = \frac{5000}{7628} = 65{\cdot}6\,\%,$$

$$\text{und } \eta = \frac{10}{10 + 0{\cdot}2 + 0{\cdot}3} = \frac{10}{10{\cdot}5} = 95{\cdot}2\,\%$$

Wählt man dagegen einen Transformator mit einem Eisenverluste von nur 1·5 %, einem Kupferverluste von 8 % der maximalen Nutzleistung von 10 Kilowatt, so erhält man zwar einen niedrigeren Maximalwirkungsgrad

$$\eta = \frac{10}{10 + 0{\cdot}8 + 0{\cdot}15} = \frac{10}{10{\cdot}95} = 91{\cdot}3\,\%,$$

aber einen wesentlich höheren Durchschnittswirkungsgrad

$$\eta = \frac{500 \,.\, 10}{500 \,.\, 10 + 500 \,.\, 0{\cdot}8 + 8760 \,.\, 0{\cdot}15} = \frac{5000}{6714} = 74{\cdot}5\,\%.$$

Es ist einleuchtend, dass die Höhe der Kupferverluste den Jahreswirkungsgrad nur in geringem Masse zu beeinflussen vermag, weil diese Verluste nur während der verhältnismässig kurzen Brenndauer der Lampen auftreten, dass aber auch eine geringe Erhöhung oder Verringerung der Eisenverluste den Jahreswirkungsgrad erheblich verringert oder erhöht, weil diese Verluste während des ganzen Jahres auftreten. Bei gegebener Brenndauer wird also der Jahreswirkungsgrad hauptsächlich von der Grösse der Magnetisierungsarbeit abhängen. Die Brenndauer selbst hängt von den lokalen Verhältnissen, dem Berufe des Konsumenten, von der Jahreszeit, dem Monat, dem Wochentage, ja sogar von der Laune des Konsumenten und von der allgemeinen wirtschaftlichen Lage ab. Man kann deshalb unmöglich einen Transformator so dimensionieren, dass er für alle Konsumenten auch nur einer einzigen Zentrale unter den

Tabelle A. Monatliche Wirkungsgrade bei Verwendung verschiedener Transformatoren für maximal 10 Kilowatt.

Monat	Brennstunden pro Monat	Nutzbare Arbeit pr. Monat in Kilowattstunden	Verluste in Kilowattstunden						Gesamtarbeit in Kilowattstunden bei Verwendung von Type			Monatlicher Wirkungsgrad in % bei Verwendung von Type		
			2% im Eisen	2% im Kupfer	3% im Eisen	3% im Kupfer	$1\frac{1}{2}$% im Eisen	8% im Kupfer						
			I		II		III		I	II	III	I	II	III
Januar . .	50	500	148·8	10·0	223·2	10·0	111·6	40·0	658·8	733·2	651·6	75·9	68·3	76·8
Februar . .	36	360	134·4	7·2	201·6	7·2	100·8	28·8	501·6	568·8	489·6	71·8	63·4	73·5
März . . .	21	310	148·8	6·2	223·2	6·2	111·6	24·8	465·0	539·4	446·4	66·7	57·4	69·4
April . . .	30	300	144·0	6·0	216·0	6·0	108·0	24·0	450·0	522·0	432·0	66·7	57·4	69·4
Mai	19	190	148·8	3·8	223·2	3·8	111·6	15·2	342·6	417·0	316·8	55·4	45·5	60·0
Juni . . .	31	210	144·0	4·2	216·0	4·2	108·0	16·8	358·2	430·2	334·8	58·6	48·8	62·6
Juli . . .	26	260	148·8	5·2	223·2	5·2	111·6	20·8	414·0	488·4	392·4	62·7	53·3	66·2
August . .	28	280	148·8	5·6	223·2	5·6	111·6	22·4	434·4	508·8	414·0	64·5	55·0	67·7
September .	33	330	144·0	6·6	216·0	6·6	108·0	26·4	4306	552·6	464·4	68·6	59·7	71·2
Oktober . .	47	470	148·8	9·4	223·2	9·4	111·6	37·6	628·2	702·6	619·2	14·7	66·9	75·9
November .	54	540	144·0	10·8	216·0	10·8	108·0	43·2	694·8	766·8	691·2	17·7	70·4	78·2
Dezember .	65	650	148·8	13·0	223·2	13·0	111·6	52·0	811·8	886·2	813·6	80·2	73·4	79·9
Im Jahre:	440	4400	1752·0	88·0	2628·0	88·0	1314·0	352·0	6240	7116·0	6066·0	70·5	61·8	72·5

günstigsten Bedingungen betrieben wird, und muss sich deshalb entweder damit begnügen, dass für den ganzen Betrieb der Jahreswirkungsgrad oder ein anderer Durchschnittswert des Wirkungsgrades möglichst hoch sei.

Der Durchschnittswert des monatlichen Wirkungsgrades wird für die einzelnen Monate sehr verschieden sein. Die Tabelle A enthält eine Zusammenstellung der für deutsche

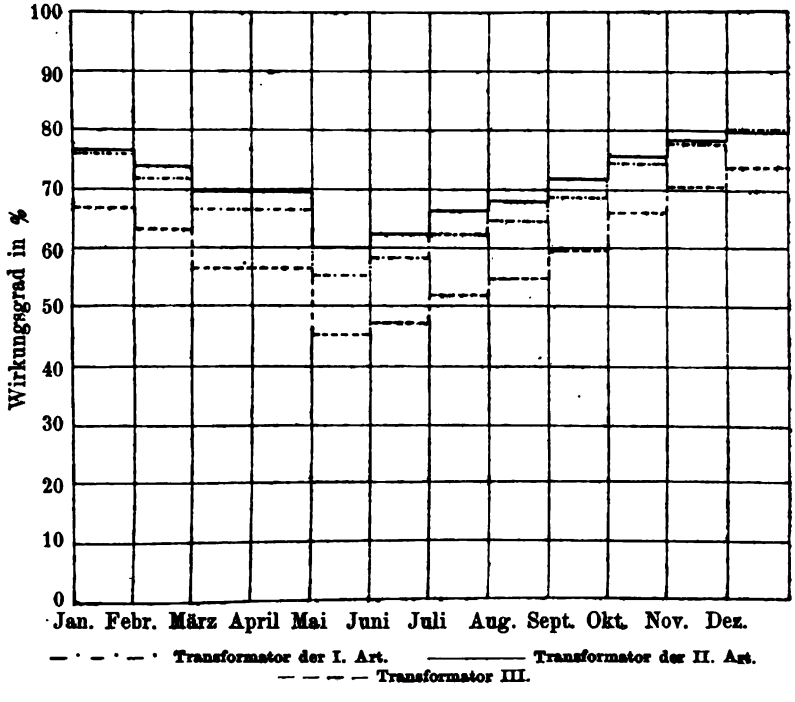


Fig. 98. Wirkungsgrad verschiedener Transformatoren während der einzelnen Monate eines Jahres.

Städte beobachteten monatlichen Brennstunden und der unter Verwendung von 10 Kilowatt-Transformatoren der drei erwähnten Arten sich ergebenden monatlichen Wirkungsgrade.

Die Werte dieser Tabelle sind in den Kurven der Fig. 98 niedergelegt. Man erkennt aus denselben besonders deutlich den Zusammenhang zwischen Brenndauer und Durchschnitts-

wirkungsgrad, den hohen Einfluss der Eisenverluste und den geringen Einfluss der Verluste in den Kupferwiderständen.

Auf diese Thatsache hat zuerst James Swinburne[1]) aufmerksam gemacht. Als Mittel zur Erhöhung des durchschnittlichen oder jährlichen Wirkungsgrades schlug er die Beschränkung der Eisenmasse und, da diese beim eisengeschlossenen Transformator nicht so einfach und so weit durchführbar ist, die Rückkehr zu den von Gaulard und Gibbs angewendeten und lange wieder verlassenen Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise vor. Fleming's Untersuchungen der Swinburne'schen (von ihm eigentlich »Stachelschwein«-Transformator genannten) Igeltransformatoren hat zwar dargethan, dass die betreffenden Konstruktionen den gleich grossen mit eisengeschlossenem Kreise nicht überlegen waren. Prinzipiell aber lässt sich zeigen, dass, solange der durchschnittliche Wirkungsgrad allein ins Auge gefasst wird, die Swinburne'sche Lösung etwas bessere Resultate ergeben muss, wenn die von Wirbelströmen im Kupfer oder im Eisenkern herrührende Erhöhung der Verluste durch entsprechende Änderung in der Konstruktion beseitigt wird. Die Übelstände, welche dieselbe mit sich bringt, rühren sämtlich von dem ausserordentlich hohen Erregerstrome her, der bei den jetzigen Konstruktionen etwa 40 — 50 % des maximalen Gesamtstromes beträgt. Dieser Erregerstrom erfordert Mehraufwände an Anlagekapital für stärkere Leitungen und grössere Maschinen und an Betriebskapital für die Leerlaufsarbeit der grösseren Maschinen; er erschwert die Regulierung der Dynamomaschinen und die Überwachung des Betriebes, da die Angaben der Stationsampèremeter überhaupt nur von sehr geringem Werte sind und er jene der Stationswattmeter sehr ungenau macht. Zur Verringerung des Erregerstromes hat Swinburne selbst die Anwendung von parallel geschalteten Kondensatoren vorgeschlagen; solche Kombinationen von Transformatoren müssen theoretisch gut arbeiten und sind auch in Laboratoriumsversuchen mit Erfolg verwendet worden [2]). Der praktischen Anwendung haben

---

[1]) James Swinburne, Vortrag vor Sektion G der British Association, 16. Sept. 1889. El. Rev., London 25, p. 314, 341. El., London, 23, p. 492, 523. El. Zeitschr. 1889, p. 541.

[2]) Hierauf kann erst im 2. Teile näher eingegangen werden, weil bisher stets die Sinusfunktion als gültig angenommen wurde.

sich bis jetzt grosse Schwierigkeiten in den Weg gestellt, von welchen die meisten darauf zurückzuführen sind, dass die Kondensatoren unzuverlässig, schwierig herzustellen und teuer sind.

In richtiger Erkenntnis dessen hat M. von Dolivo-Dobrowolsky[1]) einen anderen Vorschlag zur Erhöhung des durchschnittlichen Wirkungsgrades gebracht, welcher davon ausgeht, dass die Höhe der Kupferverluste auf diesen Wirkungsgrad von sehr geringem Einflusse ist. Dobrowolsky will deshalb den Kupferverlust viel höher nehmen, als dies jetzt üblich ist, ihn etwa auf 8 bis 10% festsetzen und dafür dann wenig Eisen verwenden. Da bei einem Transformator der Eisenkern die Kupferwindungen umgiebt oder von ihnen umgeben wird, kann

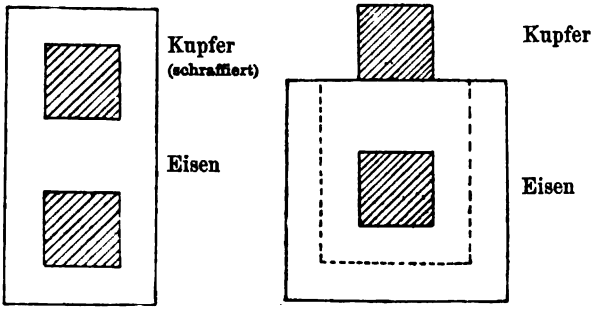


Fig. 99 und 100. Schema eines Transformators.

derselbe schematisch dargestellt werden durch zwei dicht ineinander passende Kettenringe[2]), von denen der eine aus Eisen, der andere aus Kupfer besteht. (Fig. 99 und 100). Man erkennt daraus, dass man den Querschnitt des einen dieser Ringe nicht vergrössern kann, ohne gleichzeitig den anderen zu vergrössern. Wenn man also versuchen wollte, den Eisenverlust durch Verringerung der Induktion zu verkleinern, könnte man die dafür erforderliche Vermehrung der Kupferwindungen bei

---

[1]) M. von Dolivo-Dobrowolsky, El. Zeitschr. 1892, p. 222.

[2]) G. Kapp; M. Dolivo-Dobrowolsky, a. a. O. — Imhoff, El. Zeitschr. 1892, p. 456.

gleichem Spannungsverluste nur dadurch ermöglichen, dass man auch das Eisenvolumen vergrösserte. Der Transformator würde dadurch zwar teuerer, aber in seinem Jahreswirkungsgrade nur wenig besser werden, da im allgemeinen das Eisenvolumen viel rascher wächst, als die Induktion abnimmt. Wenn also auch nach Durchführung der Änderung der Transformator wegen der geringeren Induktion erheblich geringeren Effektverlust pro Volumeneinheit aufweist, so kann sein gesamter Effektverlust doch wegen der Zunahme des Volumens nur wenig geändert sein. Anders liegen die Verhältnisse, sobald man bei nicht zu hoher Induktion das Eisenvolumen dadurch zu verringern ermöglicht, dass man das Kupfervolumen verringert, also den Kupferverlust erhöht. Gegen ein solches Vorgehen spricht jedoch die Erwägung, dass der höhere Durchschnittswirkungsgrad auf Grund dieses Vorschlages nur durch die Verzichtleistung auf die bequeme Regulierung erkauft werden kann. Der gesamte Spannungsverlust in einem Wechselstromnetze, das mit den gebräuchlichen Transformatoren ausgestattet ist, beträgt in den Fernleitungen kaum mehr als 3%,

» » Transformatoren » » »2—3 »,

» » sekund. Leitungen » » »1—2 ».

Wenn dann seitens der Zentrale an den Speisepunkten oder Enden der Fernleitungen die Spannung automatisch oder von Hand konstant gehalten wird, so ist eine weitere Nachregulierung nicht erforderlich. Die Transformatoren halten für jeden Konsumenten oder jede Gruppe von Konsumenten die Spannungsänderung selbstthätig innerhalb der zulässigen Grenzen. Erst wenn bei sehr langen Fernleitungen der Verlust in diesen 10% erreicht oder überschreitet, nähert sich die Arbeit der Nachregulierung der bei Gleichstrombetrieben aufzuwendenden Arbeit. Würde man dagegen für einzelne Konsumenten oder Gruppen von Konsumenten Transformatoren mit Kupferverlusten von 8—10% verwenden, so müsste man für diese einzelnen Konsumenten die sekundäre Spannung konstant halten. Es würde also dann nicht mehr genügen, von der Zentrale aus auf mittlere Netzspannung an einzelnen Speisepunkten zu regulieren; man müsste vielmehr eine Nachregulierung einführen, welche je nach dem Verlaufe der Belastungskurve des Konsumenten für jeden derselben oder für jede Gruppe derselben verschieden ist. Eine solche Nachregulierung müsste selbstthätig erfolgen und könnte eventuell durch besondere Ausgleichstransformatoren (Egalisatoren) bewirkt werden,

doch würde dieselbe den Betrieb wesentlich komplizieren und die Anlagekosten erhöhen.

Da bei Erhöhung des Querschnittes der Umfang weniger rasch steigt, können im allgemeinen grosse Transformatoren mit geringeren Verlusten gebaut werden als kleine. Es ist daher, wenn örtliche Gründe nicht dagegen sprechen, die Anwendung eines an Transformatoren - Unterstationen angeschlossenen Sekundärnetzes eins der bestbekannten Mittel zur Erhöhung des Jahreswirkungsgrades. Eine Diskussion der mit einem solchen das ganze Stadtgebiet umschliessenden Sekundärnetze verknüpften Vor- und Nachteile liegt ausserhalb des Rahmens dieses Werkes; doch mag erwähnt werden, dass es jedenfalls von Vorteil ist, mehrere benachbarte Konsumenten von einem grösseren, gemeinsamen Transformator aus mit Energie zu versorgen, selbst wenn örtliche Verhältnisse und wirtschaftliche Erwägungen die Anlage eines grossen Sekundärnetzes verbieten.

Auch die Wahl der Transformatorengrösse für eine gegebene Lampenzahl beeinflusst den Jahreswirkungsgrad. Man verfällt leicht in den Fehler, die Transformatorengrösse der installierten Lampenzahl so anzupassen, dass der Transformator die sämtlichen installierten Lampen gleichzeitig bequem speisen kann; thatsächlich aber werden sehr viele Konsumenten niemals die Gesamtzahl ihrer Lampen gleichzeitig längere Zeit in Betrieb haben. Da das Maximum der von städtischen Zentralen gleichzeitig gespeisten Lampen zwischen 40 und 80 % der installierten beträgt, kann man annehmen, dass ein Durchschnittskonsument kaum mehr als maximal 40 bis 50 % seiner installierten Lampen gleichzeitig brennt; wenn also der Transformator etwa 50 bis 70 % dieser Lampenzahl entspricht, wird derselbe vollkommen ausreichend sein. Es ist auf diese Weise möglich, bei entsprechender Berücksichtigung des Charakters und der Benutzungszeit der sekundären Installation die Transformatorengrössen so zu bemessen, dass ausser einer Erhöhung des durchschnittlichen Wirkungsgrades, also ausser einer Ersparnis an Betriebskosten, sich auch eine Ersparnis an Anlagekapital ergiebt.

Die zweite Frage, ob man nicht durch gewisse konstruktive Anordnungen des Transformatorgestelles an Eisenverlusten sparen, also den Jahreswirkungsgrad erhöhen könne, kann in der von Dolivo-Dobrowolsky gegebenen Lösung erst im zweiten Bande, in dem Kapitel über Dimensionierung der Transformatoren behandelt werden.

7. Die Wirkungsweise des Ausgleichstransformators oder Egalisators[1])

beruht auf der an Hand der Fig. 83 erläuterten Eigenschaft der Serientransformatoren, bei konstantem Primärstrome auch den Sekundärstrom konstant zu halten. Allgemein nämlich

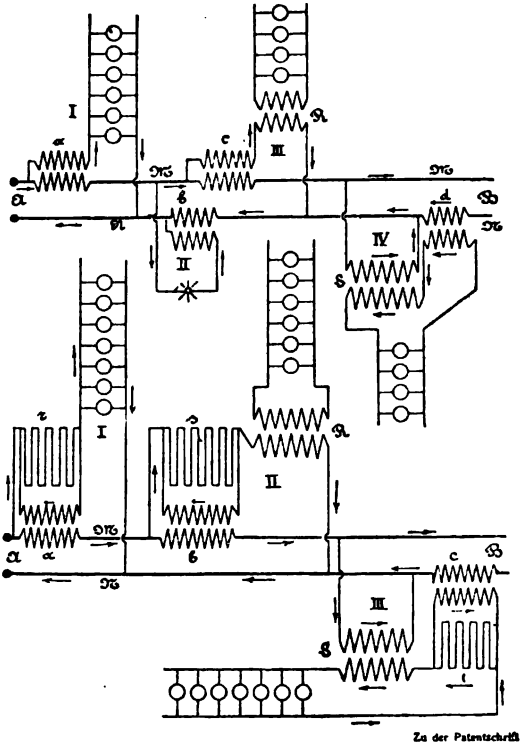


Fig. 101 und 102.

werden solche Transformatoren das Bestreben haben, die Intensitäten der beiden Ströme auch dann im umgekehrten Verhältnis der Windungen zu erhalten, wenn die Intensität des primären Stromes nicht mehr konstant ist, sondern verändert wird. Das

---

[1]) Vergl. D. R.-P. No. 37780/21 von C. Zipernowsky, M. Déri und O. T. Bláthy. 31. Januar 1886.

Produkt aus sekundärer Stromstärke und sekundärer Windungszahl wird sich umsoweniger von dem Produkte aus primärer Stromstärke und primärer Windungszahl unterscheiden, je kleiner der Erregerstrom und die Leerlaufsverluste des Transformators sind. Lässt man nun (Fig. 101 u. 102) zwei von den Klemmen A einer Wechselstromquelle stammende Wechselströme entgegengesetzter Richtung durch die beiden Bewickelungen einer Induktionsrolle gehen, so wird auch diese Rolle das Bestreben äussern, die sekundären Ampèrewindungen den primären gleich zu machen. Je stärker also der Strom in der Hauptleitung AB und somit auch in den primären Spulen a, b, c, d (Fig. 101 und 102) ist, desto stärker wird auch der Strom in den zugehörigen sekundären Spulen der Egalisatoren I, II, III, IV sein, und desto höhere Werte wird der Spannungsverlust in denselben annehmen. Dieser Spannungsverlust kann entweder, wie in Fig. 101, nur in den Sekundärspulen oder, wie in Fig. 102, in diesen und in zugeschalteten Widerständen r, s, t auftreten. Durch passende Wahl der Windungszahlen, Klemmenspannung und Zusatzwiderstände des Egalisators lässt sich dann erreichen, dass bei Konstanthaltung der Spannung an dem Endpunkte B der Leitung A B trotz wechselnden Konsums die Spannung an den der Stromquelle A näherliegenden Konsumstellen I, II, III, IV nicht höher ist als am Ende der Leitung. Dieser Zweck kann auf zwei etwas verschiedene Arten erreicht werden. Bei der einen, in Fig. 101 veranschaulichten führt man den zu einer Verbrauchsstelle gehenden Zweigstrom durch die eine und den weitergehenden Hauptstrom durch die zweite Bewickelung des Egalisators. Je stärker nun der Hauptstrom wird, desto höher müsste zur Konstanthaltung der Spannung im Punkte B die Klemmenspannung bei A werden, desto stärker würde also auch der den Lampen zufliessende Zweigstrom werden, wenn nicht die in den sekundären Windungen der Egalisatoren auftretende gegenelektromotorische Kraft die Klemmenspannung der Lampen und damit den ihnen zufliessenden Zweigstrom wieder auf den normalen Wert zurückführte. In Fig. 101 sind mehrere Anwendungen dieses Verfahrens gezeigt. Bei I und II sind durch Vermittelung der in die Hauptleitung eingeschalteten Egalisatoren Glühlampen und eine Bogenlampe trotz variabler Spannung bei A mit konstanter Spannung versorgt, solange die Spannung in B konstant ist. Bei III ist der Egalisator vor die primären, bei IV vor die sekundären Windungen von Transformatoren geschaltet, welche ihrerseits wieder

parallel geschaltete Glühlampen betreiben. Bei der zweiten Anwendungsart (Fig. 102) wird die sekundäre Spule des Egalisators durch einen passenden Zusatzwiderstand (r, s, t) geschlossen. Die primäre Spule wird auch hier vom Hauptstrome passiert, aber dieser Strom ist jenem in der sekundären Spule diesmal entgegengesetzt gerichtet. Dadurch wird es möglich, dass der den Glühlampen direkt (I), der primären Spule (II) oder der sekundären Spule (III) eines Transformators zufliessende Zweigstrom in dem Zusatzwiderstande r, s oder t einen Spannungsverlust hervorruft, welcher sich dem von der sekundären Spule selbst in r, s oder t erzeugten Spannungsverluste zufügt. Die Spannungsdifferenz an den Enden dieser Zusatzwiderstände hängt aber von dem Hauptstrome ab und muss von der Spannung der Stromquelle subtrahiert werden, wenn man die Lampenspannung erhalten will.

8. Über das magnetische Verhalten der Transformatoren im Momente des Anschlusses an ein arbeitendes Netz.

Verbindet man die Primärspule eines stromlosen Transformators in Serie mit einem an ein arbeitendes Netz angeschlossenen Ausschalter und einer Glühlampe, welche durch den Leerlaufstrom des Transformators eben zu normaler Glut gebracht wird, und schliesst man nun bei offenem Sekundärkreise den Ausschalter, so gelangt in den meisten Fällen die Lampe ganz allmählich zu normaler Rotglut. Zuweilen aber leuchtet dieselbe beim Schliessen des Ausschalters so hell auf, dass das Glas geschwärzt und der Kohlenfaden zerrissen wird.

Diese Erscheinung des Stromstosses wurde zuerst von J. A. Fleming[1]) beobachtet und beschrieben; die Versuche zu ihrer Erklärung wurden von Fleming unternommen und in glücklicher Weise durch W. M. Mordey[2]) ergänzt.

Dieser Stromstoss ist zuweilen von solch ausserordentlicher Heftigkeit, dass er den beweglichen Teil eines statt der Glühlampe verwendeten, auf 10 Ampère eingestellten Elektrodynamometers weit über die Gleichgewichtslage hinausfliegen lässt, selbst wenn der normale Leerlaufsstrom nur 0·1 bis 0·2 Amp beträgt; er ist von einem bald stärkeren, bald schwächeren Geräusche begleitet, das im Eisenkerne des Transformators

[1]) J. A. Fleming, Journ. Institut. El. Eng. 1892, 21, p. 677 ff.
[2]) W. M. Mordey, ebendaselbst, p. 727 ff.

auftritt, besitzt alternierende Form und bewirkt eine Spannungserhöhung, welche Fleming durch eine parallel zur Primärspule angeordnete Funkenstrecke nachzuweisen vermochte. Nach diesen Thatsachen wird man zunächst geneigt sein, in der Erscheinung ein Analogon zu dem von Neustadt beschriebenen und erläuterten Kondensatoreffekte zu erblicken; dieser Auffassungsweise widerspricht aber die Thatsache, dass Mordey die Erscheinung siebenmal in auffallender Weise beobachten konnte, als er einen 5 pferd. Ferranti-Transformator 47 mal an die mit 83 Perioden pro Sekunde betriebenen Hauptleitungen in Trafalgar Square anlegte. Diese Leitungen waren in der Nähe der Versuchsstelle von mehreren Transformatoren überbrückt, sodass von einer merkbaren Kapazität derselben kaum die Rede sein konnte. Allerdings wird die so gewonnene Ansicht dadurch scheinbar etwas erschüttert, dass derselbe Transformator trotz 400 maligen Anschlusses keinen Stromstoss zeigte, als er an ein mit 100 Perioden pro Sekunde betriebenes Netz angeschlossen wurde. Die Erscheinung ist unabhängig von der Belastung, da sie durch Schliessen des Sekundärkreises nicht verhütet wurde, und sie tritt im magnetisierenden Stromkreise auf, ohne zu dem anderen durchzudringen, gleichgültig, ob für den Versuch primär oder sekundär magnetisiert wird. Es ist auffallend, dass der mächtige Stromstoss, der bei dauernder Wirkung den Kern des Transformators weit über die Sättigung hinaus zu magnetisieren vermöchte, seiner kurzen Dauer wegen nicht im stande ist, eine seiner Stärke nur einigermassen entsprechende Welle magnetischer Kraft hervorzurufen. Dies wird deutlich dadurch dargethan, dass eine an den Sekundärkreis eines Transformators angeschlossene Glühlampe nach Mordey's Versuchen stets mit gleicher Helligkeit leuchtet, ob nun im primären Stromkreise der Stromstoss auftritt oder nicht.

Betrachtet man die Verhältnisse genauer, so erkennt man, dass die Erscheinung dem remanenten Magnetismus zuzuschreiben ist und dass für das Verhalten beim Wiederanschlusse des Transformators der Zustand massgebend ist, in welchem sein Eisenkern beim Ausschalten belassen wurde. Wenn der Transformatorkern im Momente der Ausschaltung vollkommen unmagnetisch war, so wird der erste schwache Strom, der die Primärwindungen durchläuft, bereits im stande sein, die erforderliche gegenelektromotorische Kraft hervorzurufen, welche ein weiteres Anwachsen des Stromes verhütet. Wenn aber im Momente des Ausschaltens der Transformator in stark magneti-

siertem Zustande belassen wurde, so wird der erste schwache Strom durch das vorhandene Feld entweder in der Hervorrufung der gegenelektromotorischen Kraft unterstützt oder geschwächt; im ersteren Falle kann der Stromstoss nur ein schwacher, im zweiten Falle muss er heftiger sein. Wenn der eintretende Strom ein Feld hervorzurufen versuchte, welches dem von der Ausschaltung her vorhandenen Felde gleichgerichtet war, so musste naturgemäss die gegenelektromotorische Kraft um so kleiner ausfallen, je stärker das remanente Feld war; die Grenze des Anwachsens des Stromes war eigentlich nur noch durch den Widerstand, nicht mehr durch die Gesamtimpedanz der Primärspule gegeben.

Die Richtigkeit dieser von Fleming gegebenen Erklärung wird durch einige von Mordey's Versuchsresultaten bestätigt. So war es ihm unter Verwendung einer durch den normalen

Fig. 103.

Leerlaufsstrom noch nicht zum Glühen gebrachten Lampe möglich, alle Grade der Helligkeit, von ganz geringer bis zu blendender, zu erhalten, sobald man eine grosse Anzahl von sehr raschen und kurzen Stromschlüssen bewerkstelligte. Die Helligkeit der Lampe wurde eben durch die Phase der Stromunterbrechung und des Stromschlusses beeinflusst. So ergaben Transformatoren mit besonders weichem Eisen auch bei niedriger Periodenzahl kaum merkbare Stromstösse. So war es vor allen Dingen unmöglich, selbst mit dem 5 pferd. Ferranti-Transformator bei 83 Perioden einen Stromstoss zu erhalten, sobald man langsam unterbrach und langsam wieder einschaltete. Man zog dann den Strom in mehr und mehr abnehmende Wellen etwa in der in Fig. 103 abgebildeten Weise auseinander und stellte ihn beim Einschalten in der umgekehrten Weise in allmählich wachsenden Wellen wieder her. Selbst wenn man nach langsamem Öffnen rasch wieder einschaltete, war der Stromstoss ein sehr geringer.

Es genügt also zur Verhütung des Stromstosses selbst bei den auf dem Kontinente üblichen niedrigen Wechselzahlen, gutes Eisen und nicht allzu plötzlich wirkende Ausschalter anzuwenden. Fleming glaubte die Erscheinung dafür verantwortlich machen zu können, dass einzelne Transformatoren der älteren Periode, die eine Zeitlang zufriedenstellend gearbeitet hatten und ausgeschaltet worden waren, beim Wiedereinschalten plötzlich infolge Durchschlagens der Isolation unbrauchbar geworden waren. Swinburne[1]), der ein solches Verhalten niemals beobachtet hatte, vermutet, dass Transformatoren, ähnlich wie grosse Kondensatoren, viel eher beim Ausschalten zerstört werden könnten. Solange der Transformator angeschlossen ist, muss seine Klemmenspannung mit der Netzspannung gleiche Grösse besitzen; im Momente der Ausschaltung jedoch, wo die Hysteresis des Kernes die Öffnung des Kontakts ohne Funkenbildung ermöglichen und den Kern stark magnetisiert lassen kann, wird die geringste Störung bewirken, dass der Transformator plötzlich seinen ganzen Magnetismus verliert. Wenn dann Primär- und Sekundärkreis offen sind, kann ein gut unterteilter Kern eine Spannung von solcher Höhe erzeugen, dass die Isolation zwischen Primär- und Sekundärspule durchschlagen wird. Dies ist bei Transformatoren der Igeltype nicht leicht möglich, weil dort beim Ausschalten meistens ein Lichtbogen an den Kontakten sich bildet.

Dieser Bogen selbst aber ist wieder eine dem Stromstosse ähnliche Erscheinung. Er tritt manchmal stärker, manchmal schwächer auf, ist besonders stark, wenn der magnetische Kreis sehr kurz und kräftig gehalten ist, und rührt nach Fleming's[2]) Ansicht davon her, dass bei diesen Transformatoren die Kraftlinienänderung pro Zeiteinheit für gleiche Änderungen der mittleren Stromstärke viel rascher vor sich geht als bei Transformatoren der eisengeschlossenen Form. Es ist dies eine Folge der ungleichförmigen Kraftlinienverteilung in Transformatoren der offenen Form. Wenn also bei einem Transformator dieser Form durch Öffnen des Primärausschalters der primäre Strom plötzlich stark geschwächt wird, tritt eine auffallend grosse Reduktion der gegenelektromotorischen Kraft und damit eine beträchtliche Zunahme der den Lichtbogen an den Kontakten erzeugenden elektromotorischen Kraft ein. Der Bogen wird also

[1]) J. Swinburne, a. a. O., p. 698.
[2]) J. A. Fleming, a. a. O., p. 684.

die sich mehr und mehr voneinander entfernenden Kontakte des Ausschalters eine Strecke weit verbinden. Bei eisengeschlossenen Transformatoren bewirkt die gleiche Verminderung der primären Stromstärke keine so bedeutende Verminderung der gegenelektromotorischen Kraft. Thatsächlich hat der Verfasser selbst bei Verwendung primitiver Ausschalter oder bei Ein- und Ausschaltung mit den mit isolierenden Handgriffen versehenen Bleisicherungen niemals erhebliche Funken bemerkt, und niemals sind ihm irgendwelche Folgen der möglicherweise aufgetretenen Stromstösse bekannt geworden.

Wirkungsweise, Prüfung und Berechnung

der

Wechselstrom-Transformatoren.

Für die Praxis bearbeitet

von

Clarence Paul Feldmann,

Ingenieur des städtischen Elektrizitätswerkes zu Köln am Rhein.

Zweiter Teil.

Mit 176 Abbildungen.

LEIPZIG
VERLAG VON OSKAR LEINER
1895.

Das Recht der Übersetzung vorbehalten.

Inhalts-Verzeichnis zum zweiten Teil.

Viertes Kapitel.

Messinstrumente und Messmethoden der Wechselstromtechnik.

Seite

1. Einleitung 229
2. Die elektrochemischen Wirkungen des elektrischen Stromes . 229
3. Die elektromagnetischen Wirkungen des elektrischen Stromes . 230
4. Die elektrostatischen Wirkungen des elektrischen Stromes . . . 232
5. Die kalorischen oder thermischen Wirkungen des elektrischen Stromes 233
6. Die induktiven Wirkungen des elektrischen Stromes 233
7. Über die von den Messinstrumenten angegebenen Mittelwerte . 233
8. Verwendung des Elektrodynamometers zur Strommessung . . . 240
9. Verwendung des Elektrodynamometers zur Spannungsmessung . 249
10. Verwendung des Elektrodynamometers zur Messung des Effekts 254
11. Das Elektrometer und seine Verwendung zur Spannungsmessung 274
12. Verwendung des Elektrometers zur Messung der Stromstärke und des Effekts 287
13. Kalorimeter im engeren Sinne 291
14. Hitzdrahtvoltmeter 295
15. Hitzdrahtampèremeter 301
16. Verwendung von Messinstrumenten mit weichen Eisenkernen . 303
17. Instrumente, welche auf Induktionswirkungen beruhen 310
18. Aichung der vorerwähnten Instrumente und Bemerkungen über induktionsfreie Widerstände und Hülfsapparate zur Aichung 315
    a) Direkte Aichung 317
    b) Indirekte Aichung 322

Anhang.

Über die Prüfung des Eisens.

1. Allgemeines 327
2. Die magnetometrische Methode 328
3. Die ballistische Methode 328
    a) Allgemeines 328
    b) Methode der schrittweisen Magnetisierung 334
    c) Methode der Magnetisierung durch Stromwendung . . 337
    d) Methode der Magnetisierung durch Zurückwerfung . . 338
    e) Hopkinson's Methode 339
4. Die Traktionsmethode 342
5. Die Brückenmethoden 345
6. Galvanometermethoden 349
7. Wattmetermethoden 354
8. Geometrische Methoden 359

Fünftes Kapitel.

Methoden zur Untersuchung von Transformatoren.

Seite

1. Einleitung 361

Untersuchungsmethoden der Praxis.

2. Die Prüfung der Transformatoren in der Werkstätte 362
3. Methoden zur Bestimmung des Wirkungsgrades 366
   a) Rohe Methode 656
   b) Wattmetermethode 366
   c) Dynamometrische Methoden 369
   d) Methode der drei Voltmeter 371
   e) Methode der drei Ampèremeter 375

Untersuchungsmethoden des Laboratoriums.

4. Bestimmung des Wirkungsgrades nach Sumpner's Differentialmethode 378
5. Die Bestimmung des Spannungsabfalles und Übersetzungsverhältnisses 383
6. Geometrische Untersuchungsmethoden 388
   a) Allgemeines 388
   b) Die Differentialmethode Hopkinson's 396

Anhang.

Über die wahre Gestalt der periodischen Kurven der E.M.K. und des Stromes.

1. Allgemeines 405
2. Wechselwirkung zwischen Armatur und Feld 406
3. Form des Koëffizienten der gegenseitigen Induktion 411
4. Einfluss des Eisens 414
5. Die Zerlegung der harmonischen Kurven 416
6. Kompensation der deformierenden Schwingungen 418
7. Einfluss der Deformation auf die von den Messinstrumenten angegebenen Mittelwerte 421
8. Einfluss der Deformation auf Transformatoren 424

Sechstes Kapitel.

Berechnung der Transformatoren.

1. Allgemeines 433

Transformatoren mit eisengeschlossenem Kreise.

2. (Beispiel.) Transformatoren mit einfachem magnetischen Kreise . 439
3. Transformatoren mit mehrfachem magnetischen Kreise 444
4. Wahl der Induktion 449

5. Wahl der Periodenzahl 453
6. Einfluss der Vergrösserung der linearen Dimensionen 458
7. Änderung des Eisengestelles 459
8. Rücksichtnahme auf den Jahreswirkungsgrad 465
a) Verminderung der Periodenzahl 469
b) Verminderung der Induktion 471
c) Änderung des Eisengestelles 471

Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise.

9. Einfluss der Gestalt der Polflächen 478
10. Verminderung des Erregerstromes durch Kondensatoren 489
11. Kernloser Transformator 496
12. Drosselspulen 499
a) Drosselspule in Serie zu Lampen 500
b) Drosselspule parallel zu Lampen 502
Sachregister 507

Berichtigungen.

Seite 45 Zeile 10 von unten lies $\frac{T}{2} = \frac{1}{2p}$ statt $\frac{T}{2} = \frac{1}{p}$ und

$p = \frac{1}{T}$ » $p = \frac{2}{T}$

» 52 » 15 » oben » $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi p$ statt $\omega = \pi p$

» 61 » 13 » » » $\sqrt{r_1^2 + l_1^2 \omega^2} : \sqrt{r_2^2 + l_2^2 \omega^2}$

statt $\sqrt{r_2^2 + l_2^2 \omega^2} + \sqrt{r_1^2 + l_1^2 \omega^2}$

» 61 » 3 » unten lies $\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{l_1 \omega}{r_1}$ statt $\varphi_1 = \frac{l_1 \omega}{r_1}$

und $\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{l_2 \omega}{r_2}$ statt $\varphi_2 = \frac{l_2 \omega}{r_2}$

Seite 71 Fig. 36 lies $E_{II} = 84$ Volt statt $E_I = 84$ Volt
und $E_I = 40$ Volt statt $E_{II} = 40$ Volt

Seite 95 Zeile 1 von oben lies $p = \frac{1}{T}$ statt $p = \frac{2}{T}$

» 99 » 8 » » » $\frac{E_G}{E_C}$ statt $\frac{E_C}{E_G}$

Seite 167 Zeile 15 von oben lies: Die Ableitung für die Grösse der Streuung gilt nur für einen Schlitz von unendlich kleiner Länge; soll die Streuung für einen Schlitz von der Länge b_1 ermittelt werden, so tritt noch der Faktor $\frac{1}{3}$ hinzu. Die Gleichung 11) muss also lauten

$$e_1 = \frac{\omega}{3} (B . l . b_1) n_1 . 10^{-8}$$

und die Auswertung derselben ergiebt das auf Seite 167 richtig mitgeteilte Resultat

$$e_1 = 2{\cdot}64 . 10^{-8} \frac{b_1 . l . n_1^2 p}{a} - J_1 .$$

Seite 429 Fig. 238 lies $n_1 = 675$ Windungen statt $u_1 = 675$ Windungen, bei dieser Figur sind die Werte der Kraftlinien mit 10^5 statt 105 zu multiplizieren.

Seite 478 Zeile 17 von unten lies 9. statt 10.

Viertes Kapitel.

Messinstrumente und Messmethoden der Wechselstromtechnik.

1. Einleitung.

Alle Messinstrumente enthalten ausser den festen Teilen auch einen während oder nach der Messung beweglichen Teil, welcher unter dem Einflusse der elektrochemischen, elektromagnetischen, elektrostatischen, kalorischen oder induktiven Wirkung des zu messenden Stromes seine Lage, sein Gewicht, seine Länge oder seine Form ändert. Nicht alle die soeben aufgeführten Wirkungen des Stromes sind in gleicher Weise zur Messung von Wechselströmen verwendbar, und wir wollen im Folgenden die einzelnen Wirkungen daraufhin untersuchen, ob sich aus ihnen brauchbare Methoden zur Wechselstrommessung ausbilden lassen.

2. Die elektrochemischen Wirkungen des elektrischen Stromes

äussern sich bekanntlich darin, dass aus den wässerigen Lösungen der Metallsalze beim Stromdurchgange das Metall an der Kathode chemisch rein niedergeschlagen wird. Damit ist schon die Thatsache festgelegt, dass zur Hervorrufung elektrochemischer Wirkungen eine einseitige Wirkung, d. h. eine Wirkung der Stromes in stets dem nämlichen Sinne erforderlich ist. Wenn wir uns einen Gleichstrom mittels eines von Sekunde zu Sekunde weiter bewegten Stromwenders auf eine Zersetzungszelle so wirkend denken, dass während der ersten, dritten, fünften . . . Sekunde der eine Pol, während der zweiten, vierten, sechsten . . . Sekunde der andere Pol zur Kathode wird, so werden die abwechselnd zur Aufnahme des Niederschlages dienenden Elektroden bei der Unterbrechung in irgend einem Momente entweder gar keinen oder nur jenen schwachen Niederschlag zeigen, welcher in der letzten Sekunde hervorgerufen wurde. Es wird

eben in jeder Sekunde der Niederschlag wieder aufgelöst, welcher sich in der vorhergehenden Sekunde gebildet hatte. Trotzdem ist es zuerst Drechsel[1]) und dann Manoeuvrier und Chappuis[2]) unter Anwendung erheblich verschiedener Stromdichten an den beiden Elektroden gelungen, Wasser elektrolytisch zu zerlegen, wobei sich natürlich an beiden Elektroden Knallgas ergab. Kennelly[3]) will sogar gefunden haben, dass bei 200 Wechseln pro Sekunde und einer minimalen Stromdichte von 50 Ampère pro Quadratcentimeter die Menge des entwickelten Knallgases der durch einen gleich starken Gleichstrom entwickelten entspricht. Die Theorie der Elektrolyse durch Wechselströme ist durch Professor Mengarini[4]) und Dr. Malagnoli[5]) zum Gegenstande eingehender Studien gemacht worden. Da es aber bis jetzt nicht gelungen ist, zwischen der Menge der durch Elektrolyse erhaltenen Produkte und der Stärke des die Elektrolyse bewirkenden Stromes einen gesetzmässigen Zusammenhang aufzufinden, so sind nach dem heutigen Stande unserer Kenntnisse die elektrochemischen Wirkungen des Stromes zur Wechselstrommessung nicht geeignet.

3. Die elektromagnetischen Wirkungen des Stromes.

Alle elektromagnetischen Apparate beruhen auf der ablenkenden Wirkung, welche die Kraftlinien eines feststehenden magnetischen Feldes auf die Kraftlinien eines mit der Richtung des ersteren nicht zusammenfallenden, beweglich angeordneten magnetischen Feldes ausüben.

Wir müssen bei Besprechung dieser Wirkungen zunächst eine Unterscheidung nach der Art der einander ablenkend beeinflussenden Felder treffen.

a) Bei den meisten Galvanometern steht eine durch den Erdmagnetismus gerichtete permanente Magnetnadel unter der ablenkenden Wirkung einer oder einiger stromdurchflossenen Spulen, deren Axe meistens mit der magnetischen Axe der nicht abgelenkten Magnetnadel koinzidiert. Bei manchen Galvanometern jedoch ist die Anordnung eine derartige, dass das vom

[1]) E. Drechsel, Wiedem. Ann. 1889, 13, p. 18.

[2]) Manoeuvrier u. Chappuis, Comptes rendus 107. 1888, p. 31 u. 92 Centralbl. für El. 10, 1888, p. 672, 772, 792.

[3]) Kennelly, El. London, 21, p. 724.

[4]) Prof. Dr. Mengarini, El. London, 27, p. 304, 324 und Josef Herzog, El. Zeitschr. 1891, p. 424.

[5]) Dr. Malagnoli Lum. él. 47, p. 451, 610.

Strome geschaffene Feld der Spule das bewegliche, das permanente Feld das feststehende ist.

Wenn in ein Galvanometer ein rasch die Richtung wechselnder Strom gesandt wird, so werden die Kraftlinien des Spulenfeldes gleichzeitig mit dem Strome ihre Richtung ändern, während die Linien des permanenten Feldes ihre Richtung beibehalten. Es wird daher auf das bewegliche Feld des Galvanometers seitens der Linien des festen Feldes eine Anziehung ausgeübt, deren Richtung sich fortwährend ändert. Daraus ergiebt sich ohne weiteres, dass die Nadel eines Galvanometers unter dem Einflusse eines Wechselstromes keine Ablenkung von bestimmter Grösse oder Richtung erfährt, sondern nur in rasche Oscillation gerät. Galvanometer mit permanenten Magneten sind daher zur Wechselstrommessung nicht geeignet.

b) Anders verhält es sich bei den Elektrodynamometern. Bei diesen Apparaten verdanken festes und bewegliches Feld dem ganzen zu messenden Strome oder einem Teile desselben ihre Entstehung, und es ist daher klar, dass unter dem Einflusse eines Wechselstromes die beiden von demselben geschaffenen magnetischen Felder vollkommen oder nahezu gleichzeitig mit dem Strome ihre Richtung wechseln, woraus folgt, dass Elektrodynamometer auch dann eine Ablenkung von bestimmter Grösse und Richtung ergeben, wenn sie vom Wechselstrome durchflossen werden. Die besonderen Anforderungen, welche man an ein gutes und zur Messung von Wechselstrom besonders geeignetes Instrument dieser Art stellen muss, werden im Folgenden näher beleuchtet werden.

c) Weicheiseninstrumente. Die dritte Unterabteilung der elektromagnetischen Messinstrumente beruht auf der anziehenden Wirkung, welche eine vom Strome durchflossene Spule auf einen entsprechend angeordneten weichen Eisenkern ausübt. So lange die Zahl der Polwechsel pro Minute nicht zu hoch wird, erfolgt die Umkehrung der von einem die Spule durchfliessenden Wechselstrome im Eisenkern geschaffenen Linien nahezu gleichzeitig mit diesem Wechselstrome. Instrumente dieser Art werden also zur Wechselstrommessung geeignet sein. Doch beeinflusst die Form der periodischen Kurve der E. M. K. und insbesondere die Zahl der Polwechsel pro Minute die Ausschläge des Instrumentes für eine bestimmte Stromstärke in hohem Masse. Nach dieser Richtung hin hat der Verfasser auf Veranlassung des Herrn Professor Dr. E. Kittler eingehende Versuche angestellt, und Dr. Bruger hat den Einfluss

verschiedener Formen des weichen Eisenkerns so eingehend studiert, dass ihm die Herstellung von Apparaten gelungen ist, deren Angaben von der Zahl der Stromwechsel nahezu unabhängig sind.

4. Die elektrostatischen Wirkungen des elektrischen Stromes.

Das verbreitetste und bestbekannte elektrostatische Messinstrument ist das Quadrantenelektrometer in seinen verschiedenen Modifikationen. Es mag deshalb genügen, wenn wir den hier anzustellenden allgemeinen Betrachtungen dieses Instrument zu Grunde legen.

Wenn das Quadrantenelektrometer zur Messung der Spannungsdifferenz zweier Punkte eines Gleichstromkreises verwendet werden soll, wird die Nadel, d. i. der bewegliche Teil des Instrumentes, (z. B. durch Verbindung mit dem einen Pol einer zur Erde abgeleiteten Batterie) auf ein bestimmtes Potential gebracht, und dann werden die zwei aus gegenüberliegenden Sektoren gebildeten Quadrantenpaare an jene Punkte angelegt, deren Spannungsdifferenz gemessen werden soll.

Die Nadel wird sich dann nach jenem Quadranten hin bewegen, dessen Potential von dem ihrigen am meisten abweicht.

Würde man dieselbe Schaltung zur Messung der Spannungsdifferenz zweier Punkte eines Wechselstromkreises verwenden wollen, so würde die Nadel unter dem Einflusse der rasch wechselnden Potentiale der Quadrantenpaare höchstens eine oscillatorische Bewegung annehmen können. Verbindet man jedoch die Nadel elektrisch mit dem einen Quadrantenpaar und legt dann diese Kombination an den einen, das andere Quadrantenpaar an den anderen der zu betrachtenden Punkte des Wechselstromkreises, so wird die Nadel gleichzeitig mit den beiden Quadrantenpaaren das Vorzeichen ihres Potentiales wechseln und somit für eine bestimmte Wechselspannung einen bestimmten Ausschlag dadurch ergeben, dass sie sich ein Stück nach dem mit ihr nicht verbundenen Quadranten bewegt.

Diese Schaltungsmethode, welche Hallwachs[1]) die Methode der Doppelschaltung nennt, ist eine homostatische oder idiostatische, weil bei derselben die Nadel und das eine Quadrantenpaar durch eine dauernde elektrische Verbindung in denselben elektrostatischen Zustand versetzt werden.

---

[1]) W. Hallwachs, Ann. der Phys. u. Chem. 29, p. 13, 1886.

5. Die kalorischen oder thermischen Wirkungen des Stromes.

Die thermischen Wirkungen des elektrischen Stromes sind nach dem Joule'schen Gesetze proportional dem Quadrate der Stromstärke, und da das Quadrat einer positiven oder negativen Grösse stets positiv ist, müssen Apparate, welche auf der Wärmewirkung des Stromes beruhen, gleich gut zur Messung von Gleichstrom und Wechselstrom verwendbar sein. Auf die Vor- und Nachteile der eigentlichen und der in neuerer Zeit immer mehr in Aufnahme kommenden technischen Kalorimeter soll in den folgenden Paragraphen dieses Kapitels näher eingegangen werden.

6. Die induktiven Wirkungen des Stromes.

Wir haben im Vorhergehenden der Reihe nach jene Wirkungen behandelt, welche nur zur Gleichstrommessung, besser zur Messung von Gleichstrom als von Wechselstrom und gleich gut zur Messung von beiden verwendbar waren, und gelangen nun zu jener Klasse von Instrumenten, welche nur zur Wechselstrommessung geeignet sind und unter der Einwirkung eines Gleichstromes überhaupt keine Ablenkung ergeben. Denn diese Instrumente beruhen auf der Anziehung und Abstossung, welche seitens einer festen stromdurchflossenen Spule auf einen in sich geschlossenen, aber mit der Spule oder deren Stromkreis überhaupt nicht elektrisch verbundenen, beweglich angeordneten Leiter ausgeübt werden.

Instrumente dieser Art haben bis jetzt zwar noch keine ausgedehnte Anwendung gefunden, aber sie bieten doch soviel Interesse dar, dass ihre spätere Beschreibung gerechtfertigt erscheint.

7. Über die von den Messinstrumenten angezeigten Mittelwerte.

Wir haben beim Entwurf der im vorhergehenden Kapitel angeführten Diagramme stets nur die Maximalwerte der periodisch veränderlichen Grössen ins Auge gefasst, haben aber bei Durchführung von Zahlenbeispielen nicht vermeiden können, von mittleren Werten zu sprechen, obwohl wir bisher gar keine Festsetzung darüber getroffen hatten, was wir unter einem solchen Mittelwerte verstehen wollten.

Denken wir uns in einen von Gleichstrom durchflossenen Stromkreis eine wässerige Lösung von Silbernitrat oder Kupfersulfat eingeschaltet, so wird auf jener Elektrode, an welcher der Strom das Voltameter verlässt, Silber oder Kupfer niedergeschlagen werden.

Aus der Menge des niedergeschlagenen Metalles und der Dauer des Versuches vermögen wir in bekannter Weise zunächst die Elektrizitätsmenge in Ampère-Sekunden und dann auch die Elektrizitätsmenge pro Zeiteinheit, d. h. den Strom in Ampère zu berechnen. Es ist ohne weiteres klar, dass auch ein an Stärke veränderlicher Gleichstrom in einer bestimmten Anzahl Sekunden einen bestimmten Niederschlag ergiebt und dass aus der Menge dieses Niederschlages jener mittlere Strom berechnet werden kann, welcher bei konstanter Stärke in derselben Zeit denselben Niederschlag ergeben hätte.

Die chemische Definition der Stromstärke giebt uns also den Mittelwert der pro Zeiteinheit gelieferten Elektrizitätsmenge.

Führen wir jedoch den zu messenden Gleichstrom durch die beiden Windungen eines Elektodynamometers, so wird unter dem Einflusse der beiden Spulenfelder die bewegliche Spule eine Ablenkung einzunehmen streben, welcher z. B. durch die Torsionskraft einer Feder das Gleichgewicht gehalten werden kann. Die Grösse dieser Torsionskraft ist proportional dem Ablenkungswinkel α und proportional dem Produkte der Ströme J_1 und J_2 in den beiden Spulen des Dynamometers, so dass man allgemein die Grösse einer am Elektrodynamometer zu erwartenden Ablenkung aus der Gleichung

$$\alpha\, k = J_1\, J_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

erhalten kann, in welcher k ein experimentell zu bestimmender Faktor ist.

In dem besonderen Falle des Siemens'schen Elektrodynamometers durchfliesst derselbe Strom die beiden hintereinander geschalteten Spulen, und der Ausschlag α misst dann das Quadrat des an Stärke und Richtung zunächst konstant gedachten Stromes J.

$$\alpha\, k = J^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

oder

$$J = \sqrt{\alpha\, k} = K \sqrt{\alpha}.$$

Im allgemeinen lässt sich für einen an Grösse und event. auch an Richtung wechselnden Strom die Thatsache konstatieren, dass die dynamische Definition der Stromstärke die

Wurzel aus dem Mittelwerte der Quadrate der Stromstärken giebt.

So lange der Strom weder seine Stärke noch seine Richtung ändert, werden die chemische und die dynamische Definition der Stromstärke offenbar den nämlichen Wert ergeben. Dies ist jedoch nicht mehr der Fall, sobald der Strom wesentlichen Änderungen in Bezug auf seine Grösse unterworfen ist.

Um die Richtigkeit dieser Behauptung einsehen zu können, ohne zur Anwendung höherer Mathematik greifen zu müssen, denken wir uns einen Strom, dessen Verlauf graphisch in Fig. 104 dargestellt ist.[1])

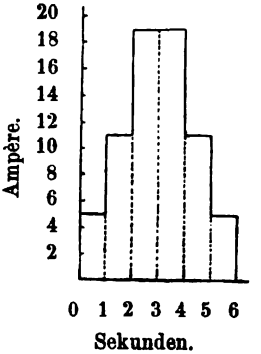


Fig. 104.

Dieser Strom beträgt während der ersten Sekunde fünf Ampère, wächst dann plötzlich für die Dauer einer Sekunde auf 11 Ampère, erhebt sich schliesslich während der dritten und vierten Sekunde auf 19 Ampère, um am Ende der vierten Sekunde plötzlich auf 11 Ampère, am Ende der fünften Sekunde plötzlich auf 5 Ampère herabzusinken.

Als Gleichstrom von veränderlicher Stärke kann dieser Strom sowohl durch ein Voltameter, als durch ein Elektrodynamometer gemessen werden.

Während aber der Mittelwert M (i) der pro Zeiteinheit gelieferten Elektrizitätsmenge im vorliegenden Falle gleich ist

$$J' = M(i) = \frac{5 \cdot 1 + 11 \cdot 1 + 19 \cdot 2 + 11 \cdot 1 + 5 \cdot 1}{6} = 11{\cdot}7 \text{ Amp.},$$

erreicht der Mittelwert M (i^2) der Quadrate der Stromstärken den Wert

$$J^2 = M(i^2) = \frac{5^2 \cdot 1^2 + 11^2 \cdot 1^2 + 19^2 \cdot 2^2 + 11^2 \cdot 1^2 + 5^2 \cdot 1^2}{6}$$

$$= \frac{1014}{6} = 169,$$

und somit besitzt die durch das Dynamometer gemessene Stromstärke den Wert

$$J = \sqrt{M(i^2)} = \sqrt{169} = 13 \text{ Ampère}.$$

[1]) H. E. Harrison, El., London 28, p. 171.

Will man den Wert M (i) für einen sinusförmig verlaufenden Strom finden, so muss man zunächst den Inhalt der Fläche o y b (Fig. 105) bestimmen, welche von der halben Sinuslinie und der Axe der Zeiten eingeschlossen wird. Die Grundlinie o b dieser Fläche entspricht einer halben Periode; der Wert M (i) = J' entspricht der Höhe eines Rechteckes, welches mit der Fläche o y b gleichen Inhalt und gleiche Grundlinie o b besitzt. Um diese mittlere Höhe zu erhalten, teilt man die Grundlinie o b deren Länge mit l bezeichnet sein mag, in n gleiche Abschnitte von der sehr geringen Breite δ x, errichtet über jedem solchen Teilpunkte eine

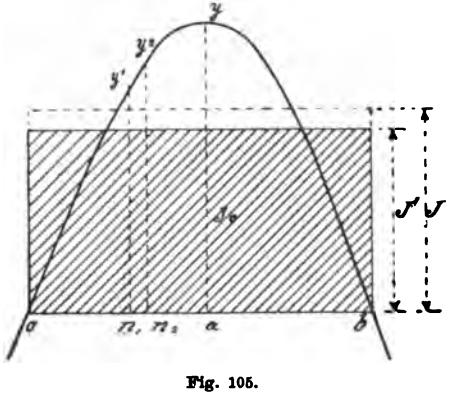


Fig. 105.

Ordinate, deren Höhe je nach der Lage der Punkte n_1, n_2 verschieden sein und zwischen o und a $y = J_0$ liegen wird, addiert alle diese Ordinaten und teilt die erhaltene Summe durch die Anzahl n der Ordinaten. Diese letzteren werden die Länge $y = J_0 \sin \frac{\pi}{l} x$ besitzen, wenn x die Entfernung des Fusspunktes der Ordinate vom Ursprung o der Zeiten bedeutet. Daraus folgt, dass

$$M(i) = \frac{1}{n}\left(y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y(n-1)\right)$$

$$= \frac{J_0}{n}\left(\sin o + \sin \frac{\pi}{l}\delta x + \sin \frac{\pi}{l}.2\,\delta x + \ldots + \sin \frac{\pi}{l}(n-1)\delta x\right)$$

Da nun nach den Sätzen der Trigonometrie der Ausdruck in der Klammer gleich

$$\frac{\sin\left(\frac{n-1}{2}.\frac{\pi}{l}.\delta x\right)\sin\left(\frac{n}{2}.\frac{\pi}{l}.\delta x\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{l}.\frac{\delta x}{2}\right)}$$

ist, so muss sein

$$M(i) = \frac{J_0}{n\,\delta x} \cdot \frac{l}{\pi} \cdot \frac{\frac{\pi}{l}\,\delta x}{\sin \frac{\pi}{l} \frac{\delta x}{2}} \left[\sin \left(\frac{n\,\pi\,\delta x}{2\,l} - \frac{\pi\,\delta x}{2\,l} \right) \sin \frac{n\,\pi\,\delta x}{2\,l} \right]$$

Lässt man in diesem Ausdrucke die Zahl der Abschnitte n sich mehr und mehr der Unendlichkeit nähern, so nähert sich die Breite δx derselben mehr und mehr Null. Dabei bleibt aber stets die Beziehung bestehen, dass das Produkt aus Breite und Anzahl der Abschnitte gleich der ganzen Länge o b ist. Es ist also noch immer $n\,\delta x = l$, während δx selbst zu Null wird, sobald $n = \infty$ ist. Dann vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$M(i) = \frac{J}{\pi} \cdot \left(\frac{\frac{\pi}{l}\,\delta x}{\sin \frac{\pi}{l} \frac{\delta x}{2}} \right) \cdot \sin^2 \frac{\pi}{2}$$

Der Ausdruck in der Klammer nimmt den Wert 2 an sobald $\delta x = 0$ wird; der dritte Faktor besitzt den Wert Eins; es ist also schliesslich

$$M(i) = J' = \frac{2}{\pi} J_0 = 0{\cdot}637\ J_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Der Wert $M(i^2)$ eines sinusförmigen Stromes ergiebt [1]) sich in ganz ähnlicher Weise, wenn man die Ordinaten

$$y = J_0 \sin \frac{\pi}{l} x$$

quadriert, addiert und ihre Summe durch n teilt. Es ist also

$$M(i^2) = \frac{1}{n} (y^2_0 + y^2_1 + y^2_2 + \ldots + y^2_{(n-1)})$$

$$= \frac{J_0^2}{n} \left(\sin^2 0 + \sin^2 \frac{\pi}{l} \delta x + \sin^2 \frac{\pi}{l} 2\,\delta x + \ldots + \sin^2 \frac{\pi}{l} (n-1)\,\delta x \right)$$

Da aber $\sin^2 z = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\,z)$, so kann die Reihe in der Klammer ersetzt werden durch den Ausdruck

$$\frac{n}{2} - \frac{1}{2} \left(\cos 0 + \cos \frac{2\pi}{l} \delta x + \cos \frac{4\pi}{l} \delta x + \ldots \cos (n-1) \frac{\pi}{l} 2\,\delta x \right)$$

---

[1]) J. A. Fleming, Alternate curr. transf. I. p. 89.

Da die Winkel in arithmetischer Progression wachsen, können wir für mehr und mehr wachsendes n stets Paare von Winkeln herausgreifen, deren Cosinuswerte gleich gross sind, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben. Der gesamte Ausdruck in den letzten Klammern wird also für $n = \infty$ zu Null werden. Dann ist aber

$$M(i^2) = \frac{J_0^2}{n} \cdot \frac{n}{2} = \frac{J_0^2}{2} \quad \ldots\ldots 4)$$

und somit

$$J = \sqrt{M(i^2)} = \frac{J_0}{\sqrt{2}} = 0{\cdot}707\ J_0 \quad \ldots\ldots 4a)$$

Damit ist auch erwiesen, dass J nur etwa 10 % grösser ist als J', sobald der Strom sinusförmigen Verlauf hat.

Man hat vielfach J' den wahren Strom und J den effektiven Strom genannt; da aber unsere meisten Messinstrumente den Stromwert J anzeigen, genügt es, diesen Wert einfach als Strom und den entsprechenden Wert

$$E = \sqrt{M(e^2)} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \quad \ldots\ldots 4b)$$

als Spannung oder E. M. K. des Wechselstromes zu bezeichnen. Diese kurzen und einfachen Ausdrücke empfehlen sich um so mehr, als man bei allen praktischen Angaben stets nur diese Mittelwerte vor Augen hat. Man kann dann J_0 und E_0 als maximale und J' und E' als mittlere Werte des Stromes und der Spannung bezeichnen. Nach dieser Bezeichnungsweise hätten wir also

den Strom $J = \sqrt{M(i^2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} J_0$

den mittleren Strom $J' = M(i) = \frac{2}{\pi} J_0 = 0{\cdot}9\ J$

den maximalen Strom $J_0 = J\sqrt{2} = J' \cdot \frac{\pi}{2}$

die E. M. K. $E = \sqrt{M(e^2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0$

die mittlere E. M. K. $E' = M(e) = \frac{2}{\pi} E_0 = 0{\cdot}9\ E$

die maximale E. M. K. $E_0 = E\sqrt{2} = E' \frac{\pi}{2}$

Die einzigen Instrumente, welche durch den mittleren Strom J' bethätigt werden, sind die mit weichem Eisen arbeitenden technischen Voltmeter und Ampèremeter; da aber auch diese Instrumente zur Wechselstrommessung mit Elektrodynamometern oder anderen durch den Strom J bethätigten Instrumenten geaicht werden, lässt sich behaupten, dass alle zur Strom- oder Spannungsmessung verwendeten Wechselstrom-Instrumente den Wert des Stromes J oder der Spannung E angeben.

Wir wissen nach den Ableitungen der vorhergehenden Kapitel, dass die Arbeit eines Wechselstromes nur dann durch das Produkt aus Strom und Spannung gegeben ist, wenn die Spannung auf einen induktionsfreien Widerstand arbeitet. Sobald zwischen Strom und Spannung eine Phasenverschiebung φ auftritt, ist dieses Produkt noch mit dem cos φ zu multiplizieren.

Wir hatten bei diesen Ableitungen nur die Maximalwerte des Stromes, der Spannung und des Effektes vor Augen. Da aber maximale und mittlere Werte sich bei sinusförmigem Verlaufe der variablen Grössen nur um die Zahlenfaktoren der Gleichungen unterscheiden, so gelten alle für die Maximalwerte gegebenen Ableitungen ohne weiteres auch für die Mittelwerte.

Der von dem Wechselstrome J im induktionsfreien Widerstande R geleistete und der Wechselspannung E entsprechende Effekt W ist also

$$W = M(i \cdot e) = J \cdot E = J^2 \cdot R = \frac{E^2}{R} \quad \ldots \quad 5)$$

oder auch

$$W = \frac{J_0 E_0}{2}$$

Diese einfache Beziehung gilt jedoch nur für den induktionsfreien Widerstand R.

Sobald der Widerstand R mit Induktion behaftet ist, lässt sich der Effekt nicht mehr aus den Angaben eines Ampèremeters und eines Voltmeters berechnen, sondern es ist zur Messung desselben ein besonderes Instrument erforderlich, welches in jedem Momente den Mittelwert des Produktes M(i.e) angiebt. Wenn wir in diesem Produkte die Spannung e ersetzen durch das Produkt aus einem Strome i_1 und einem induktionsfreien Widerstande r, so erkennen wir, dass der Mittelwert

$$W = M(i \cdot e) = M(i \cdot i_1 \cdot r) = r \cdot M(i \cdot i_1) \quad \ldots \quad 6)$$

durch ein Elektrodynamometer gemessen werden kann, dessen zwei Spulen von den Strömen i und i_1 passiert werden. Ein solches Dynamometer pflegt man ein Wattmeter zu nennen.

Da der Effekt auch gleich $W = J.E. \cos \varphi$ ist, so kann man aus den Angaben eines Wattmeters, eines Ampèremeters und eines Voltmeters den cos des Verschiebungswinkels φ berechnen.

Dieser

$$\cos \varphi = \frac{W}{J \, . \, E} = f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

ist gleich dem Verhältnis der Watt (W) zu den Volt-Ampère (J . E) oder gleich dem früher definierten Faktor des Effektes.

Enthält ein Stromkreis mehrere parallel oder hintereinander geschaltete induktive Widerstände, oder ist derselbe mit Selbstinduktion und Kapazität behaftet, so giebt die obenstehende Gleichung 7) nur den äquivalenten Verschiebungswinkel φ, welcher bei der resultierenden Spannung E und dem resultierenden Strome J dem Gesamteffekt W entspricht.

Alle diese Beziehungen gelten nur dann, wenn die E. M. K. und auch der Strom sinusförmig variieren; die Beziehungen zwischen den von den Messinstrumenten angezeigten Mittelwerten und den Maximalwerten der variablen Grössen werden naturgemäss etwas andere, wenn die E. M. K. oder der Strom nicht dem Sinusgesetze folgen. Wir werden im Anhange zum folgenden Kapitel die Form der periodischen Kurve der E. M. K. und den Einfluss derselben auf die Angaben der Messinstrumente näher beleuchten; aber wir können schon jetzt vorgreifend bemerken, dass fast jede praktisch vorkommende E. M. K. mit einer für die meisten Zwecke der Praxis genügenden Genauigkeit durch eine äquivalente Sinuslinie ersetzt werden kann.

8. Verwendung des Elektrodynamometers zur Strommessung.

Bei den nun folgenden Untersuchungen über die Eigenschaften, welche ein zur Wechselstrommessung geeigneter Apparat besitzen muss, werden wir stets so verfahren, dass wir einen bekannten Apparat den Betrachtungen zu Grunde legen und dann die aus der Betrachtung dieses Apparates sich ergebenden Schlüsse auf die Beurteilung anderer Typen der nämlichen Apparatenklasse anwenden.

So möge den Untersuchungen über die Verwendbarkeit des Elektrodynamometers zur Strommessung das Siemens'sche Dynamometer für starke Ströme zu Grunde gelegt werden,

welches wohl eins der verbreitetsten und bewährtesten Instrumente der elektrotechnischen Praxis ist.

Bei diesem Instrumente sind zwei konzentrisch zueinander angeordnete Systeme von festen Spulen vorhanden, von welchen das eine für maximal 35, das andere für maximal 100 Ampère bestimmt ist. Diese zwei Windungssysteme sind in Serie geschaltet und bei der älteren Form des Instrumentes derart angeordnet, dass bei Benutzung der Klemmen 1 und 2 des Apparates die dicke feste Spule, bei Benutzung der Klemmen 2 und 3 des Apparates die dünne feste Spule in Verwendung steht. Der Strom durchläuft die betreffende feste Spule und den beweglichen Bügel hintereinander, indem er in den

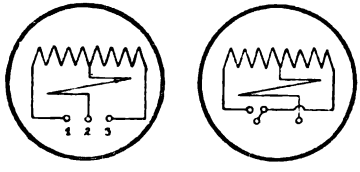


Fig. 106.

Schema des alten und neuen Elektrodynamometers von Siemens.

Fig. 107.

Elektrodynamometer von Siemens.

letzteren durch Quecksilbernäpfe eintritt (Fig. 107). Der bewegliche Bügel besteht beim Siemens-Dynamometer für starke Ströme aus nur einer Windung blanken Drahtes von der in Fig. 107 dargestellten Form. Er ist mittels eines Fadens und einer Öse torsionsfrei und derart aufgehängt, dass er in seiner Ruhelage mit seiner Ebene senkrecht zu der Windungsebene der festen Spulen steht. In dieser Lage spielt der mit ihm verbundene Zeiger über dem Nullpunkte der bei den älteren Instrumenten in Bogengrade geteilten Skala. Eine Spiralfeder, von deren Güte die Güte des Instrumentes fast ausschliesslich abhängig ist, liegt mit ihrem einen Ende an der unteren Platte eines Torsionskopfes, mit ihrem anderen Ende an der Öse des beweglichen Bügels. Sollte schon in der Ruhelage der mit dem

Bügel verbundene bewegliche Zeiger nicht auf Null einspielen, so genügt eine geringe Torsion der Feder zur Herstellung der Ruhelage. Der Torsionskopf trägt ebenfalls einen Zeiger, welcher mit der oberen Platte des ersteren verbunden ist und nach Lösung der Schraube so eingestellt werden muss, dass er bei stromlosem Zustande des Instrumentes gleichfalls auf Null zeigt. Tritt infolge Stromdurchganges eine Ablenkung des beweglichen Bügels ein, so wird derselbe durch Verdrehung des Torsionskopfes und Anspannung der Feder wieder in seine Ruhelage gebracht. Der bewegliche, mit dem Bügel verbundene Zeiger spielt dann wieder auf Null ein. Der mit dem Torsionskopfe durch eine Schraube fest verbundene Zeiger aber giebt den Winkel in Bogengraden an, um welchen die Feder zur Herstellung des Gleichgewichtes tordiert werden müsste. Dieser Winkel ist proportional der $\sqrt{M\,(i^2)}$, d. h. dem Strome J.

Bei den Instrumenten neuerer Konstruktion ist zunächst der Übergang von einem der festen Windungssysteme zum anderen dadurch erleichtert, dass das Instrument mit einem Umschalter versehen ist und infolge dessen nur zweier Klemmen bedarf. Das Schema des Instrumentes nimmt dann die in Fig. 106 dargestellte Form an. Auch die Skala hat eine Umänderung erfahren, da ihre Teilung nicht mehr nach Bogengraden, sondern nach den Wurzeln der ganzen Zahlen von 10—200 durchgeführt und mit den Zahlen 10 —200 in entsprechender Weise bezeichnet ist. Durch die Anwendung dieser ungleichförmigen Skala, deren Teilstriche nach dem Skalenende hin grösser werden, wird die lästige Ermittelung der Wurzel aus dem Ablenkungswinkel vermieden.

Soll ein solches Instrument zur Strommessung verwendet werden, so wird die Einschaltung desselben in den Stromkreis eine Änderung der Stromstärke und ihrer Verschiebung gegenüber der E. M. K. zur Folge haben, weil das Instrument einen mit Selbstinduktion behafteten Widerstand repräsentiert. Diese Änderung wird um so höher sein, je grösser Widerstand und Selbstinduktion des Instrumentes sind. Da aber jedes zur direkten Strommessung durch Einschaltung in den Hauptstromkreis bestimmte Instrument einen im Vergleiche zur Gesamtspannung vernachlässigbaren Spannungsverlust aufweisen muss, ist es leicht, auch den Selbstinduktionskoëffizienten der kernlosen Elektrodynamometerwindungen klein zu machen. Beim Siemens'schen Dynamometer für starke Ströme sind

die Widerstände und Selbstinduktionskoëffizienten nach den Messungen von Ledeboer und Manoeuvrier[1])

A)	Für die dicke feste Spule	Für den bewegl. Bügel	Für den ganzen Apparat
Widerstand in Ohm	0·0060	0·0040	0·0100
Selbstind-Koëff. in Henry . .	0·000023	0·000012	0·000035
B)	Für die dünne feste Spule	Für den bewegl. Bügel	Für den ganzen Apparat
Widerstand in Ohm	0·4300	0·0040	0·4340
Selbstind-Koëff. in Henry . .	0·001400	0·000012	0·001412

Auf Grund dieser Angaben könnte man aus dem mit dem Elektrodynamometer gemessenen Strome jenen ideellen Wert berechnen, welchen der Strom unter sonst ganz gleich gebliebenen Verhältnissen in dem untersuchten Stromkreise hätte haben müssen, wenn das Dynamometer durch eine widerstandslose und induktionsfreie Verbindung ersetzt gedacht wird. Aus dieser schwerfälligen Definition erkennt man, dass die Einschaltung des Dynamometers in den Stromkreis zwar den Widerstand und Strom desselben etwas ändert, dass aber der nach Einschaltung des Instrumentes vorhandene und das Instrument passierende Strom von demselben richtig gemessen wird.

Die Genauigkeit dieser Messung ist innerhalb des Messbereiches des Instrumentes nicht durchaus die gleiche. Wir wissen, dass die Ablenkung des Instrumentes proportional dem Strome J, d. h. proportional $\sqrt{M(i^2)}$ ist; eine einfache Überlegung ergiebt, dass infolge dessen die höheren Stromwerte sich genauer ermitteln lassen als die niedrigen. Um dies an einem Beispiele klarzulegen, denken wir das Instrument mit einer gleichförmigen Gradteilung versehen. Durch Aichung mit Gleichstrom sei ermittelt worden, dass die Konstante der dünnen festen Wickelung $k = 0{\cdot}828$ sei; die Stromstärke ergiebt sich dann aus der Ablenkung α Grad aus der Beziehung

$$J' = k\sqrt{\alpha} = 0{\cdot}828 \,.\, \sqrt{\alpha}.$$

Wenn man den von einer Maschine gelieferten Wechselstrom messen will, wird sich der Zeiger am beweglichen Bügel auch bei gleichmässigem Gange derselben kaum auf einen Grad genau einstellen lassen. Angenommen nun, wir hätten infolge dieser unvermeidlichen Beobachtungsfehler abgelesen
für den Strom J_1' das eine Mal $48{\cdot}5^0$, das andere Mal $49{\cdot}5^0$,
» » » J_2' » » » $323{\cdot}5^0$, » » » $324{\cdot}5^0$,

[1]) Ledeboer und Manoeuvrier, Lum. él. 24, p. 151, 1887. Lum. él. 27, p. 254, 1888. El. Rev. 22, p. 159, 1888.

dann wäre die Unsicherheit der Ablesung bei J_2' etwa $^1/_8$ %, bei J_1' dagegen über 2 %, und die wahrscheinlichsten Werte der Stromstärken wären:

$$J_1' = 0{\cdot}828 \sqrt{\frac{48{\cdot}5 + 49{\cdot}5}{2}} = 5{\cdot}8 \text{ Ampère}$$

und

$$J_2' = 0{\cdot}828 \sqrt{\frac{323{\cdot}5 + 324{\cdot}5}{2}} = 14{\cdot}9 \text{ Ampère.}$$

Die Empfindlichkeit des Siemens'schen Instrumentes wird durch die schwache Dämpfung der Schwingungen und die nicht ganz zu beseitigende Reibung des Bügels im Quecksilber beeinträchtigt.

Zur Vermeidung grösserer Reibung empfiehlt es sich bei unreiner oder oxydierter Oberfläche des Quecksilbers, in den die Stromzuführung zum beweglichen Bügel vermittelnden Näpfchen dasselbe teilweise oder ganz abzugiessen und durch reines zu ersetzen; das Betupfen mit Salpetersäure nützt nur momentan, da die Säure auf die Dauer in das Holz der Näpfchen eindringt und dann die ganze Masse des Quecksilbers oxydiert.

Eine raschere Dämpfung der Schwingungen lässt sich dadurch erreichen, dass man, sobald der bewegliche Zeiger nur einigermassen einspielt, unter dauerndem sanften Klopfen am Gestelle des Instrumentes den Torsionskopf äusserst langsam bewegt. Ab und zu kann man auch ganz kleine Bewegungen entgegengesetzt der momentanen Schwingungsrichtung des Bügels vornehmen. Bei einiger Übung geschehen diese Dämpfungsbewegungen ganz mechanisch. Die Verwendung dieses kleinen Kunstgriffes erleichtert und beschleunigt die Einstellung insbesondere dann, wenn die Stromzuführung zur beweglichen Spule nicht durch Quecksilbernäpfchen, sondern durch die metallische Aufhängung derselben erfolgt.

Hat man beim Siemens'schen oder bei einem ähnlichen Dynamometer nach langsamem Drehen eine Einstellung erreicht, so entfernt man den beweglichen Bügel das eine Mal in Richtung der wachsenden, das andere Mal in Richtung der abnehmenden Zahlen der Skala aus seiner Ruhelage und stellt dann jedesmal unter Beobachtung derselben Kunstgriffe wieder ein. Die Reibung des Bügels im Quecksilber sucht dann denselben das eine Mal in der einen, das andere Mal in der anderen Richtung zurückzuhalten, sodass einige Wahrscheinlichkeit dafür vor-

handen ist, dass die eine Ablesung etwas zu klein, die andere etwas zu gross auszufallen strebt. Das Mittel aus drei (oder aus fünf) Ablesungen giebt dann den wahrscheinlichsten Wert.

Die Genauigkeit der Einzelablesung am Siemens'schen Dynamometer und an allen ähnlich gebauten Instrumenten, die wir später beschreiben werden, beträgt bei regelmässigem Gange der Maschine in den für die Messung günstigen Lagen etwa 1%. Da aber der Fehler in der Ablesung das Resultat nur mit der Hälfte des Betrages beeinflusst, so lässt sich bei Vornahme von 3—5 Ablesungen leicht eine Genauigkeit von $^1/_2$% erlangen. Für die Praxis ergeben schon zwei sorgfältige Einstellungen eine genügende Genauigkeit.

Was die Konstanz der Konstanten des Instrumentes anbelangt, so lässt dieselbe bei allen mit guten Torsionsfedern arbeitenden Instrumenten nichts zu wünschen übrig. W. Kohlrausch[1]) konstatiert z. B., dass ein Siemens'sches Dynamometer für starke Ströme, dessen Feder um 200° tordiert worden war, seine Ruhelage nach 70 Stunden um etwa $^1/_2$% geändert hatte und dass bei guten Federn oft wiederholte Deformationen und Temperaturveränderungen von so geringem Einflusse sind, dass die Verwendung der Deformation von Spiralfedern als Massstab für die in den Instrumenten infolge der ablenkenden Wirkung des Stromes entstehenden Kräfte ausnahmslos zulässig ist. Dieses Ergebnis stimmt vollkommen mit den Resultaten vielfacher Messungen und Aichungen des Verfassers überein[2]).

Erscheint auch die Genauigkeit des Siemens'schen Dynamometers für starke Ströme, das übrigens in ähnlicher Ausführung auch für Ströme von 0·1—5 oder für 0·5—20 Ampère geliefert wird, nicht ausreichend, so muss man sich zur Ausführung der direkten Strommessungen einer anderen Gruppe von Instrumenten zuwenden, welche durch Sir W. Thomson zu hoher Vollkommenheit ausgebildet wurden und welche sich besonders in England einer weiten Verbreitung erfreuen. Es sind dies die elektrodynamischen Stromwagen.

Sämtliche von James White, Glasgow, angefertigten Thomson'schen Wechselstromwagen besitzen kreisring- oder kreis-

[1]) W. Kohlrausch, El. Zeitschr. 1886 p. 323.

[2]) Ein grösserer Teil der vorstehenden und der folgenden Ausführungen über Messungen und Messmethoden ist einer früher veröffentlichten Arbeit des Verfassers entnommen, welche im Centralblatt für Elektrotechnik, 12, p. 87, 1889 und in französischer Übersetzung durch Ledeboer in Lum. él. 35, p. 17, ff. 1890 erschien.

bogenförmige Spulen, welche für stärkere Ströme aus einer oder mehreren Windungen eines Kabels bestehen. Die einzelnen Drähte dieses Kabels sind voneinander durch Seidenbespinnung getrennt und so angeordnet, dass durch die Induktionswirkung der Drähte in dem Querschnitte des Kabels keine ungleichförmige Verteilung des Stromes entstehen kann.

Bei allen Wechselstromwagen mit Ausnahme der grössten (für 25 — 500) Ampère wird jeder der beweglichen Ringe von zwei feststehenden Ringen beeinflusst (Fig. 108). Diese drei Ringe stehen nahezu horizontal und bilden eine Gruppe. Jedes Instrument besitzt zwei solcher Gruppen, von welchen die beiden beweglichen Spulen an den Armen eines Wagebalkens befestigt sind und von den ihnen benachbarten festen Spul in entgegengesetzten Richtungen angezogen und bewegt werden.

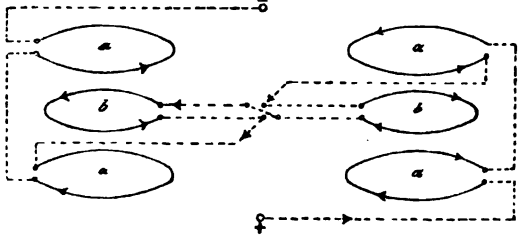


Fig. 108. Schema der Stromwagen von Sir W. Thomson

Der Strom durchfliesst die zwei beweglichen Spulen in entgegengesetzten Richtungen, behebt dadurch irgendwelche störende Einflüsse, welche das erdmagnetische oder ein lokales magnetisches Feld auf die Messung ausüben könnte, und durchläuft dann die über und unter den beweglichen Spulen angeordneten festen Spulenringe in solcher Richtung (Fig. 108), dass die Wirkungen derselben sich unterstützen. Nur bei der vorerwähnten grössten Wage durchfliesst der Gesamtstrom einen einzelnen festen Ring und verteilt sich dann auf die zwei Hälften eines beweglichen Ringes, von welchen durch die resultierende elektrodynamische Wirkung die eine auf-, die andere abwärts bewegt wird. Die Stromzuführung zur beweglichen Spule (Fig. 109) geschieht bei allen Instrumenten mittels kurzer, dünner Kupferdrähtchen, welche parallel nebeneinander angeordnet sind und so flexible, unterteilte Kupferbänder bilden. An diesen Drähtchen ist zugleich der Wagebalken aufgehängt. Da sie mit den grossen Metallmassen des Wagebalkens und der

Aufhängezapfen verbunden sind und wegen ihres geringen Durchmessers bei grösster Biegsamkeit relativ grosse Ober-

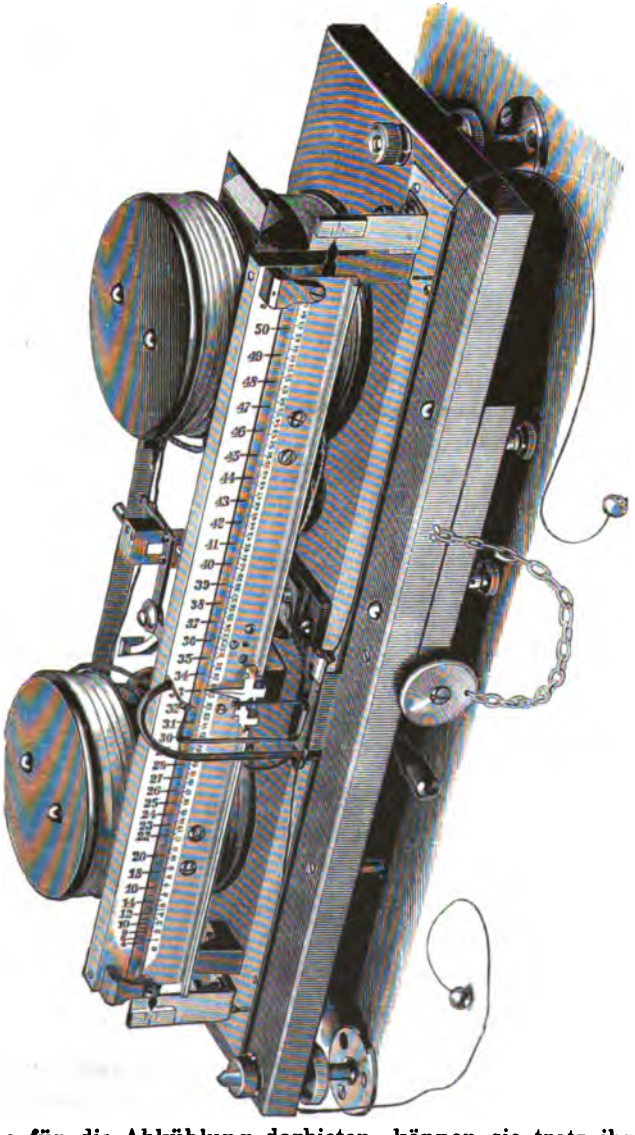


Fig. 109. Centiampère-Wage nach Sir W. Thomson.

fläche für die Abkühlung darbieten, können sie trotz ihres geringen Querschnittes verhältnismässig starke Ströme führen.

Bei jenen Instrumenten, bei welchen die bewegliche Spule zwischen zwei festen angeordnet ist, entspräche die genaue Mittelstellung der beweglichen Spule einem Minimum der Kraftwirkung. Im Interesse einer stabilen Anordnung ist deshalb die Ruhelage an beiden Enden des Wagebalkens etwas näher an die abstossende Spule gerückt, sodass eine um etwa 0·2 % grössere Kraft im abstossenden Sinne zur Wirkung gelangt.

Die Abgleichung geschieht dadurch, dass an einem nahezu horizontalen, graduierten Arme, welcher vorher durch Anbringung eines Gegengewichtes (und eventuell eines Reitergewichtchens für die feinere Abgleichung) in die markierte Gleichgewichtslage gebracht wurde, ein Gewicht so lange verschoben wird, bis der Wagebalken wieder einspielt. Die Bewegung des Gewichtsstückes kann mittels einer in Fig. 109 angedeuteten Vorrichtung durch Ziehen an den beiden sichtbaren Seidenschnüren erfolgen. Die Ablesung geschieht je nach dem Grade der erforderlichen Genauigkeit, entweder an einer direkt geteilten oder an einer darunter befindlichen, mit gleichförmiger Teilung versehenen Skala. Jedem Instrumente werden vier Gewichte und vier entsprechende Gegengewichte beigegeben, wovon das eine Paar durch den auf Figur 109 ersichtlichen Schlitten und sein Gegengewicht gebildet wird; die Zusatzgewichte sind so abgeglichen, dass

bei der Centiampère-, Deciampère-, Dekaampère-, Hektoampère-, Kiloampère-Wage						
dem 1. Paare	0·0025	0·025	0·25	1·5	5	Ampère pro Grad der direkten Teilung
» 2. »	0·0050	0·050	0·50	3·0	10	
» 3. »	0·0100	0·010	1·00	6·0	20	
» 4. »	0·0200	0·020	2·00	12·0	50	

entsprechen. Die direkte Teilung umfasst etwa 50 Teile, und der Messbereich der einzelnen Wagen ist somit

bei der Centiampère-Wage	0·01	bis	1·0	Ampère
Deciampère- »	0·10	»	10	»
Dekaampère- »	1	»	100	»
Hektoampère- »	6	»	600	»
Kiloampère- »	25	»	2000	»

Die Gewichte sind, wenn die obigen Verhältnisse gelten sollen, zusammen aufzulegen, sodass z. B. das zweite Paar durch Auflegung des ersten Zusatzgewichtes auf Schlitten und Gegengewicht, das vierte Paar durch Auflegen sämtlicher Zu-

satzgewichte gebildet wird. Die so gebildeten Gewichtspaare verhalten sich wie 1 : 4 : 16 : 64 und gestatten die Messung vom 1 bis zum 100 fachen Betrage der minimalen Stromstärke. Die genaue Teilung ist so durchgeführt, dass die Stromstärke aus dem Produkte der Instrumentenkonstanten und der doppelten Quadratwurzel ermittelt wird. Wenn z. B. bei der Centiampère-Wage die Ablesung bei Auflegung der ersten zwei Zusatzgewichtspaare (entsprechend dem dritten Paare) 275 war, so entspricht dieselbe einer Stromstärke

$$J = 0{\cdot}01 \,.\, 2 \,.\, \sqrt{275} = 0{\cdot}01 \,.\, 33{\cdot}17 = 0{\cdot}0332 \text{ Ampère.}$$

Die Ablesung an der direkten Skala hätte etwa (siehe Fig. 109) $33{\cdot}0 \times 0{\cdot}01$ oder $33{\cdot}1 \times 0{\cdot}01$ ergeben.

Die Wagen sind so stark dimensioniert, dass sie 75 % ihrer maximalen Stromstärke (entsprechend einer Einstellung von etwa 37 Teilstrichen der direkten Skala) dauernd, den Maximalstrom aber lange genug für alle Aichungszwecke ertragen können.

Fig. 109 lässt auch noch den Hebel erkennen, mittels dessen die Gewichte aufgesetzt werden können, und zeigt ausserdem den Handgriff, mittels dessen das die Arretierung des Wagebalkens bewirkende Excenter bewegt wird.

9. Verwendung des Elektrodynamometers zur Spannungsmessung.

Soll ein Elektrodynamometer zur Messung der Spannungsdifferenz zwischen zwei Punkten A und B verwendet werden, so muss der Widerstand des Instrumentes hoch genug sein, um den höchsten Strom in der durch das Instrument gebildeten Nebenschliessung gegenüber der geringsten Stärke des Hauptstromes zwischen A und B vernachlässigbar erscheinen zu lassen. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so sind unliebsame Korrektionen erforderlich, da dann durch Anlegung des Nebenschlusses der Spannungsunterschied und die ursprüngliche Stromstärke zwischen A und B merkbar verändert wurde. Ist der Widerstand hoch genug, so hängt die Brauchbarkeit des Instrumentes in hohem Masse davon ab, ob derselbe ausschliesslich durch die Spulen des Instrumentes oder zum Teile durch induktionsfreie Vorschaltwiderstände zu diesen Spulen gebildet wird.

Ein Instrument der ersten Art wird einen hohen Betrag von Selbstinduktion und damit auch bei einigermassen erheblicher Periodenzahl eine hohe Impedanz aufweisen; ausserdem

wird das Verhältnis dieser Impedanz zum Widerstande des Instrumentes je nach der Zahl der Perioden verschieden sein.

Die Methode der Spannungsmessung mit dem Elektrodynamometer (oder allgemein mit irgend einem auf der Wirkung der Stromstärke beruhenden Instrumente) ist eine indirekte; sie vollzieht sich nur in der Weise, dass die an den Klemmen des Instrumentes wirkende E. M. K. in den Spulen des Instrumentes einen Strom hervorruft, dessen von der Impedanz des Instrumentes abhängige Stärke durch den Ausschlag am Instrumente gemessen wird. Wenn wir also einmal Gleichstrom, dann Wechselstrom von p_1 und schliesslich solchen von p_2 Perioden pro Sekunde verwenden und die Spannung zwischen zwei Punkten A und B derart regulieren, dass ein an diese Punkte angelegtes (idiostatisch geschaltetes) Elektrometer stets denselben Ausschlag zeigt, so wird ein an die Punkte A und B parallel zu dem Elektrometer angelegtes Elektrodynamometer drei verschiedene Ausschläge α zeigen, welche sich umgekehrt verhalten wie die Impedanzen bei 0, p_1 und p_2 Perioden pro Sekunde,

$$\alpha_0 : \alpha_1 : \alpha_2 = \frac{1}{R} : \frac{1}{\sqrt{R_1^2 + \omega_1^2 L^2}} : \frac{1}{\sqrt{R^2 + \omega_2^2 L^2}}.$$

In dieser Beziehung bedeutet R den Widerstand (die Impedanz bei Gleichstrom), L den Selbstinduktionskoëffizienten und ω_1 und ω_2 in bekannter Weise die Produkte

$$\omega_1 = 2 \pi p_1$$
$$\omega_2 = 2 \pi p_2.$$

Es bedeutet dies mit anderen Worten, dass die aus der Beziehung $E = k_1 \sqrt{\alpha_1}$ folgende »Konstante« k_1 für Wechselströme verschiedener Perioden verschieden ist und ausserdem aus der »Konstanten« k_0 für Gleichstrom unter Zugrundelegung der Impedanz berechnet werden müsste. Im Interesse der einfachen Deutung der Angaben wird man ein solches Instrument nur da verwenden, wo man kein anderes zur Verfügung hat; ist ein solches Instrument jedoch für eine bestimmte Periodenzahl empirisch, z. B. durch Vergleich mit einem elektrostatischen Normalinstrumente geaicht worden, so mag es für Wechselströme dieser Periodenzahl gute Dienste leisten.

Für Instrumente der zweiten Art, bei welchen der grösste Teil des Gesamtwiderstandes durch induktionsfrei angeordnete

Vorschaltwiderstände gebildet wird, gilt das eben Gesagte in um so geringerem Masse, je weniger die Impedanz des Instrumentes bei der höchsten vorkommenden Periodenzahl vom Widerstande desselben abweicht.

So konstatiert Görges[1]), dass ein von der Firma Siemens & Halske zur Spannungsmessung gebautes Dynamometer bei Wechselströmen mittlerer Periodenzahl (50—80 per Sekunde) nur 2—3 % Abweichung zwischen den Angaben für Gleich- und Wechselstrom zeige. Um so viele Prozente ist also die Empfindlichkeit bei Wechselstrom kleiner oder die »Konstante« bei Wechselstrom grösser.

Dieses Dynamometer (Fig. 110) ähnelt in seiner äusseren Erscheinung dem Torsionsgalvanometer von Siemens und Halske; es ist als Doppeldynamometer gebaut, damit seine Angaben von der Nähe äusserer magnetischer Felder unabhängig werden, und seine beiden beweglichen Spulen sind astatisch, d. h. so angeordnet und geschaltet, dass sie zwei möglichst gleiche und entgegengesetzt gerichtete magnetische Felder erzeugen. Das System der beweglichen Spulen ist an einem Metallfaden aufgehängt und oben und unten mit einer Spiralfeder versehen, welche zur Stromzuführung dienen und von welchen die obere zugleich als Torsionsfeder verwendet wird.

Fig. 110.
Astatisches Dynamometer zur Spannungsmessung von Siemens.

Von den vier in dem Instrumente vorhandenen Spulen sind die zwei beweglichen kreisförmig gestaltet und zur Erzielung geringen Gewichtes mit Kupferdraht bewickelt, welcher seiner grossen Leitungsfähigkeit wegen eine grosse Anzahl Ampèrewindungen pro Gewichts-, bezw. Querschnittseinheit ermöglicht. Die festen Spulen sind länglich gestaltet, an zwei Messingsäulen angeschraubt und mit Nickelindraht bewickelt. Sie werden von

[1]) Görges, Elektr. Zeitschrift 1890. p. 694.

den beweglichen Spulen, wie die Figur erkennen lässt, umschlungen und sind zur Verminderung der Empfindlichkeit und Erhöhung des Gesamtwiderstandes noch mit einem bifilar gewickelten Nickelinwiderstande, der am Fusse des Instrumentes angebracht ist, in Serie geschaltet.

Die Ablesung ist dadurch ermöglicht, dass die obere Feder mit dem einen Ende an dem beweglichen System, mit dem anderen Ende an einem mit Zeiger versehenen Torsionskopfe befestigt ist, während ein an dem beweglichen Systeme angeordneter Index in der Ruhelage oder nach erfolgter Einstellung des Instrumentes auf den Nullpunkt der Skala einspielt. Tritt Strom in das Instrument ein, so erfährt das bewegliche System und der mit demselben verbundene Index eine Ablenkung aus der Ruhelage. Wird durch Verdrehen des Torsionskopfes die Feder so stark angespannt, dass sie das abgelenkte bewegliche System wieder in die Ruhelage zurückzuführen vermag, so giebt der mit dem Torsionskopfe verbundene Zeiger den Winkel an, welcher der ablenkenden Kraft, also bei gegebenen Windungsverhältnissen auch dem Strome in den Spulen proportional war. Die Teilung der Skala kann entweder gleichförmig in Bogengraden oder ungleichförmig nach den Wurzeln aus diesen Bogengraden durchgeführt werden, wie dies schon bei dem Siemens-Dynamometer für starke Ströme angedeutet worden ist. Thatsächlich ist dieselbe nach der letzteren Methode durchgeführt.

Durch fabrikmässige Herstellung der Torsionsfedern lässt sich mit Sicherheit erreichen, dass die Instrumentenkonstante etwas kleiner als 0·5 ist. Diese Konstante, welche, mit der Ablenkung multipliziert, direkt die Klemmenspannung in Volt ergiebt, wird nun durch Aichung bestimmt, und dann wird das Instrument durch Zufügung eines entsprechend bemessenen Justierwiderstandes genau auf die Konstante 0·5 gebracht. Die dem ganzen Instrumente vorzuschaltende induktionsfreie Zusatzspule erhält nun genau den Widerstand des justierten Instrumentes, sodass die Konstante desselben bei Verwendung der Zusatzspule genau = 1 wird.

Die Skala umfasst die Teilstriche von 0—200; die Teilstriche stehen jedoch zu Anfang der Skala so eng zusammen, dass eine einigermassen genaue Ablesung sich erst etwa vom Teilstriche 50 an erreichen lässt. Der Messbereich umfasst also die Teilstriche von etwa 50—200, d. h. ohne Vorschalt-

widerstand die Klemmenspannungen von 25 — 100, mit Vorschaltwiderstand jene von 50—200.

Görges betont mit Recht, dass die Herstellung des Spulenkörpers und der Träger aus Metall auffallend erscheinen könnte, wenn man berücksichtigt, dass in diesen Metallmassen durch das wechselnde magnetische Feld der Spulen Ströme erzeugt werden können, welche auf das magnetische Feld zurückzuwirken vermöchten. Es ist möglich, dass eine solche Einwirkung bei diesem Dynamometer auch vorhanden ist; ihre Wirkung wird ähnlich jener eines in den Stromkreis eingeschalteten Kondensators, und es ist denkbar, dass dieselbe der Selbstinduktion des Instrumentes etwas entgegenwirkt. Das Instrument wird für jede Wechselzahl eine andere Konstante besitzen, welche man aus der Konstanten für Gleichstrom berechnen kann, wenn man den Selbstinduktionskoëffizienten des Instrumentes kennt. Jedes Instrument erhält eine tabellarische Zusammenstellung solcher Konstanten für verschiedene Wechselzahlen und ist daher für Wechselspannungen gut verwendbar. Unangenehm ist nur die wegen des grossen Trägheitsmomentes der Spulen geringe Dämpfung des Instrumentes.

Auch die im Vorhergehenden beschriebene und abgebildete Centiampèrewage von Sir W. Thomson kann unter Verwendung eines induktionsfreien Widerstandes von maximal 1550 Ohm zur Messung von Spannungen zwischen 10 und 400 Volt verwendet werden. Das Instrument selbst besitzt einen Widerstand von 50 Ohm; der Vorschaltwiderstand enthält vier Abstufungen von 350, 750, 1150 und 1550 Ohm, sodass bei Verwendung des ersten oder zweiten Gewichtspaares die Konstanten des Instrumentes die folgenden sind:

Widerstand des ganzen Voltmtrs. Ohm	Volt per Grad der festen Skala bei Verwendung des ersten Gewichtspaares	des zweiten Gewichtspaares	Messbereich in Volt bei Verwendung des ersten Gewichtspaares	des zweiten Gewichtspaares
400	1·0	2.0	5—50	10—100
800	2·0	4·0	10—100	20—200
1200	3·0	6·0	15—150	30—300
1600	4·0	8·0	20—200	40—400

Wenn eine sehr hohe Genauigkeit erforderlich ist, müssen die durch Temperaturveränderungen bewirkten Widerstandsänderungen der Spulen und des Vorschaltwiderstandes berücksichtigt werden. Die Temperaturkorrektion beträgt pro Grad

Celsius für die 50 Ohm der Spulen 0·38%, für den Platinoidwiderstand jedoch nur 0·024%. Immerhin ist dieselbe bedeutend genug, um bei sehr genauen Messungen in Betracht gezogen zu werden. Es wird deshalb dem Instrumente ein Thermometer mitgegeben, und überdies wird empfohlen, bei solchen sehr genauen Messungen von der Verwendung des zweiten Gewichtspaares Abstand zu nehmen.

Ähnliches gilt übrigens für alle zur Spannungsmessung verwendeten Dynamometer. Selbst wenn der grösste Teil des Vorschaltwiderstandes induktionsfrei ist, könnten erhebliche Ungenauigkeiten durch starke Erwärmung desselben eintreten. Der Widerstand ist deshalb aus einem Material mit geringem Temperaturkoëffizienten (Nickelin, Platinoid, Manganin, Konstantan) herzustellen; er besteht am besten aus möglichst dünnen Drähten, da diese bei gegebenem Material pro Querschnittseinheit die grösste Oberfläche haben, also bei hohem Widerstande verhältnismässig starke Abkühlung ergeben. Ist die Temperaturerhöhung des Widerstandes und insbesondere der meist aus Kupfer bestehenden Spulen merkbar, so muss dieselbe bei genauen Messungen entsprechend berücksichtigt werden.

10. Verwendung des Elektrodynamometers zur Messung des Effektes.

Es ist im Vorhergehenden (§ 7, S. 240 dieses Kapitels) bereits hervorgehoben worden, dass das Elektrodynamometer auch zur Messung des zwischen zwei Punkten A und B eines

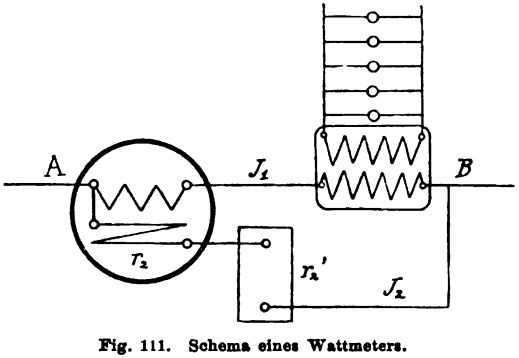


Fig. 111. Schema eines Wattmeters.

Stromkreises geleisteten Effektes verwendet werden kann (Fig. 111). Schon die Form der Gleichung 1 zeigt uns, dass bei Verwendung

von Gleichstrom die Ablenkung α des zur Effektmessung geschalteten Dynamometers proportional dem zwischen den Punkten A und B geleisteten Effekte W ist, sofern die eine der beiden Dynamometerspulen zwischen die Punkte A und B geschaltet ist und vom Hauptstrome J_1 durchflossen wird und sofern die andere Dynamometerspule parallel zu dem zwischen A und B enthaltenen Teile des Gesamtstromkreises angeordnet und von einem der Spannungsdifferenz E zwischen A und B proportionalen Strome J_2 durchflossen wird. Es gilt dann, wenn der Gesamtwiderstand R_2 der Nebenschliessung sich aus dem Widerstande r_2 der Spule und einem induktionsfreien Vorschaltwiderstande r_2' zusammensetzt, für die Ablenkung α die Beziehung:

$$k\,\alpha = J_1 \,.\, J_2 = J_1 \,.\, \frac{E}{r_2' + r_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1a)$$

oder

$$R_2\, k \,.\, \alpha = J_1 \,.\, E = W. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1b)$$

Diese Gleichung gilt für jeden Moment und zeigt nur, dass das zur Effektmessung geschaltete Elektrodynamometer, wenn dasselbe in einem Wechselstromkreise verwendet wird, eine dem Effekte, d. h. dem Mittelwerte des Produktes $(J_1 \,.\, E)$ entsprechende Ablenkung annimmt. Der Effekt ergiebt sich aus dieser Ablenkung α, sobald man dieselbe mit einer »Konstanten« k und mit dem Gesamtwiderstande R_2 des Nebenschlusses multipliziert.

In Bezug auf die »Konstante« k gilt ähnliches wie das im vorhergehenden Abschnitte über die Verwendbarkeit des Dynamometers zur Spannungsmessung Gesagte. Es ist, streng genommen, nur dann zulässig, den einer mit Gleichstrom durchgeführten Aichung entnommenen Wert von k in die Wechselstrommessungen einzuführen, wenn zwischen der Spannung E und dem Strome J_2 keine Verschiebung besteht, wenn also mit anderen Worten durch Anlegung der Spannungsspule die zwischen Strom und Spannung des zu untersuchenden Kreises bestehende Verschiebung nicht geändert wird.

Man hat bisher von einem zur Effektmessung brauchbaren Dynamometer meistens nur verlangt, dass die im Nebenschlusse angeordnete Spule einen kleinen Selbstinduktionskoëffizienten habe und mit einem grossen induktionsfreien Vorschaltwiderstande versehen sei. Es hat sich jedoch in neuerer Zeit gezeigt, dass diese Forderung nicht weitgehend genug ist und

dass bei einem guten Wattmeter Selbstinduktion und Kapazität so gering oder derart abbalanciert sein müssen, dass die Verschiebung der Ströme in Haupt- und Nebenschlussspulen durch die Einführung des Wattmeters nicht merkbar verändert werde.

Die Verwendbarkeit des Elektrodynamometers zur Arbeitsmessung wurde schon im Jahre 1880 von Marcel Deprez betont; es ist seitdem vielfach, bis in die neuere Zeit hinein, eingewendet worden, dass das Wattmeter überflüssig und ausserdem theoretisch ungenau sei wegen des störenden Einflusses der Selbstinduktion. Abgesehen davon, dass auch die Kapazität in Betracht zu ziehen wäre, ist der erste Vorwurf vollkommen unbegründet und der zweite so wenig stichhaltig, dass heute das Wattmeter auch für wissenschaftliche Messungen mit Vorliebe angewendet wird.[1])

Prof. Stefan[2]) hat schon im Jahre 1883 in dem Berichte über die Wiener internationale elektrische Ausstellung nachgewiesen, dass es möglich ist, den Einfluss der Selbstinduktion auf die Angaben des Elektrodynamometers so weit herabzusetzen, dass eine Korrektion mit Rücksicht auf die erreichbare oder erforderliche Genauigkeit vollkommen ausser acht bleiben kann und dass das Instrument dennoch die gewünschte Empfindlichkeit besitzt.

Stefan und nachher Ayrton[3]) haben dann Formeln für jenen Faktor entwickelt, mit welchem die einer Gleichstromaichung entnommene Konstante k zu multiplizieren ist, wenn das Instrument in einem Wechselstromkreise verwendet werden soll. Dieser Faktor K ist nach Stefan

$$K = \frac{1 + \lambda_2^2}{1 + \lambda_1 \lambda_2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 8)$$

wobei $\lambda_1 = \frac{\omega L_1}{r_1}$, $\lambda_2 = \frac{\omega L_2}{R_2}$ gesetzt ist und wobei ωL_1 und R_1 Induktanz und Widerstand des Hauptstromkreises, ωL_2 und R_2 Induktanz und Widerstand der Nebenschliessung zwischen den betrachteten Punkten A und B (Fig. 111) bedeuten.

---

[1]) Vergl. die Arbeiten der wissenschaftlichen Prüfungskommission zu Frankfurt a. M. (1891) und J. A. Fleming, El., London 30, p. 97, 1892.

[2]) Stefan, Bericht über die Wiener internationale elektrische Ausstellung. Wien 1883, p. 203.

[3]) Ayrton, El. Review, London, 22, p. 240.

Bláthy[1]) bemerkt zu dieser Formel, dass die scheinbaren Werte für L_1 und R_1 eingeführt werden müssen, wenn Transformatoren oder überhaupt solche Apparate untersucht werden, in welchen sekundäre und Foucaultströme, sowie Hysteresis Energie verzehren. Dies heisst mit anderen Worten, dass nicht die Eigenimpedanz des Instrumentes, sondern die von der sekundären Belastung abhängige Gesamtimpedanz in die Formel für den Korrektionsfaktor eingeführt werden muss.

Eine allgemeinere Korrektionsformel ergiebt sich nach Bláthy's Entwickelungen aus der Überlegung, dass für jeden Stromkreis, in welchem unter dem Einflusse einer sinusförmigen E. M. K. E ein sinusförmiger Strom J entsteht, welcher gegen E um den Winkel φ_1 verschoben ist, der wirklich geleistete Effekt gegeben ist durch die Beziehung, $W = E J . \cos \varphi_1$.

Wenn dann in der Nebenschlussleitung des Wattmeters ein Strom zirkuliert, welcher um den Winkel φ_2 gegen den Strom J verschoben ist, so wird die Ablenkung des Instrumentes proportional mit

$$E . J \cos (\varphi_1 - \varphi_2) \cos \varphi_2.$$

Der Korrektionsfaktor wird somit

$$K = \frac{\cos \varphi_1}{\cos (\varphi_1 - \varphi_2) . \cos \varphi_2} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2}{1 + \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2} \quad . \quad . \quad 9)$$

Da $\operatorname{tg} \varphi_2$ stets eine sehr kleine Grösse ist, lässt sich in erster Annäherung auch schreiben

$$K = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9a)$$

ähnlich, wie sich unter derselben Überlegung für die Stefan'sche Korrektionsformel annähernd schreiben lässt,

$$K = \frac{1}{1 + \lambda_1 \lambda_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8a)$$

Aus der Form der letzten zwei Gleichungen erkennt man ohne weiteres, dass K grösser oder kleiner als Eins werden muss, je nachdem λ_1 und λ_2 entgegengesetztes oder gleiches Vorzeichen haben. Dass λ_1 und λ_2 (bezw. φ_1 und φ_2 in der

[1]) O. T. Bláthy, Brief an The Electrician, London 20, p. 612, 1888. Siehe auch J. A. Fleming, El. London 20. p. 671, 1888. E Danielson, El. Ztschr. 1892, p. 448.

Bláthy'schen Formel) negativ werden können, ist ohne weiteres klar, da eine negative Selbstinduktion nur dem Vorhandensein von Kapazität entspricht. Die vorhergehende Erwägung besagt daher, dass das Wattmeter im Vergleiche zu seiner Wirkung bei Gleichstrom zu grosse oder zu kleine Werte zu liefern vermag.

Bei den meisten Wattmetern besteht infolge der Selbstinduktion der Nebenschlussspule eine gewisse positive Verschiebung φ_2; wird mit einem solchen Wattmeter die von einem Transformator bei offenem Sekundärkreise verzehrte Energie gemessen, so giebt dasselbe, da auch λ_1 positiv und somit K kleiner als Eins ist, zu grosse Werte an; wird dagegen dasselbe Wattmeter dazu verwendet, die von einem Kondensator oder einem anderen Wechselstromkreise, in welchem der Strom der Spannung voreilt, verzehrte Energie zu messen, so ist λ_1 negativ, K grösser als Eins, und demzufolge sind die Angaben des Wattmeters zu klein.

Sollte aber in einem Wattmeter durch irgend eine Kapazität der Verschiebungswinkel φ_2 negativ werden, dann wird das Wattmeter die einem sekundär offenen Transformator zugeführte Energie zu niedrig und die einem Kondensator zugeführte Energie zu hoch angeben.

In auffallender Weise zeigte sich diese Erscheinung bei Prof. Flemings[1]) Messungen mit einem von Swinburne gelieferten, als »nicht-induktiv« bezeichneten Wattmeter, dessen feste Spulen an metallischen Tragstangen befestigt und dessen Gehäuse aus Messing hergestellt war. Bei sämtlichen von Fleming untersuchten Transformatoren zeigte das Swinburne-Wattmeter weniger als ein zum Wattmeter umgeschaltetes Siemens-Dynamometer (für Ströme von 0·2—4 Ampère). Die Abweichung war bei manchen Transformatoren grösser, bei manchen kleiner; am auffälligsten war jedoch, dass bei Swinburne's eigenen Transformatoren die von seinem Wattmeter angegebenen Effekte nur etwa halb so gross waren wie die nach anderen Methoden erhaltenen oder mit dem anderen Wattmeter gemessenen Werte. Da bei dem Swinburne'schen »Igel-Transformator« der Faktor des Effektes $f = \cos \varphi_1$ viel kleiner, also φ_1 (bezw. λ_1) viel grösser als sonst ist, wird eine bestimmte Voreilung φ_2 die bei einem Igeltransformator gemessene Energie erheblich kleiner erscheinen lassen als die

[1]) J. A. Fleming, El., London 30, p. 97, 1892.

bei einem anderen Transformator mit eisengeschlossenem Kreise mit demselben Wattmeter, oder als die am Igeltransformator mit einem richtigen Wattmeter gemessene Energie.

Zur Verringerung des Erregerstromes hatte Swinburne seinem Transformator einen Kondensator beigegeben, welcher parallel zu den Klemmen desselben anzuordnen war. Dieser Kondensator nahm bei einer Periodenzahl von 83 und einer Spannung von 2400 Volt einen Strom von 0·458 Ampère. Seine Kapazität war demnach ungefähr 0·36 Mikroforad. Der Leerlaufstrom des Igeltransformators war bei derselben, während der ganzen folgenden Versuchsreihe konstant gehaltenen Spannung und Periodenzahl 0·761 Ampère; wenn der Kondensator parallel geschaltet wurde, sank der gesamte Leerlaufstrom auf 0·283 Ampère. Das Swinburne'sche und das Siemens'sche Wattmeter wurden unter genau gleichen Umständen mit Wechselstrom geaicht, und dann wurden je vier Messungen a) am Kondensator allein, b) am Igeltransformator allein, c) an Kondensator und Transformator zusammen vorgenommen.

Diese Messungen ergaben:

a) für den im Swinburne-Kondensator bei 2400 Volt und 83 Perioden per Sekunde verzehrten Effekt

bei Messung mit dem Swinburne-Wattmeter	bei Messung mit dem Siemens-Wattmeter
44·8 Watt	18·0 Watt
44·0 »	21·0 »
50·0 »	30·0 »
47·0 »	27·0 »
Im Mittel: 46·4 Watt	Im Mittel: 24·0 Watt

b) für den im Swinburne-Transformator bei 2400 Volt und 83 Perioden per Sekunde verzehrten Effekt

bei Messung mit dem Swinburne-Wattmeter	bei Messung mit dem Siemens-Wattmeter
41·5 Watt	120·0 Watt
44·0 »	120 0 »
36·0 »	108·0 »
33·0 »	112·0 »
Im Mittel: 39·0 Watt	Im Mittel: 115.0 Watt

c) für die Kombination des zum Transformator parallel geschalteten Kondensators bei 2400 Volt und 83 Perioden per Sekunde verzehrten Effekt,

bei Messung mit dem Swinburne-Wattmeter	bei Messung mit dem Siemens-Wattmeter
96·3 Watt	144·0 Watt
95·0 »	144·0 »
100·0 »	150·0 »
95·0 »	140·0 »
Im Mittel: 96·5 Watt	Im Mittel: 144·0 Watt.

Daraus lässt sich erkennen, dass man auf Grund der Angaben des Swinburne-Wattmeters die im Kondensator verzehrten Effekte überschätzt, den im Transformator verzehrten aber unterschätzt hätte. Die verhältnismässig grossen Abweichungen der Einzelmessungen untereinander rühren daher, dass die beiden Instrumente für Messung so geringer Effekte zu unempfindlich waren.

Wenn in den Nebenschlusswiderstand des betrachteten Swinburne-Wattmeters eine kleine Leydener Flasche mit einem Rauminhalte von etwa 500 *ccm* und einer Kapazität zwischen 0·001 und 0·0005 Mikrofarad eingeschaltet wurde, so ergab die Messung des Leerlaufkonsumes eines Igeltransformators

bei Einschaltung der Leydener Flasche in den Nebenschlusskreis
$0{\cdot}3^0$, entsprechend 5 Watt,
ohne Einschaltung der Leydener Flasche in den Nebenschlusskreis
5^0, entsprechend 80 Watt.

Aus diesen Angaben erkennt man, dass die weitere Zufügung von Kapazität die Ausschläge des Instrumentes noch weiter reduziert.

Die jetzigen Swinburne'schen Wattmeter besitzen ein Gehäuse aus Ebonit; ausserdem ist der Metallrahmen in der Nähe der beweglichen Spule vermieden. Fleming hat auch ein solches Instrument mit den beiden vorher erwähnten verglichen und dabei gefunden, dass die Abweichungen zwischen den Angaben dieses Wattmeters und des Siemens'schen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler lagen, da bei dieser vergleichenden Beobachtungsreihe 15 Watt nur 0·5 Skalenteilen entsprachen. Die Vergleichung ergab:

Am Dynamometer-Wattmeter (Siemens)	An den Swineburne Wattmetern			
	Am 2. Instrument	Am 1. Instrument Mit Gehäuse	Am 1. Instrument Ohne Gehäuse	Art des untersuchten Apparates
600	600	600	600	Normalwiderstd. ohn. Indukt.
114	106	57	68	Igeltransformator.
15	20	46	—	Kondensator.
114	99	83	—	Transformatoren mit eisengeschlossenem magnetischen Kreise.
156	154	112	—	
303	282	—	—	

Das erste Wattmeter, über welches genauere Daten veröffentlicht wurden[1]), fand sich auf der Wiener elektrischen

[1]) Stefan, a. a. O. p. 208.

Ausstellung vom Jahre 1883. Es enthielt eine feste Rolle aus Kupferdraht, welche bei 5700 Windungen einen Widerstand von nur 714 Ohm und einen Selbstinduktionskoëffizienten $L_2 = 1{\cdot}44$ Henry besass. Diese feste Spule erhielt 1886 Ohm Zusatzwiderstand und nahm den Nebenstrom auf, während der Hauptstrom durch den nur eine Windung bildenden beweglichen Bügel floss. Damals befand man sich allerdings noch bei den Vorversuchen über die zweckmässigste Konstruktion eines Wattmeters; doch gelang es, schon dem zweiten Instrumente eine viel zweckmässigere Anordnung und die vierzigfache Empfindlichkeit zu verleihen.

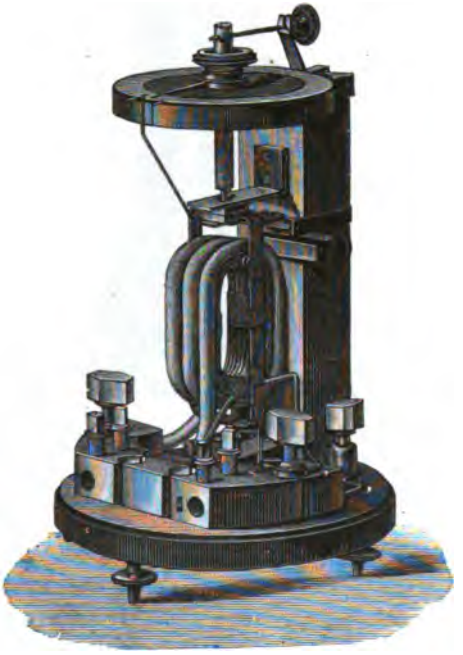


Fig. 112. Ganz'sches Wattmeter für max. 240 Ampère.

Das Verdienst, dem Wattmeter die gebührende Aufmerksamkeit zugewendet und demselben die erste lebensfähige Gestaltung gegeben zu haben, gebührt der Firma Ganz & Co. in Budapest und speziell deren Ingenieur O. T. Bláthy. Wohl sind in neuerer Zeit bei Dynamometern und Wattmetern mancherlei Verbesserungen angebracht worden, doch erreicht keine dieser Konstruktionen bei einer für die Praxis vollkommen genügenden Empfindlichkeit, Genauigkeit und Unabhängigkeit von der Periodenzahl jene bequeme Handhabung und verhältnismässig grosse Widerstandsfähigkeit gegen die in der Praxis zuweilen unvermeidliche, wenig zarte Behandlung, welche unter den Dynamometern das Siemens'sche und unter den Wattmetern das Ganz'sche zu zweien der verbreitetsten und beliebtesten Instrumente der Wechselstromtechnik gemacht haben.

Das Wattmeter von Ganz & Co. enthält zwei konzentrisch angeordnete feststehende Spulen, welche den Hauptstrom führen

und an einem hölzernen Ständer befestigt sind. Senkrecht zu denselben ist die bewegliche Spule angeordnet, welche im Maximum etwa 0·1 Ampère führen soll; dieselbe ist, ähnlich wie der bewegliche Bügel beim Siemens-Dynamometer an einem Faden und einer Torsionsfeder aufgehängt und endigt in zwei Quecksilbernäpfen, welche die Stromzuführung vermitteln. Bei Instrumenten für höhere Empfindlichkeit werden die Quecksilbernäpfe und die Feder dadurch vermieden, dass die bewegliche Spule Stromzuführung und eventuelle Torsion durch einen Silberdraht erhält, an welchem sie entsprechend aufgehängt ist. Die beiden Figuren 112 und 113 zeigen ein Wattmeter für maximal 240 und ein solches für maximal 70 Ampère, welche beide mit Quecksilbernäpfen versehen sind; dieselben lassen deutlich die Anordnung der Torsionsvorrichtung oben an der Skala und der Schaltvorrichtung unten am Fusse des Instrumentes erkennen.

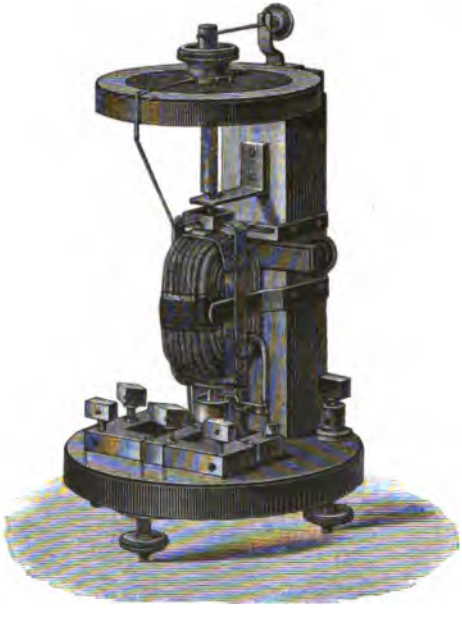


Fig. 113. Ganz'sches Wattmeter für max. 70 Ampère.

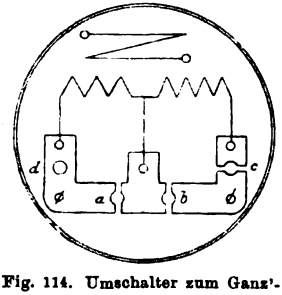


Fig. 114. Umschalter zum Ganz'schen Wattmeter.

Diese Schaltvorrichtung (Fig. 114) dient gleichzeitig zur Aus- und Umschaltung der beiden festen Spulen. Die zwei Stöpsel derselben sind nur dann in Benutzung, wenn das Instrument kurz geschlossen oder eine Umschaltung vorgenommen werden soll. In beiden Fällen füllen die Stöpsel die Löcher a und b aus. Soll die dickere der festen Spulen zur Verwendung kommen, so entfernt man den Stöpsel a, indem man ihn durch Einstecken

in das Loch d vor mechanischer Beschädigung bewahrt. Soll das Instrument für schwächere Ströme verwendet werden, also empfindlicher sein, so stöpselt man zuerst c, und nimmt dann den Stöpsel aus b weg, indem man denselben wieder im Loche d aufbewahrt. Würde man den Übergang von der dicken zur dünnen Spule dadurch bewerkstelligen, dass man bei arbeitendem Instrumente zuerst den Stöpsel aus b entfernt, so würde der infolge der Unterbrechung des Stromkreises auftretende Funken den Stöpsel und das Stöpselloch durch Verbrennen stark beschädigen. Man könnte vielleicht auf den Gedanken kommen, durch gleichzeitige Stöpselung von a und c die dünne Spule allein zu verwenden. Dies würde jedoch, wie ein Blick auf Fig. 114 lehrt, zu Unzuträglichkeiten führen, da die dicke feste Spule kurz geschlossen wäre. Es muss also während der Messung der eine Stöpsel stets im Loche d aufbewahrt werden.

Die Genauigkeit der Messungen hängt in erster Linie von der Güte der Spiralfeder, von der Sorgfältigkeit der Aichung und von der genauen Stellung der Spulen ab. Die letzteren müssen vertikal und senkrecht zueinander stehen und bei der Gleichstromaichung mit der magnetischen Axe der beweglichen (oder der Mittelebene der festen) Spulen in den magnetischen Meridian eingestellt sein.

Wenn man Wechselstrom zur Verfügung hat, kann man sich von der richtigen Stellung der Spulen zueinander leicht überzeugen, indem man das Instrument in der normalen Weise einschaltet, eine Ablenkung von weniger als 180^0 hervorruft und nun mittels eines dem Instrumente beigegebenen Kommutators den Strom in der Nebenschlussspule wendet. Bei richtiger gegenseitiger Stellung der Spulen muss der dann nach der entgegengesetzten Seite erfolgende Ausschlag von genau gleicher Grösse sein.

Wollte man sich zur Ausführung dieser Probe des Gleichstromes bedienen, so müsste man sicher sein, dass das Instrument mit der mittleren Windungsebene der festen Spulen genau in den magnetischen Meridian eingestellt ist. Da dies im allgemeinen kaum der Fall sein wird, wird sich meistens beim Kommutieren des Stromes in der beweglichen Spule ein Ausschlag zeigen, selbst wenn die festen Spulen stromlos oder durch Stöpselung von a und b kurz geschlossen sind. Dieser Ausschlag, der von der richtenden Kraft des erdmagnetischen Feldes herrührt, muss entweder durch genaue Einstellung in den magnetischen

Meridian vernachlässigbar gemacht, oder als Korrektion mit entsprechendem Vorzeichen dem bei der Messung beobachteten Ausschlage zugefügt werden, indem man nach ausgeführter Messung a und b stöpselt und nun Grösse und Richtung des von dem erdmagnetischen Felde herrührenden Ausschlages ermittelt.

Der Widerstand der beweglichen Spule beträgt weniger als 5 Ohm und wird durch Zufügung eines kleinen Justierwiderstandes aus Nickelin genau auf 5 Ohm gebracht. Der Vorschaltwiderstand zu dieser Spule wird je nach der Höhe der zu messenden Spannungen in Abstufungen von 250, 500 oder

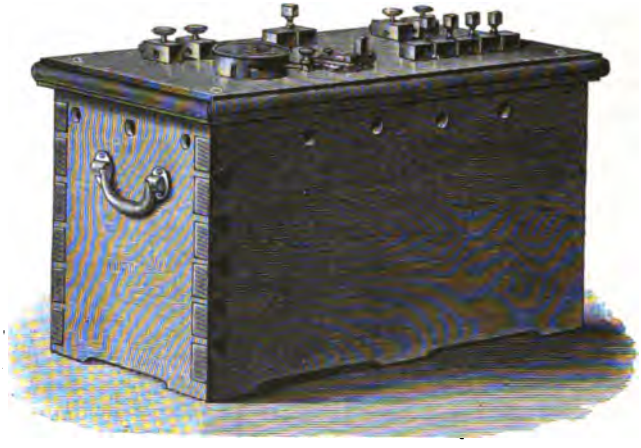


Fig. 115. Widerstandskasten zum Ganz'schen Wattmeter.

1000 Ohm aus bifilar gewickeltem Nickelindraht induktionsfrei hergestellt und in einem Kasten von der in Fig. 115 dargestellten Form untergebracht. Der Deckel dieses Kastens enthält ausser den am Stöpselkontakte B angeschlossenen Enden der Widerstandsabstufungen (deren erste mit der Spule zusammen 250 oder 500 Ohm aufweist) den vorerwähnten Kommutator C zur Wendung des Stromes in der beweglichen Spule, einen Ausschalter A für diesen Strom und zwei Paare Klemmen, von welchen das eine D, an die bewegliche Spule, das andere E, in der in Fig. 116 angedeuteten Weise an jene Punkte des Stromkreises angelegt wird, zwischen welchen der geleistete oder verzehrte Effekt gemessen werden soll. Die gesamte Grösse des induktionsfreien Widerstandes ergiebt sich aus der Bedingung, dass die bewegliche Spule maximal 0·1 Ampère führen soll.

Es ist also z. B. bei einem Wattmeter für 200 Ampère und 100 Volt (Fig. 112) der Widerstand im ganzen 1000 Ohm, bei einem Wattmeter für 10 Ampère (Fig. 113) und 2000 Volt der Widerstand im ganzen 20 000 Ohm.

Für die beiden eben angeführten Wattmeter sei der Widerstand der in Benutzung stehenden Spulen so bemessen, dass ein Effektverlust von 40 Watt stattfinde. Wenn nun der einem Energieverbraucher H zugeführte Effekt von 20 000 Watt das eine Mal mit 100, das andere Mal mit 2000 Volt erzeugt wird; wenn ferner beide Male dasselbe Wattmeter mit verschiedenen Abteilungen eines und desselben Widerstandskastens verwendet

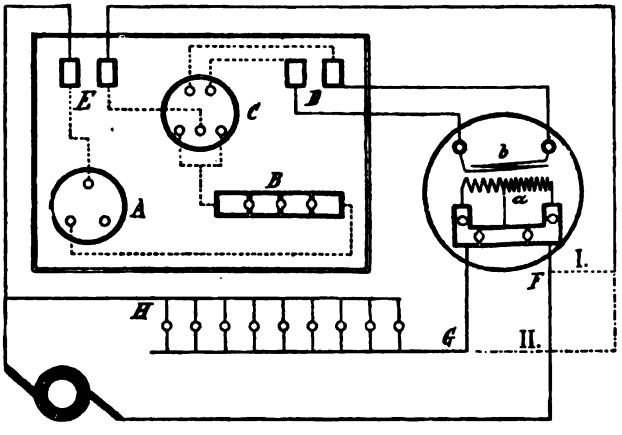


Fig. 116. Schaltungsschema des Ganz'schen Wattmeters.

werden soll, so fragt es sich, ob die eine Klemme des Paares E an F oder G angelegt werden soll. Im ersteren Falle misst man den Spannungsverlust in den festen Spulen a mit; im zweiten Falle aber giebt die Ablenkung des Instrumentes den gesamten Effekt, welcher in der zu prüfenden Konsumstelle G H und im Stromkreise der Nebenschlussspule b des Instrumentes verzehrt wird. Man erhält also im ersten Falle eine Ablenkung, welche um 40 Watt, im zweiten Falle eine solche, welche um 200 Watt zu gross ist, und begeht somit im ersten Falle einen Fehler von 0·2 %, welcher noch innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegt, im zweiten einen Fehler von 1 %. Man wird deshalb bei hoher Spannung die Effektmessung so auszuführen haben, dass der Effektverlust im Widerstande der beweglichen Spule nicht mit gemessen wird.

Von ganz besonderer Wichtigkeit ist dies in jenem Falle, wo der zu messende nutzbare Effekt selbst klein ist. Wenn z. B. mit dem eben erwähnten, im Hochspannungskreise eingeschalteten Wattmeter der Wirkungsgrad eines Transformators bei verschiedenen Belastungen bestimmt werden soll, so würde bei Anlegung des Nebenschlusses an G der prozentische Betrag des Fehlers mit sinkender Belastung mehr und mehr steigen, bis er schliesslich bei vollständigem Leerlauf, wo der Nebenschluss immer noch 200 Watt und der Transformator selbst z. B. 200 — 300 Watt verbraucht, die Höhe von 60 — 100% erreicht.

Besitzen die zu messenden Spannungen niedrigere Werte, so sinkt auch notwendigerweise der Effektverlust im Nebenschlusskreise des Instrumentes, und damit nimmt die durch falsche Schaltung unter besonders ungünstigen Umständen erreichbare Fehlergrenze von selbst etwas ab.

Nehmen wir, um dies an einem konkreten Falle zu erkennen, z. B. an, es sei das Wattmeter jetzt im Sekundärkreise des vorerwähnten Transformators eingeschaltet und der Nebenschluss sei irrtümlicherweise an F angelegt worden. Der zu messende Effekt des vollbelasteten Transformators betrage wiederum 20 000 Watt, seine sekundäre Klemmenspannung sei 100 Volt. Dann sind im Nebenschlusskreise nur 1000 Ohm erforderlich, und der in demselben auftretende Effektverlust beträgt nur $0{\cdot}1 \times 100 = 10$ Watt, während der in der festen Spule bei dieser Maximalstromstärke auftretende Effektverlust 40 Watt erreicht. Man begeht also, wenn man bei einer Gesamtbelastung von 20 000 Watt (bei 100 Volt) den Nebenschluss an F anlegt, einen Fehler vou 0·2%, wenn man den Nebenschluss an G anlegt, jedoch nur einen Fehler von 0·05%. Ist die gesamte Belastung des Transformators gesunken auf 10 000 Watt, so wird der in der festen Spule auftretende Verlust sinken auf $^1/_4$ seines vorherigen Wertes; es werden dann im Haupt- und Nebenschlusskreise je 10 Watt verloren gehen, und die beiden Schaltungen I oder II werden prozentisch und absolut gleiche Fehler bewirken. Beträgt aber in einem Grenzfalle der gesamte zu messende Effekt nur 20 Watt, ist z. B. eine 8 kerzige, 100 voltige Glühlampe mit geringem Effektverbrauche zu untersuchen, so würde die Schaltung II richtige Werte, die Schaltung I Fehler von 10 Watt = 50% ergeben.

Es ist deshalb wichtig, bei hoher Spannung und geringer Stromstärke die Schaltung I, bei niedriger Spannung und hoher

Stromstärke die Schaltung II anzuwenden, da sonst, besonders wenn die gesamten Energiemengen gering sind, Fehler von erheblichem Betrage entstehen können.

Diese Fehler sind von erheblich grösserer Wichtigkeit als diejenigen, welche durch die Selbstinduktion des Nebenschlusskreises, d. h. dadurch entstehen können, dass in der beweglichen Spule in einem bestimmten Momente Strom und Spannung nicht ganz genau gleichphasig, nicht ganz genau »im Tritt« sind.

Der Verfasser hat bereits 1888 in der mehrfach erwähnten Abhandlung nachgewiesen, dass das Ganz'sche Wattmeter stets zuverlässige Angaben liefert, sobald der Widerstand des Nebenschlusskastens entsprechend gestöpselt wird, und dass in den weitaus meisten Fällen die durch die Selbstinduktion des Nebenschlusskreises bewirkten Abweichungen von derselben Grössenordnung sind wie die Beobachtungsfehler.

Der Selbstinduktionskoëffizient l_2 der beweglichen Spule wurde = 0·015 Henry gefunden. Wenn also die Zahl der Perioden 100, der Gesamtwiderstand des Nebenschlusskreises im Minimum 500 Ohm war, so ergab sich

$$\lambda_2 = \frac{\omega \cdot L_2}{R_2} = \frac{100 \cdot 2\pi \cdot 0{\cdot}015}{500} = 0{\cdot}0188$$

somit

$$1 + \lambda_2^2 = 1{\cdot}00035.$$

Man erkennt daraus, dass statt der Beziehung $\frac{1 + \lambda_2^2}{1 + \lambda_1 \lambda_2}$ mit genügender Annäherung gesetzt werden kann $\frac{1}{1 + \lambda_1 \lambda_2}$; und aus dieser Formel wieder erkennt man ohne weiteres, dass die Angaben des Wattmeters erst dann um 1 % zu klein werden würden, sobald $\lambda_1 \lambda_2 = 0{\cdot}01$, d. h. λ_1 etwa gleich 0.5 Henry werden würde. Dieser Selbstinduktionskoëffizient entspricht aber etwa der primären Wickelung eines schwachbelasteten Transformators, der mit etwa 800 oder 1000 Volt arbeitet. Wollte man nun mit dem vorliegenden Wattmeter den Leerverbrauch im primären Stromkreise bestimmen, so müsste man R_2 erhöhen auf etwa 10 000 Ohm. Es würde dann $\lambda_2' = \frac{\lambda_2}{20}$ und somit die Korrektion wieder vernachlässigbar werden.

Wenn man sich mit dieser vernachlässigbaren Korrektion nicht begnügen, sondern das dynamometrische Wattmeter zu einem wahren, korrektionsfreien Wattmeter gestalten will, so kann man sich einer der von Bláthy [1]) oder Fleming angegebenen Methoden bedienen, von welchen hier nur die einfachere erste Methode (Fig. 117) angegeben werden soll.

Nach Bláthy könnte man die bewegliche Spule aus zwei entgegengesetzt gewickelten, gleichen Teilen herstellen, von welchen der eine, r, wie bisher, mit einem induktionsfreien Widerstande, der andere c, mit einem Kondensator (eventuell unter Vorschaltung entsprechender Widerstände) in Verbindung steht. Wenn dann der Strom in r mit i_1, jener in c mit i_2 bezeichnet wird, so kann, bei passender Abgleichung, der aus dem verzögerten i_1 und dem voreilenden i_2 resultierende Strom i im Tritt sein mit dem Hauptstrome J. Diese Methode ist in der Praxis erheblich schwerer durchzuführen, als es auf den ersten Blick scheint. Zudem hat sie wie alle Abgleichungsmethoden, bei welchen Kondensatoren zur Anwendung gelangen, den Nachteil, dass die Abgleichung nicht mehr standhält, sobald der Strom von der Sinusform abweicht.

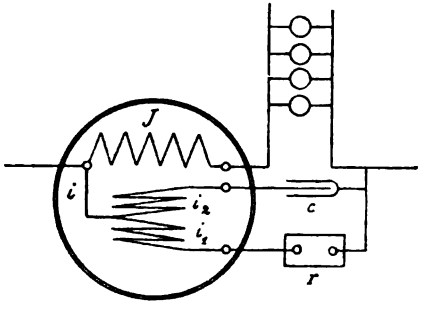


Fig. 117. Bláthy's Vorschlag für ein korrektionsfreies Wattmeter.

Bei dem Ganz'schen Wattmeter waren zur Vermeidung gegenseitiger Induktion die Windungsebenen der festen und der beweglichen Spulen in der normalen Stellung senkrecht zueinander angeordnet. Die Firma Hartmann & Braun in Bockenheim bei Frankfurt a. M. fertigt Dynamometer und Wattmeter der in Fig. 118 dargestellten Form an, welche zunächst für Wechselstrommessungen deshalb ungünstig erscheint, weil die Windungsflächen der festen Solenoide denen der beweglichen parallel sind und man also grosse gegenseitige Induktion erwarten müsste. Nun sind aber die beweglichen Rollen so geschaltet, dass die Kraftlinienströme in beiden Teilen des beweglichen Solenoides in entgegengesetzter Richtung verlaufen, so dass die seitens des festen Solenoides ausgeübten Wirkungen

[1]) Bláthy, El. London 20, p. 612.

der gegenseitigen Induktion sich zum weitaus grössten Teil neutralisieren.

Der Drehung des an einem Faden und einer Torsionsfeder aufgehängten beweglichen Solenoides wird durch die Torsion der Feder das Gleichgewicht gehalten. Die zu dem beweglichen Solenoide konaxial angeordneten zwei festen Solenoide wenden ihre gleichnamigen Pole einander zu, verstärken sich also in ihrer Wirkung auf die entgegengesetzt gewickelten beweglichen

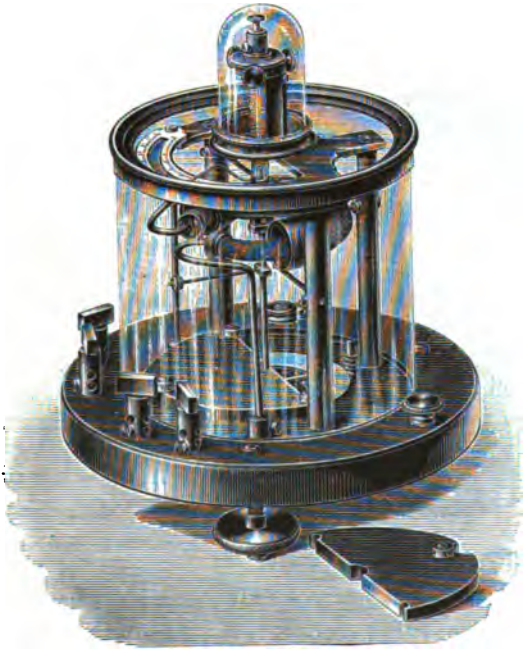


Fig. 118. Wattmeter von Hartmann & Braun.

Spulen und weisen gleich den anderen, mit Nullstellung arbeitenden Dynamometern den Vorteil einer innerhalb des ganzen Messbereiches nahezu konstanten Kraftwirkung auf. Die Skala des Instrumentes zeigt infolge dessen nahezu gleichförmige Teilung. Die Einstellung erfolgt nahezu aperiodisch, da eine mit dem beweglichen System verbundene Aluminiumscheibe zwischen einem am Fusse des Instrumentes angebrachten starken Magnet und einer darüber befestigten starken Eisenplatte schwingt. Die in der Aluminiumscheibe bei der Bewegung im magnetischen Felde erzeugten Induktionsströme bewirken

eine sehr kräftige Dämpfung, während gleichzeitig die Schirmwirkung der starken Eisenplatte jede Einwirkung des Magnets auf die festen Spulen verhütet. Bei Anwendung entsprechender induktionsfreier Widerstände im Nebenschlusskreise ist das Instrument für Wechselstrommessungen gut verwendbar.

Fig. 119 zeigt ein dem eben beschriebenen Instrumente prinzipiell ähnliches Wattmeter, das in seiner äusseren Erscheinung den bekannten technischen Strom- und Spannungszeigern ähnelt und ohne Vorschaltwiderstände oder Nebenschlüsse bis zu Spannungen von 100 Volt und Stromstärken von 40 Ampère verwendet werden kann. Es wird von der gleichen Firma hergestellt und unterscheidet sich von dem vorhergehenden Instrumente nur dadurch, dass die Axe horizontal, die Skala vertikal angeordnet, die Aufhängevorrichtung durch Spitzenlager und die magnetische Dämpfung durch Luftdämpfung ersetzt ist. Seiner Ausstattung nach rangiert dieses Instrument zu den Wattzeigern für den raschen und manchmal rohen Gebrauch der Praxis.

Fig. 119.
Wattzeiger von Hartmann & Braun.

Ein anderer Wattzeiger für praktischen Gebrauch im Maschinenraume rührt von Sir W. Thomson her und wird in der in Fig. 120 und 121 dargestellten Form von James White in Glasgow angefertigt. Der Hauptstromkreis dieses Instrumentes besteht aus einem doppelten, horizontal gelegten Rechteck aus starkem Kupferdraht, das bis 200 Ampère zu führen vermag und an einer Schieferplatte montiert ist. Dieses Rechteck trägt mittels isolierender Stützen zwei Phosphorbronze-Haken, in welche die astatisch angeordneten Nebenschlussspulen mittels einer geraden und einer ringförmigen Schneide frei beweglich und reibungslos eingehängt sind. Jede der Nebenschlussspulen besitzt bei einem Widerstande von etwa 100 Ohm 1000 Windungen isolierten Drahtes und erhält Strom durch eine an den Schneiden angreifende flache Palladiumfeder,

welche zugleich die Ruhelage der beweglichen Teile sichern. Der Nebenschluss erhält maximal 0·05 Ampère; für Spannungen

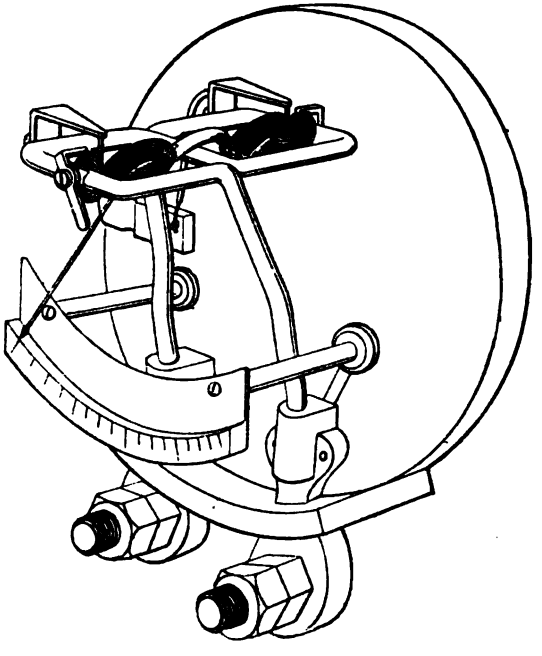


Fig. 120. Wattzeiger von Thomson.

über 10 Volt wird deshalb ein entsprechender Vorschaltwiderstand beigegeben, welcher induktionsfrei auf der Grundplatte des Instruments aufgewickelt ist und gut gekühlt wird. Die Teilung des Instrumentes ist eine direkte in Watt oder Kilowatt.

Als reines Laboratoriumsinstrument muss dagegen ein nach den Angaben Sir W. Thomson's von James White in Glasgow an-

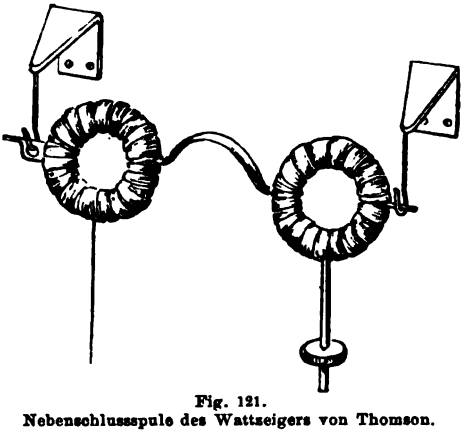


Fig. 121.
Nebenschlussspule des Wattzeigers von Thomson.

gefertigtes, der Deci- oder Centiampèrewage (Fig. 109) ähnliches Wattmeter bezeichnet werden, dessen Spulen sich in sinnreicher Weise so umschalten lassen, dass das Instrument auch als Voltmeter oder als Ampèremeter zu benutzen ist. Zur Messung grösserer Effekte dient die in Fig. 122 dargestellte Kilowattwage, deren Hauptstromspule von U-förmiger Gestalt und unterhalb der beweglichen Spulen angeordnet ist. Der Hauptleiter wird durch ein Seil aus isolierten Kupferdrähten gebildet, welche so zusammengedreht sind, dass sie ein hohles Kabel bilden. Die Verdrehung ist dabei in sorgfältigster Weise so durchgeführt, dass jene Litzen, welche für die eine Seite der linksliegenden beweglichen Spule innerhalb angeordnet sind, für die nämliche Seite der rechtsliegenden beweglichen Spule ausserhalb liegen, während ihre Anordnung auf dem anderen Schenkel des U-förmigen Leiters genau die entgegengesetzte ist. Die Höhlung dieses Leiters wird bis gegen die Krümmung des U durch Metallröhren teilweise ausgefüllt, deren Zweck in erster

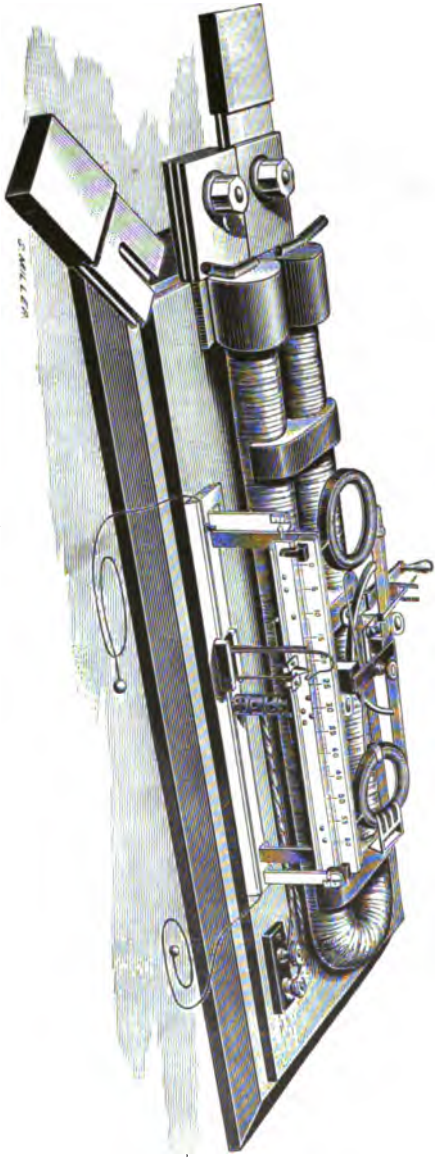


Fig. 122. Kilowattwage von Thomson.

Linie die zur Vermeidung einer sekundären Induktionswirkung erforderliche Aufrechterhaltung der Form des U-förmigen Leiters ist. In zweiter Linie können diese Röhren auch dazu benutzt werden, bei Verwendung besonders starker Ströme durch Einblasen von Luft eine Abkühlung des U-förmigen Leiters zu bewirken.

Das Problem, einen und denselben Apparat zur Messung von Stromstärke, Spannung und Effekt mittelst entsprechender Umschaltungen verwendbar zu machen, ist in glücklicher Weise von Dr. Behn-Eschenburg[1]) für das Siemens'sche Dynamometer für schwache Ströme gelöst worden (Fig. 123). Es sind dazu nur zwei Umschalter erforderlich, welche ausser dem Drehpunkt 3 Kontakte besitzen und welche in der nebenstehend skizzierten Weise mit dem Dynamometer verbunden werden. In dieser Figur bedeutet D die der Übersichtlichkeit halber nur einfach angedeutete feste, d die bewegliche Spule des Dynamometers, t einen Transformator, dessen primärer Verbrauch unter Anwendung eines induktionsfreien Widerstandes R gemessen werden soll. Dies ist möglich, sobald man den Umschalter II auf c, den Umschalter III auf f stellt; man hat dann ein dynamometrisches Wattmeter, dessen Hauptstromkreis A II c D e t h B den im Nebenschlusskreise d f III R h verbrauchten Effekt nicht mit misst. Stellt man II auf a, III auf den Leerknopf g, so durchfliesst der Hauptstrom J des Transformators die beiden Windungen D und d in Serie, und das Instrument arbeitet als Dynamometer für Strommessung. Das Gleiche ist auch dann noch der Fall, wenn man II auf a, III auf e stellt; in diesem Falle misst das Dynamometer die Resultierende J_1 des im Primärkreise des Transformators fliessenden Stromes J und des im induktionsfreien Stromkreise R fliessenden Stromes i. Der Strom J_1 entspricht nicht der algebraischen, sondern, wie

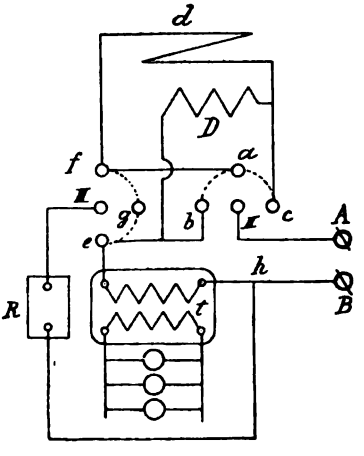


Fig. 123. Verwendung des Siemens-Dynamometers als Wattmeter.

[1]) El. Zeitschr. 1893, p. 391.

früher gezeigt, der geometrischen Summe von J und i. Den letzten dieser Ströme, i, kann man berechnen, sobald man die Klemmenspannung E und den Widerstand R kennt; E aber wird erhalten, indem man II auf b und III auf f stellt, das Dynamometer also durch Zufügung des entsprechend bemessenen Widerstandes R zur Messung hoher Spannungen geeignet macht. Es lässt sich dann zeigen — und dies soll in einem späteren Abschnitte geschehen —, dass der mit dem als Wattmeter geschalteten Instrumente beobachtete Effekt W sich auch berechnen lässt aus der Beziehung

$$W = \frac{R}{2} (J_1^2 - J^2 - i^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 10)$$

Man hat also bei Verwendung der Behn'schen Schaltungsmethode die Möglichkeit, durch einfache Umschaltung eines und desselben Instrumentes den Strom, die Klemmenspannung und den Effekt nach der Wattmetermethode oder nach der Methode der drei Ampèremeter zu messen.

11. Das Elektrometer und seine Verwendung zur Spannungsmessung.

Bei seinen mehrfach angeführten Untersuchungen hat Joubert sich »mit grossem Vorteil« des Elektrometers zur Spannungs- und indirekten Strommessung bedient, weil er das Dynamometer vom theoretischen und praktischen Standpunkte aus für ungeeignet hielt.

Joubert[1]) betont, dass das nach seiner Methode, der Methode der Doppelschaltung, angeordnete Instrument, ein Thomson'sches Quadrantenelektrometer in der von Mascart angegebenen Form[2]) »zur Messung von Gleich- und Wechselströmen, an Einfachheit der Anwendung und an Genauigkeit den für Gleichströme verwendeten Galvanometern in keinem Punkte nachstehe«, und die wissenschaftliche Kommission der Pariser elektrischen Ausstellung vom Jahre 1881 sagt wörtlich dasselbe[3]).

Es ist wohl wahr, dass das Elektrometer vom theoretischen Standpunkte aus dem Elektrodynamometer deshalb überlegen

---

[1]) Joubert, Ann. scientifics de l'école norm. sup. 10, p. 136, 1861.

[2]) Vergl. Kittler, Handbuch der El. 1, p. 290, Fig. 223, 1. Auflage. Von einer Beschreibung des Instrumentes ist hier Abstand genommen, weil dasselbe heute für technische Messungen kaum mehr verwendet werden dürfte.

[3]) Expér. faites à l'exposition de l'électricité . . . Paris 1883, p. 13.

ist, weil bei letzterem die Höhe des Ausschlages von der Impedanz des Instrumentes beeinflusst wird; aber es kann kaum behauptet werden, dass bei den Elektrometern älterer Konstruktion die Schnelligkeit, die Einfachheit und Genauigkeit der Einstellung und Ablesung die gleichen waren wie bei den zur Gleichstrommessung verwendeten Galvanometern.

Erst das Jahr 1886 brachte zwei Konstruktionen von aperiodischen Elektrometern, welche zur Verwendung in der elektrotechnischen Praxis geeignet erscheinen, die Instrumente von Curie und J. J. Carpentier. Bei diesen Instrumenten ist infolge der durch die Anwendung starker magnetischer Felder erreichten Aperiodizität die Einstellung und Ablesung gegenüber den Schwingungselektrometern wesentlich verkürzt und vereinfacht, und gleichzeitig sind die Angaben der Instrumente unabhängig von der Nähe magnetischer Felder gemacht worden. In noch höherem Masse als die eben erwähnten Konstruktionen entsprechen die von Sir William Thomson im Laufe der letzten Jahre angegebenen Konstruktionen den Zwecken und Bedürfnissen der Praxis; wir werden deshalb der Beschreibung einzelner dieser Konstruktionen schon um deswillen etwas mehr Raum geben, als in jüngster Zeit bei den Messungen besonders hochgespannter Ströme das Bedürfnis nach guten elektrostatischen Messinstrumenten mehr und mehr zu Tage tritt.

Es wird vielfach angenommen, dass die von Maxwell[1]) unter bestimmten Voraussetzungen ermittelte und für das Thomson'sche Quadrantenelektrometer gültige Beziehung zwischen der zu messenden Potentialdifferenz $V = (V_1 - V_2)$ und dem Ausschlage n des idiostatisch geschalteten Instrumentes

$$n = k\,(V_1 - V_2)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

allgemein gültig sei. Dies ist jedoch nicht der Fall. Der Verfasser[2]) hat im Jahre 1888 gezeigt, dass bei dem Carpentier'schen Elektrometer Proportionalität zwischen den Ausschlägen n und dem Quadrate der Potentialdifferenz nicht besteht, sondern dass die »Konstante« K der umgeformten Joubert'schen Gleichung

$$V = (V_1 - V_2) = K\sqrt{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11a)$$

bis zu einem gewissen Ausschlage hin stetig abnimmt und von da an wieder anwächst. Es verändert sich nämlich mit

[1]) Maxwell, Elektr. u. Magn. Deutsch von Dr. Weinstein, 1. p. 350.

[2]) Feldmann, zur Theorie d. Elektrometers. Ctrlbl. f. El. 10, p. 515, 1888. Vergl. auch Ayrton, Perry & Sumpner, El. London 27, p. 149.

zunehmendem Ausschlage die Kapazität des Instrumentes in solcher Weise, dass dasselbe mehr und mehr an Empfindlichkeit gewinnt und dass die von Joubert als Konstante angenommene Grösse K der Beziehung folgt

$$K = \frac{K_0}{1 + \lambda n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12)$$

In dieser Beziehung ist λ eine wahre Instrumentenkonstante, da sie von den Dimensionen der beweglichen Aluminiumnadel abhängt; ihre Grösse war für das vom Verfasser untersuchte Instrument $\lambda = 0{\cdot}0009266$. K_0 dagegen hängt von der Torsion des Aufhängefadens ab und kann durch Stösse, Erschütterungen u. s. w. zeitlichen Änderungen unterworfen sein.

Die im Folgenden angeführte Aichung des Instrumentes lässt das Verhalten desselben deutlich erkennen. Die anfängliche Abnahme der »Konstanten« K_n für den Ausschlag n rührt, wie bemerkt, von der Kapazitätsänderung her, welche durch den sich bewegenden Nadelrahmen bewirkt wird. Die Werte K_n der vorletzten Vertikalreihe der Tabelle sind aus der Beziehung

$$K_n = \frac{K_0}{1 + \lambda n} = \frac{38{\cdot}575}{1 + 0{\cdot}0009266\ n}$$

berechnet und stimmen bis gegen 230 Volt hin innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler vollkommen mit den aus den Messungen ermittelten Werten von K_n überein. Die bei höheren Spannungen auftretende plötzliche Abweichung von dem als richtig erkannten Gesetze mag in dem Umstande gesucht werden, dass bei grösseren Ablenkungen der Rand des Nadelrahmens sich den Rändern der Quadranten genügend nähert, um eine Änderung in der Elektrizitätsverteilung zu bewirken.

Aichung eines Carpentier'schen aperiodischen Quadranten-Elektrometers vom 7. Februar 1888.

V n Volt	n = Ausschlag am Elektrometer	K_n (gemessen) $= \frac{V}{\sqrt{n}}$	K_n (berechnet) $= \frac{38{\cdot}575}{1 + 0{\cdot}0009266\ n}$	Differenz in %	
35·92	0·861	38·700	38·573	0·33	
60·78	2·495	38·476	38·487	0·03	
85·09	4·920	38·363	34·400	0.10	
109·55	8.177	38·318	38·285	0·09	
121·72	10·155	38·196	38 214	0·05	0·19
138 84	13·367	37 977	38·104	0·33	im Mittel
191·97	26·132	37·533	37.663	0·29	
226·81	36·713	37·432	37·308	0·33	
248·44	44·041	37·432	—	—	
269·31	51·752	37·436	—	—	

Das vom Verf. untersuchte aperiodische Elektrometer von Carpentier (Fig. 124) enthält vier Messingquadranten a, und innerhalb derselben vier konzentrisch angeordnete und symmetrisch gelagerte, stark magnetisierte Stahlquadranten b. Innerhalb des zwischen diesen Quadrantenpaaren zur Verfügung stehenden cylindrischen Raumes bewegt sich eine Aluminiumnadel n von rechteckigem Querschnitte, welche, einen geschlossenen Rahmen bildend, bei ihrer Bewegung in dem starken Felde der Stahlquadranten zur Bildung von rasch dämpfenden Parasitströmen Gelegenheit giebt. Diese »Nadel« trägt an ihrem oberen Ende den Spiegel s für objektive Ablesung und ist an einem Silberfaden aufgehängt, welcher gleichzeitig der Nadel die Ladung der mit ihr verbundenen Quadrantenpaare übermittelt. Von den acht Quadranten stehen je vier auf einem Durchmesser gelegene untereinander elektrisch in Verbindung. Es ist deshalb klar, dass die mit geringem Spiel zwischen denselben sich drehende Nadel streng vor einer Berührung mit den ihr entgegengesetzt geladenen Quadrantenpaaren gehütet werden muss, da eine solche Berührung unfehlbar mit einem Durchbrennen des Aufhängefadens endigen würde. Es würde sich deshalb, weil das Instrument sowohl in den vertikalen Schlitzen zwischen den einzelnen Quadranten, als auch in dem cylindrischen Raume zwischen den inneren und äusseren Quadranten behufs Erreichung der erforderlichen Empfindlichkeit nur sehr kleine Abstände aufweist, empfehlen, den Nadelrahmen N an seinen äusseren und inneren Ecken durch Glimmerblättchen a, b, c, d, isolierend zu schützen und ausserdem die Stehbolzen zwischen den äusseren und inneren Quadranten mit Isoliermaterial zu bedecken. (Fig. 125.)

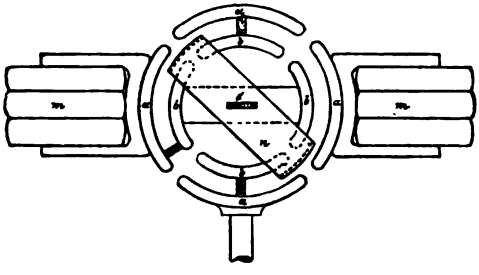


Fig. 124. Aperiodisches Elektrometer von Carpentier.

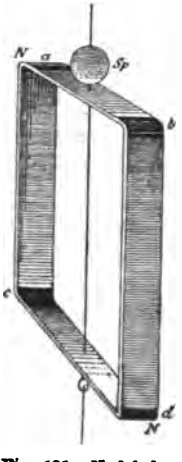


Fig. 125. Nadel des Elektrometers Fig. 194.

Die Nadel muss derart eingestellt werden, dass die beiden

entgegengesetzt geladenen Quadrantenpaare gleichmässig auf dieselbe einwirken und dass bei Ableitung sämtlicher Quadranten entgegengesetzt gleiche Ladungen der eingestellten Nadel entgegengesetzt gleiche Ausschläge hervorrufen[1]). Die letztere Forderung ergiebt sich daraus, dass es infolge der parasitischen Potentialdifferenzen zwischen den verschiedenen Metallen der Nadel und der Quadranten im allgemeinen nicht möglich ist, die erstere nach Mitteilung einer Ladung bei Ableitung der letzteren in Ruhe zu erhalten.

Bei dem aperiodischen Elektrometer von Curie[2]) bewegt sich eine lemniskatenförmige Aluminiumnadel in dem Hohlraume zwischen vier stark magnetisierten Stahlquadrantenpaaren, welche auf Ebonitstützen montiert und in der angedeuteten Weise magnetisiert sind (Fig. 126). Die Nadel ist an einem Metalldraht von 0·02 *mm* Durchmesser aufgehängt und mit einem Spiegelchen verbunden, dessen Ablenkungen beobachtet werden. Das Instrument teilt mit demjenigen von Carpentier die Vorteile, welche die vollkommen aperiodischen Einstellungen und die Nachteile, welche die Spiegelablesung für den praktischen Gebrauch mit sich bringen. Die Elektrometer sind deshalb auch noch in einer anderen Form ausgeführt worden, bei welcher statt der Spiegelaufhängung eine Lagerung der Nadel auf Schneiden vorgenommen ist.

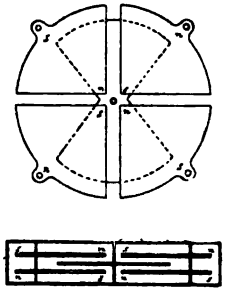


Fig. 126.
Aperiodisches Elektrometer von Curie.

Den an ein Elektrometer in Bezug auf Genauigkeit und Einfachheit der Aufstellung und Ablesung zu stellenden Anforderungen der Praxis entsprechen in höherem Masse die neueren Konstruktionen.

Hier sind in erster Reihe die von James White in Glasgow fabrizierten elektrostatischen Messinstrumente von Sir W. Thomson anzuführen, welche in den drei verschiedenen Typen des vielzelligen und des vertikalen elektrostatischen Voltmeters und der elektrostatischen Wage ausgeführt werden. Das vielzellige Voltmeter, welchem von diesen drei Typen unstreitig in Bezug auf Brauchbarkeit und Genauigkeit die erste Stelle eingeräumt werden muss, wird in fünf verschiedenen

[1]) Hallwachs. Ann. der Physik u. Chem. 29, p. 1. 1889.
[2]) P. H. Ledeboer, Lum. él. 22, p. 57, 1886.

Grössen auf den Markt gebracht, von welchen jede den Messbereich von 1 bis zum 4fachen ihrer minimalen Spannung deckt, während alle zusammen das Intervall zwischen 40 und 1300 Volt umfassen. Das vertikale elektrostatische Voltmeter und die elektrostatische Wage messen bis zum 20fachen ihrer minimalen Spannung, und zwar decken die vier Formen des ersteren das Intervall zwischen 200 und 20000 Volt, die zwei Formen der letzteren das Intervall zwischen 2500 und 100000 Volt.

Die Instrumente beruhen auf dem Prinzipe des Luftkondensators, dessen einer Teil so um eine Axe beweglich an-

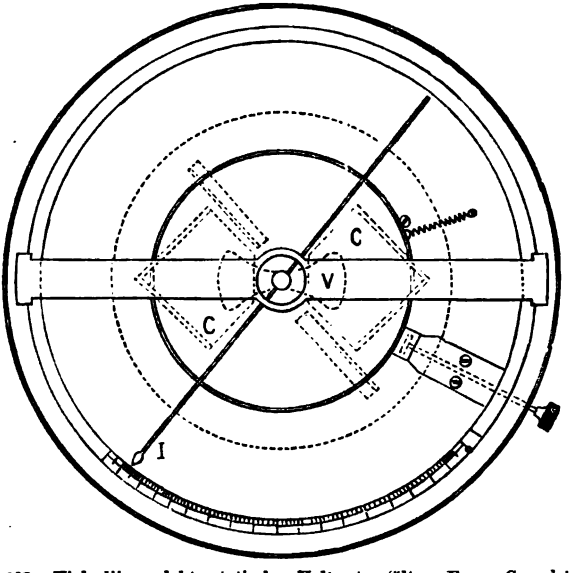


Fig. 127. Vielzelliges elektrostatisches Voltmeter (ältere Form, Grundriss).

geordnet ist, dass die Kapazität des Instrumentes zu- oder abnimmt. Der Kondensator, welcher so den eigentlich messenden Teil des Instrumentes bildet, ist in ein metallenes Gehäuse eingeschlossen, dessen doppelter Zweck der Schutz gegen Luftströmungen und gegen die störenden Einwirkungen anderer elektrisierter Körper ist. Bei dem vielzelligen und dem vertikalen elektrostatischen Voltmeter werden die feststehenden Teile des Kondensators durch eine Anzahl paralleler, quadrantenförmiger Metallplatten gebildet. Innerhalb des durch zwei solche Metallplatten gebildeten zellenförmigen Raumes bewegt sich ein entsprechend geformter Flügel, welcher bei sämtlichen

Instrumenten mit dem Metallgehäuse in Verbindung steht. Die feststehenden Zellen sind elektrisch untereinander und mit einer auf dem Metallgehäuse isoliert angebrachten Klemme verbunden. Der bewegliche Teil trägt einen Zeiger, welcher an einer direkt in Volt geteilten Skala die Spannungsdifferenz zwischen den beweglichen und den festen Teilen des Kondensators angiebt. Unter dem Einflusse einer solchen Spannungs

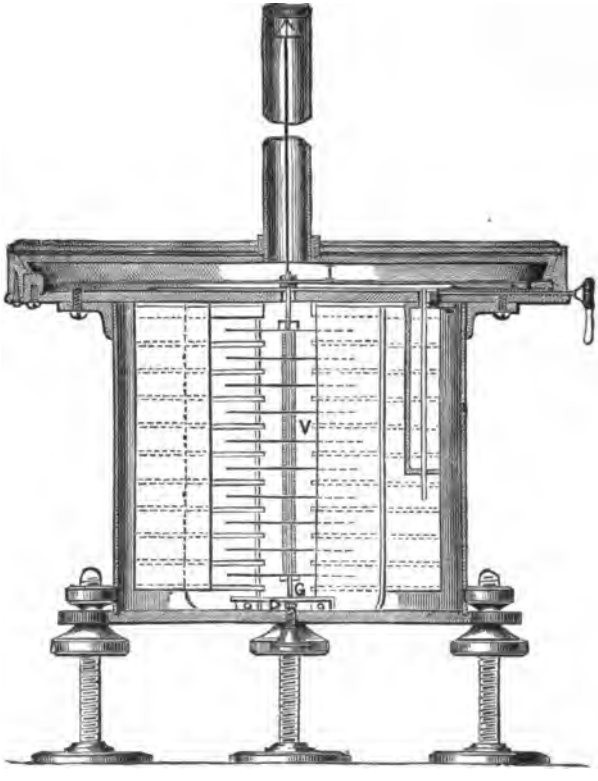


Fig. 128. Vielzelliges elektrost. Voltmeter (ältere Form, Aufriss).

differenz sucht sich der bewegliche Teil so einzustellen, dass möglichst viele der elektrostatischen Kraftlinien in ihm endigen, dass also die Kapazität eine möglichst grosse wird. Die Grösse der bewegenden Kraft, welcher beim vertikalen Voltmeter und bei der elektrostatischen Wage durch ein Gewicht, beim vielzelligen Voltmeter durch die Torsion des Aufhängefadens das Gleichgewicht gehalten wird, ist proportional dem Quadrate der Spannungsdifferenz zwischen den Kondensatorplatten.

Die ältere Anordnung des vielzelligen Voltmeters ist aus den Fig. 127 und 128 deutlich ersichtlich. Die Zellen c c sind dabei von quadratischer Form, in gleichen Abständen voneinander und genau parallel zueinander angeordnet. Es sind zwei Reihen derselben vorhanden, welche gegeneinander und die Deckplatte mittels eines isolierenden Trägers befestigt und innerhalb des metallenen Gehäuses angeordnet sind. Dieses Gehäuse besitzt cylindrische Form und trägt oben die Skala des Instrumentes, eine Glasplatte und den Torsionsfaden samt Träger für den beweglichen Teil. Der letztere besteht aus lemniskatenförmigen Flügeln V, welche durch isolierende Distanzstücke in fester Entfernung voneinander auf einem Metallstäbchen gehalten werden. Dieses Stäbchen endigt am unteren Ende hinter der Platte G im Schräubchen D, am oberen Ende hinter der Deckplatte am Anfange des Torsionsfadens und trägt oberhalb der Skala den Zeiger J, welcher gleich allen beweglichen Metallteilen des Instrumentes aus Aluminium besteht. Eine unten in Fig. 128 sichtbare Schraube und ein rechts oben angedeutetes Hebelchen gestatten die vollkommene Arretierung des beweglichen Teiles während der Nichtbenutzung oder des Transportes. Der bewegliche Teil ist in seinen Ausschlägen begrenzt durch zwei Metallplatten, welche zugleich abstossend wirken und gegen welche derselbe sich in der Ruhelage anlegt, sodass auch nach seitwärts hin die arretierte Nadel keine Bewegungen auszuführen vermag. Die Verbindung zwischen dem Gehäuse und der Nadel erfolgt durch den Aufhängefaden; der zweite Pol steht mittels einer vom Gehäuse isolierten Klemme mit den Zellensystemen in Verbindung. Bei der neueren Form des Instrumentes, welche in Fig. 129 dargestellt und auch für den Gebrauch im Maschinenraume be

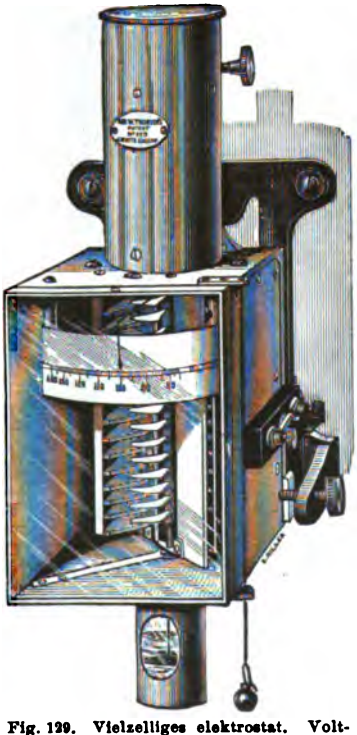


Fig. 129. Vielzelliges elektrostat. Voltmeter (neuere Form).

stimmt ist, sind die Zellen im Interesse der einfacheren Herstellung von dreieckiger Gestalt und dadurch gebildet, dass Messingplättchen in die in einer messingenen Rückplatte in gleichen Abständen und genau parallel zueinander angebrachten Sägeschnitte eingesetzt werden. Ausserdem ist zwischen Aufhängedraht und Spindel des beweglichen Teiles eine Feder

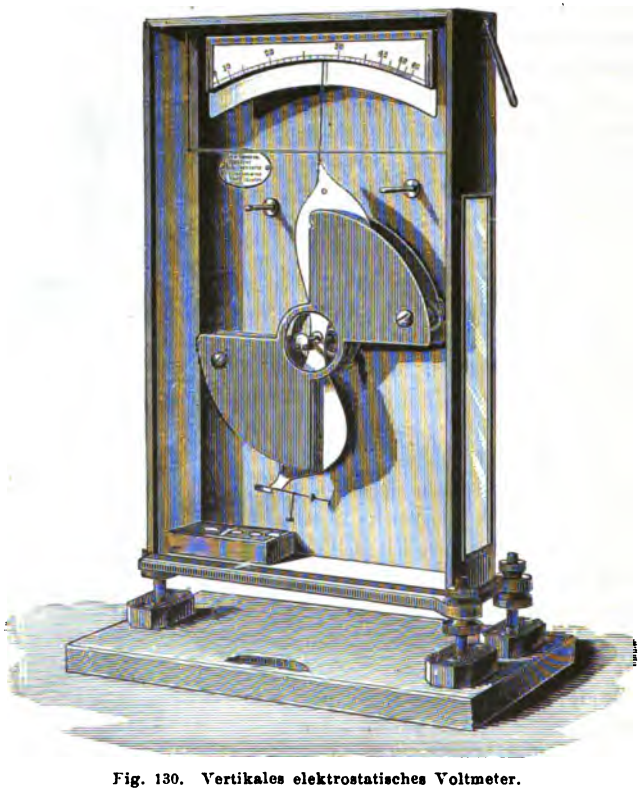


Fig. 130. Vertikales elektrostatisches Voltmeter.

von solcher Stärke eingesetzt worden, dass dieselbe die Spindel gegen die vorerwähnten Anschlagplatten sanft anpresst. Das Instrument besitzt eine vertikale Skala und einen Dämpferflügel, welcher sich in einem mit Öl gefüllten Gefässchen bewegt. Da Aluminium und Messing durch Kontakt eine Spannungsdifferenz von 0·2 Volt aufweisen, wobei Aluminium das positive Metall ist, so giebt das vielzellige Voltmeter bei Verwendung mit Gleichstrom um 0·2 Volt zu wenig oder zuviel, je nachdem der + Pol der Spannungsquelle an die isolierte Klemme oder

an das Gehäuse angeschlossen wird. Bei Wechselstrom verschwindet die Wirkung dieser Kontakt-E. M. K.

Das vertikale elektrostatische Voltmeter besitzt nur zwei sektorenförmige Zellen und einen in der Ruhelage nur zum geringsten Teile von denselben bedeckten lemniskatenförmigen Flügel (Fig. 130). Dieser Flügel bewegt sich um horizontal stehende Schneiden, welche auch die Verbindung zwischen ihm und dem Gehäuse herstellen, und endigt in einen feinen Zeiger, der über einer vertikalen, direkt geteilten Skala spielt. An seinem unteren Ende trägt der Flügel die Schneide für die seiner Bewegung entgegenwirkenden 3 Gewichte, welche sich wie 1 : 2 : 4 verhalten. Die Skala besitzt 60 Teilstriche, von welchen bei Auflegung des ersten Gewichtchens jeder 50 Volt bedeutet. Werden zwei Gewichte aufgelegt, so entspricht 1 Teilstrich 100 Volt; werden alle drei Gewichte verwendet, so entspricht 1 Teilstrich 200 Volt.

Zur Dämpfung und Begrenzung der Schwingungen sind Anschläge und mechanische Dämpfer angebracht, welche ohne Berührung des Instrumentes mittels feiner, durch das Schutzgehäuse durchgeführter Seidenschnürchen bethätigt werden können. Besondere Vorsicht ist bei Benutzung dieses Instrumentes in Stromkreisen mit hohen Spannungen darauf zu verwenden, dass nie der Versuch gemacht werde, Gewichte aufzulegen oder abzunehmen, oder überhaupt die Klemmen oder das Metallgehäuse zu berühren, bevor die Verbindungen nach der Spannungsquelle beide gelöst sind. Wenn es sich erreichen lässt, ist es stets am empfehlenswertesten, das Metall gehäuse und eine der Klemmen der Spannungsquelle nach der Erde abzuleiten.

Die elektrostatische Wage von Sir W. Thomson (Fig. 131) besteht aus einer auf drei Glasfüssen P, C, P ruhenden Messingplatte B, welche mittels eines dick mit Gummi isolierten Drahtes C T an den einen Pol angeschlossen wird. Der Zuführungsdraht ist rings mit einer mit Paraffin ausgegossenen Glasröhre umgeben und endigt einerseits an einer Kontaktfeder unterhalb der Platte B, andererseits an einer Klemme T, welche vor zufälliger Berührung durch ein weites Glasröhrchen geschützt ist. Der bewegliche Teil, welcher mit dem Metallgehäuse und dem anderen Pole in Verbindung steht, wird durch eine in Schneiden gelagerte Aluminiumscheibe V gebildet, deren Aufhängungsglieder das Metallgehäuse in einer entsprechenden Öffnung durchsetzen und welche ausser dem

Zeiger J und dem Gegengewicht N auch das Hebelchen A

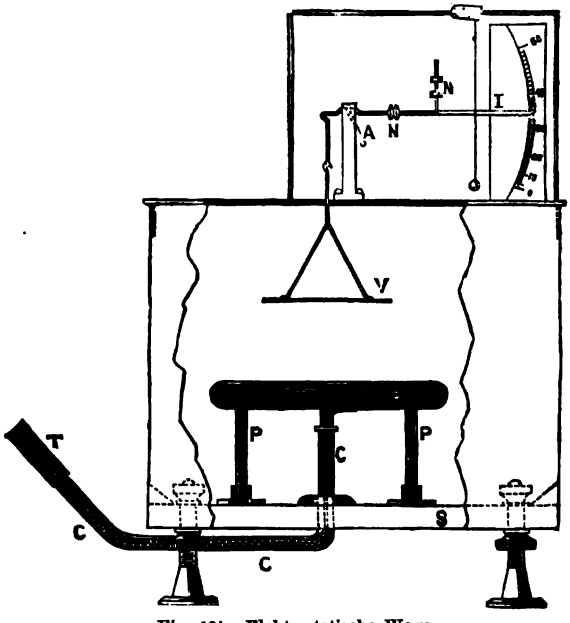


Fig. 131. Elektrostatische Wage.

tragen. An dieses Hebelchen werden wiederum je nach der gewünschten Empfindlichkeit ein, zwei oder drei Gewichtstückchen gehängt, welchen 250, 500 oder 1000 Volt pro Teilstrich der Skala entsprechen. Das abgebildete Instrument (Fig. 131) umfasst 50 Teilstriche, deckt also das Intervall zwischen 2500 und 50 000 Volt.

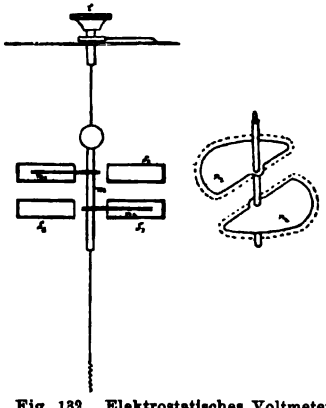


Fig. 132. Elektrostatisches Voltmeter von Swinburne.

Das von Fleming[1]) bei seinen Untersuchungen an Transformatoren zur Spannungsmessung benutzte Swinburne'sche Voltmeter unterscheidet sich wesentlich von den bisher beschriebenen Instrumenten, da es nur zwei feststehende

[1]) Fleming, Journ. Inst. El. Eng. 21, p. 597. Swinburne, El. London, 26. p. 571.

Sektoren besitzt, welche gleich der Nadel halbkreisförmig gestaltet sind (Fig. 132)[1]). Zur Vergrösserung der maximalen Ablenkung hat Swinburne zwei Nadeln n_1 und n_2 verwendet, welche auf dem gleichen, an Metallfäden aufgehängten Metallstäbchen m befestigt sind und in dem Raume zwischen je zwei Paar halbkreisförmiger Sektoren s_1, s_2, s_3, s_4 schwingen. Der zur Aufhängung der Nadeln dienende Phosphorbronzedraht von 0·1 *mm* Durchmesser war bei den von Fleming verwendeten Instrumenten an einen Torsionskopf t angeschlossen, dessen Zeiger über einer in Grade geteilten Skala spielte. Bei den meisten Versuchen wurde das Voltmeter idiostatisch geschaltet, indem das eine Sektorenpaar und die Nadeln an die eine Klemme, das andere Sektorenpaar an die andere Klemme des zu untersuchenden Transformators angeschlossen wurden; die Nadeln bewegten sich dann unter dem Einflusse einer Wechselspannung nach demjenigen Paare halbcylindrischer Sektoren, deren Potential sich von dem ihrigen unterschied. Durch entsprechendes Verdrehen des Torsionskopfes wurden die Nadeln dann wieder in ihre Nullstellung zurückgebracht. Zur Beobachtung der Nullstellung wurde das von einem am Stäbchen m befestigten Spiegel reflektierte Bild eines leuchtenden Glühlampenfadens mit einem Fixpunkte auf irgend einem passend aufgestellten Schirme verglichen. Die Empfindlichkeit des Instrumentes war so gross, dass eine Abweichung um 3 oder 4 Volt von der konstant zu haltenden Wechselspannung von 2400 Volt noch gut beobachtet werden konnte. Als Mängel des Instrumentes bezeichnet Fleming die schwere, nur wenig gedämpft schwingende Nadel und die infolge der geringen Abstände leicht auftretenden Entladungen, welche eine Zerstörung des Aufhängefadens herbeiführten; als Abhilfsmittel empfiehlt Fleming die Überdeckung der Metallflächen mit entsprechend geformten Glimmerblättchen und einen in Öl oder Wasser tauchenden Glimmerflügel statt der für die schwere Nadel ungenügenden elektromagnetischen Dämpfung. Das Instrument in dieser Ausführungsform ist eben ein reiner Laboratoriumsapparat. Doch fertigt Swinburne für den Gebrauch in Wechselstrom-Centralen auch elektrostatische Voltmeter, welche in der äusseren Erscheinung den bekannten Formen der Strom- und Spannungszeiger für Gleichstrom ähneln.

---

[1]) Eine solche Anordnung hatte auch Curie im Jahre 1886 angegeben. Vergl. Ledeboer, Lum. él. 22. p. 57, 1886.

Dies ist auch der Fall bei dem in Fig. 133 dargestellten elektrostatischen Voltmeter von Hartmann & Braun, das einem Thomson'schen Quadrantenelektrometer in handlicher Form entspricht und für Spannungen von 2000 — 3000 Volt ausgeführt wird. Dasselbe enthält vier Zellen, welche zusammen eine Kreisfläche bilden und auf eine Hartgummiplatte montiert sind; in dem hohlcylindrischen Raume zwischen den vorderen und hinteren Metallsektoren schwingt eine biskuitförmige Nadel, welche direkt mit dem Zeiger verbunden ist.

Elektrostatische Spannungszeiger noch einfacherer Form rühren von A. Wright und Prof. F. Braun[1]) her. Bei dem ersteren derselben ist die Axe eines leicht drehbar gelagerten Metallscheibchens nicht genau senkrecht zur metallenen Grund-

Fig. 133.
Elektrostatisches Voltmeter von Hartmann & Braun.

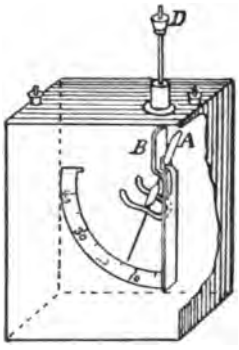


Fig. 134.

platte des Instrumentes gestellt. Wenn also die eine Klemme des zu untersuchenden Apparates an die Grundplatte, die andere an die bewegliche Scheibe angeschlossen wird, muss sich die Scheibe gegenüber der festen so bewegen, dass die Gesamtkapazität des Instrumentes vergrössert wird. Ein mit der beweglichen Scheibe verbundener Zeiger wird sich also über eine durch empirische Aichung ermittelte Skala fortbewegen.

Die Braun'schen Elektrometer (Fig. 134) enthalten einen entsprechend abgebogenen Metallstreifen B, welcher die Lagerung

[1]) F. Braun, El. Zeitschr. 1891, p. 645.

für einen mit möglichst geringer Reibung um eine horizontale Axe drehbaren Aluminiumbügel enthält. Diese beiden Teile sind bis auf geringfügige Partien in ein Metallgehäuse eingesetzt und von demselben gut isoliert. Die beiden Punkte, deren Potentialdifferenz gemessen werden soll, werden an das Gehäuse und an den mit A und B verbundenen, vom Gehäuse isolierten Knopf D angeschlossen. Dadurch erlangen A und B gleiches Potential und die Ausschläge des Instrumentes werden nur abhängig von geraden Potenzen des Spannungsunterschiedes zwischen Gehäuse und Aluminiumstreifen. Die Empfindlichkeit lässt sich an bestimmten Stellen dadurch ändern, dass man den Aluminiumstreifen A in einer allmählich sich öffnenden, mit B verbundenen (oder in einer allmählich sich schliessenden, mit dem Gehäuse verbundenen) Gabel C spielen lässt, oder dass man auf irgend eine andere Weise für gewisse Lagen von A die Kapazität des Instrumentes verändert.

12. Verwendung des Elektrometers zur Messung der Stromstärke und des Effektes.

Das nach der Methode der Doppelschaltung verbundene Elektrometer lässt sich nach der eleganten Methode, welche Potier[1]) zur Zeit der Pariser Elektrizitätsausstellung angegeben hat, auch zur Messung von Strom und Effekt in einem Wechselstromkreise verwenden, sobald man die Einschaltung eines induktionsfreien Widerstandes in den Stromkreis nicht scheut.

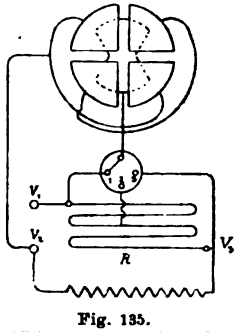


Fig. 135.
Effektmessung nach Potier.

Die nebenstehende Fig. 135 veranschaulicht die zur Ausführung der Messung erforderlichen Verbindungen. Das eine Quadrantenpaar und die Nadel des Elektrometers sind fest an die eine Klemme der zu untersuchenden Wechselstromquelle, also der Dynamo oder des Transformators, angeschlossen. Das

[1]) Bericht der Kommission: Expér. faites à l'Expos. de l'Electr. Paris 1883, p. 16. Ferner M. A. Potier, Journ. de Phys. 10, p. 445, 1881, Mascart et Joubert, L'Electr. et le Magn. 2, p. 283. Es scheint, dass auch Ayrton und Fitzgerald gleichzeitig auf die Methode gekommen sind; wenigstens erhebt Ayrton Anspruch auf dieselbe (El. Rev. 22 p. 239, 1888), und Hopkinson schreibt ihm und Perry dieselbe zu (El. London, 14, p. 493, 1885).

zweite Quadrantenpaar wird der Reihe nach an zwei verschiedene Punkte des induktionsfreien Widerstandes angelegt, nachdem man die Spannung der Wechselstromquelle in einer vorhergehenden Messung bestimmt hat.

Wenn das Potential der Nadel und des einen Quadrantenpaares V_0, jenes des anderen Quadrantenpaares der Reihe nach V_1, V_2, V_3 war, so lassen sich Spannung V, Strom J und Nutzleistung W der Wechselstromquelle aus den drei Ausschlägen n_1, n_2, n_3 und den drei Widerstandswerten $R_1 = 0$, R_2, R_3 wie folgt berechnen.

Die Spannung an den Klemmen des Wechselstromapparates ergiebt sich direkt aus der ersten Ablesung

$$V^2 = (V_0 - V_1)^2 = K_1^2 \cdot n_1.$$

Entsprechend ist $(V_0 - V_2)^2 = K_2^2 \cdot n_2 = (V_0 - V_1 - R_2 J)^2$

und $(V_0 - V_3)^2 = K_3^2 \cdot n_3 = (V_0 - V_1 - R_3 J)^2$

Die beiden letzten Gleichungen lassen sich somit, wenn man berücksichtigt, dass

$$(V - R_2 J)^2 = V^2 + R_2^2 J^2 - 2R_2 (VJ) = V^2 + R_2^2 J^2 - 2R_2 W$$

und ähnlich

$$(V - R_3 J)^2 = V^2 + R_3^2 J^2 - 2R_3 (VJ) = V^2 + R_3^2 J^2 - 2R_3 W$$

ist, einfacher wie folgt schreiben:

$$V^2 + R_2^2 J^2 - 2 R_2 W = K_2^2 n_2$$
$$V^2 + R_3^2 J^2 - 2 R_3 W = K_3^2 n_3.$$

Hieraus ergiebt sich der Strom

$$J = \sqrt{\frac{K_2^2 n_2 R_3 - K_3^2 n_3 R_2 + K_1^2 n_1 (R_2 - R_3)}{R^2 R_3 - R_3^2 R_2}} \quad 13)$$

und die Nutzleistung

$$W = \frac{K_2^2 n_2 R_3^2 - K_3^2 n_3 R_2^2 + K_1^2 n_1 (R_2^2 - R_3^2)}{2 (R_2^2 R_3 - R_3^2 R_2)} \quad 14)$$

Deuten schon diese verwickelten Formeln darauf hin, dass die Methode zwar theoretisch elegant, praktisch aber wenig brauchbar ist, so wird diese Vermutung zur Gewissheit, wenn wir die verschiedenen mit derselben verknüpften Nachteile ins Auge fassen.

Dass unter Umständen die Einführung eines induktionsfreien Widerstandes, z. B. in den Stromkreis einer bereits belasteten Dynamo, die Stromverhältnisse ändern wird, dass ein solcher Widerstand im allgemeinen für höhere Spannungen schwer zu beschaffen, unhandlich und teuer ist, sei nur nebenbei erwähnt; denn wir werden später öfter auf einen solchen Widerstand zurückgreifen müssen. Dagegen zeigt eine einfache Überlegung, dass man in einem gegebenen Falle meistens mit stark verschiedenen Empfindlichkeiten des Elektrometers arbeiten wird, dass man wegen der Erwärmung des Widerstandes die drei Messungen rasch nacheinander ausführen muss und dass zur Herstellung der günstigen Untersuchungsbedingungen eine Reihe von Vorversuchen gemacht werden muss.

Selbst wenn dann die an und für sich einfachen Beobachtungen mit genügender Genauigkeit angestellt wurden, ergiebt sich unter Berücksichtigung der Konstantenänderung und Konstantenermittelung für jeden der Ausschläge eine so umständliche Berechnung, dass man für praktische Zwecke das Wattmeter und das Dynamometer schon aus diesem Grunde vorziehen würde, selbst wenn deren Angaben nicht zuverlässiger und deren Handhabung, Aichung und Vorbereitung zur Messung nicht so viel einfacher und bequemer wären, wie sie es thatsächlich sind.

Nur in einem Falle kann die Verwendung des Elektrometers oder eines der im Folgenden beschriebenen elektrostatischen Spannungsmesser von Vorteil sein, in jenem Falle nämlich, wo der schwache Strom eines Hochspannungskreises indirekt gemessen werden soll. In diesem Falle reicht die Empfindlichkeit des Siemens'schen Dynamometers für starke Ströme nicht mehr aus, und da auch das Siemens'sche Dynamometer für schwache Ströme genaue Messungen kaum unter 0·5 Ampère gestattet, so müssen die zuweilen erheblich schwächeren Ströme, welche in den Hochspannungsspulen mittelgrosser oder kleiner Transformatoren fliessen, auf indirektem Wege gemessen werden. Zu diesem Zwecke muss allerdings ein induktionsfreier Widerstand in den betreffenden Stromkreis eingeschaltet werden; dieser Widerstand darf unter dem Einflusse des ihn durchfliessenden Stromes nur schwach erwärmt werden, darf keinen zu grossen Spannungsverlust bewirken und muss trotzdem von solcher Grösse sein, dass die an seinen Enden herrschende Spannung mit dem gerade vorhandenen elektrostatischen Voltmeter oder Elektrometer genügend genau gemessen werden

kann. Die Einzelheiten eines solchen Widerstandes und einer solchen Messung werden später eingehend erwähnt werden. Auch werden wir bei Besprechung der Effektmessung mittels der Methode der drei Voltmeter eine weitere Verwendungsart des Elektrometers zur Effektmessung kennen lernen.

Da die Potier'sche Methode der Effektmessung mit dem Elektrometer mindestens zwei Ablesungen für verschiedene Widerstände R_2, R_3 erfordert, hat J. Swinburne eine andere Methode angegeben, bei welcher nur eine Ablesung nötig ist. Swinburne[1]) schaltet vor und hinter den zu untersuchenden Apparat genau gleiche induktionsfreie Widerstände R R und verbindet dann die vier Quadranten mit den vier Punkten, deren Potentiale V_1, V_2, V_3, V_4 sind. Das Potential V_0 der Nadel wird durch die gezeichnete Verbindung gleich dem Potentiale V_2 gemacht. Wenn man dann annimmt, dass durch die Bewegungen der Nadel keine Änderung der Instrumentenkonstanten eintritt, kann man zeigen[2]), dass die Ablenkung

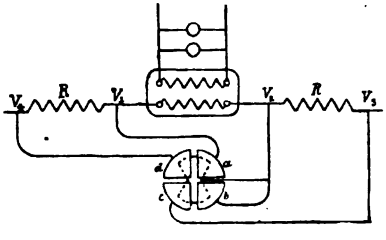


Fig. 186.

---

[1]) J. Swinburne, El. London 26, p. 571.

[2]) Wenn die Nadel um ein kleines Stück x nach rechts abgelenkt wird, erhalten die unter den Quadranten a und c liegenden Teile derselben einen Zuwachs, die unter b und d liegenden Teile derselben einen Abzug an Elektrizitätsmenge, welcher x und der Kapazität α per Einheitsstreifen der Nadel proportional ist. Die Quadranten a und c erfahren gleichen Zuwachs, die Quadranten b und d gleiche Abnahmen entgegengesetzter Elektrizitätsmengen. Wenn also die Ladungen anfangs A_0, B_0, C_0, D_0, F_0 waren, so ist jetzt

$$F = F_0 + \alpha x (V_0 - V_1 + V_0 - V_3) - \alpha x (V_0 - V_2 + V_0 - V_4)$$
$$= F_0 + \alpha x (V_2 + V_4 - V_1 - V_3)$$
$$D = D_0 + \alpha x (V_0 - V_4)$$
$$C = C_0 - \alpha x (V_0 - V_3)$$
$$B = B_0 + \alpha x (V_0 - V_2)$$
$$A = A_0 - \alpha x (V_0 - V_1)$$

und die der Ablenkung φ proportionale Energieänderung ist

$$\tfrac{1}{2} \alpha x [(V_2 + V_4 - V_1 - V_3) V_0 - (V_0 - V_1) V_1 + (V_0 - V_2) V_2 - (V_0 - V_3) V_3 + (V_0 - V_4) V_4].$$

Hieraus folgt

$$k\varphi = (V_1 + V_2 - 2V_0)(V_1 - V_2 + V_3 - V_4)$$

oder für den vorliegenden Sonderfall

$$k\varphi = (V_1 - V_2) 2 V_1 = 2 E J R.$$

proportional ist

$$(V_1 + V_2 - 2\,V_0)\,(V_1 - V_2 + V_3 - V_4).$$

Und da hier

$$V_1 - V_2 = E\,V_0 = V_3;\; V_4 = 0;\; V_1 = J.\,R;\; V_3 = V_2 + J\,R = V_1 + V_2$$

gesetzt werden kann, wird die Ablenkung φ proportional sein mit

$$(V_1 - V_2)\,2\,V_1 = 2\,E\,J\,.\,R.$$

Es wird also $E\,J = k\,.\,\frac{\varphi}{2\,R} = W\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.$ 15)

13. Kalorimeter im engeren Sinne.

Die Verwendung dieser Instrumente und der auf ihnen beruhenden Messmethoden hat auf den ersten Blick etwas Bestechendes, weil man die verlorene und in Wärme umgesetzte Energie direkt durch ihre Wärmewirkung bestimmen kann. Thatsächlich sind solche Messungen an Transformatoren auch von Roiti[1]), Marshall[2]), Ayrton und Perry[3]) u. a. m. vorgenommen worden. Bedenkt man aber, welche Korrektionen erforderlich sind, um das Resultat einigermassen genau zu machen, bedenkt man ferner, dass selbst ohne Berücksichtigung der Korrektionen drei Ablesungen vorgenommen und dass die Kalorimeter für eine bestimmte Messung den Dimensionen des zu untersuchenden Apparates angepasst sein müssen, so erkennt man, dass die Methode vom praktischen Standpunkte aus zu theoretisch und vom theoretischen aus nicht genau genug ist, um einigermassen ein Äquivalent für die aufgewendete Zeit und Arbeit zu gewähren.

Theorie und Wirkungsweise der Instrumente sind einfach. Dieselben lassen sich zusammen mit den Korrektionen am besten an einem praktischen Zahlenbeispiele ermitteln. Als solches sei eine der Untersuchungsreihen angeführt, welche der Verfasser im Frühjahr 1888 unternahm, um über die Brauchbarkeit eines von Edelmann angefertigten Kalorimeters zur Strommessung ein Urteil zu gewinnen.

Dieses Instrument besteht aus zwei cylindrischen Messinggefässen, welche hochglänzend poliert und von verschiedenem

[1]) Roiti, Lum. él. 35, p. 465. 1890.
[2]) Marshall, El. World 15, p. 76. El. Rev., London, 26. p. 119.
[3]) Ayrton & Perry, El. Rev., London, 22. p. 240. 1888.

Durchmesser sind. Das äussere Messinggefäss ist fest mit dem Fusse des Instrumentes verbunden und dient nur zur Verringerung der Wärmeabgabe. Das innere der beiden cylindrischen Gefässe ruht unten auf einer Ebonitspitze und ist seitlich durch drei an Winkeln angebrachte, den äusseren Messingcylinder isoliert durchsetzende Schrauben mit Elfenbeinspitzen gestützt, sodass es, wenn der Deckel aufgesetzt ist, rings von einer ruhenden Luftschicht umgeben ist. Der Messingdeckel ist mit drei Öffnungen versehen, von welchen eine zur Einführung des Thermometers dient, während die beiden anderen isoliert von zwei starken kupfernen Stangen durchsetzt werden. Diese Stangen tragen oben die Zuführungsklemmen, sind weiter unten mechanisch durch einen Querriegel aus Ebonit verbunden und endigen innerhalb des inneren oder Kalorimetergefässes in einem mit dem Messdrahte bewickelten Ebonitblocke von rechteckigem Querschnitt. Der Messdraht besass etwa 7 Ohm Widerstand und war aus Silber hergestellt; derselbe hätte also, wenn das Instrument thatsächlich zur Strommessung gebraucht werden sollte, ganz anders angeordnet werden müssen, indem man z. B. seine einzelnen Windungen parallel statt hintereinander schaltete. Da es sich jedoch zunächst nur um eine Ermittelung der bei der Messung erreichbaren Genauigkeit handelte, so wurde von einer solchen Umänderung Abstand genommen.

Der zu messende Strom trat an einer der Zuführungsklemmen ein, durchfloss die eine Kupferstange, erwärmte den Messdraht und verliess den Apparat an der anderen Kupferstange. Das innere Kalorimetergefäss war mit Wasser gefüllt, an welches der erwärmte Messdraht nach Erreichung des stationären Zustandes eben jene Wärmemenge abgab, welche ihm durch den zu messenden Strom zugeführt wurde. Damit die Bestimmung der Temperatur des erwärmten Wassers einigermassen genau durchgeführt werden konnte, war es vor allem erforderlich, die ganze vom Kalorimetergefässe eingeschlossene Wassermasse auf gleiche Temperatur zu bringen. Da die verschieden warmen Schichten des Wassers nicht schnell genug ihre Temperatur ausgleichen, musste deshalb während der ganzen Dauer des Versuches das Wasser durchgerührt werden. Dies liess sich in einfacher Weise dadurch bewerkstelligen, dass man die mit den Innenteilen des Kalorimetergefässes fest verbundenen dicken Kupferstangen, welche in den isolierenden Führungen des Deckels mit einigem Spiel beweglich waren,

langsam auf und nieder führte. Die der Rührarbeit entsprechende Temperaturerhöhung musste durch einen Vorversuch bestimmt und von der gesamten Temperaturerhöhung in Abzug gebracht werden. Dieselbe betrug bei einer der Versuchsreihen während eines der Dauer des Stromschlusses gleich gewählten Zeitraumes von 120 Sekunden $\tau = 0{\cdot}110^0$ C. Wenn dann r der Widerstand des Messdrahtes war, so hatte der zu messende Strom J während der in der Zeit $t = 120$ Sekunden vollzogenen Erwärmung des Wassers um $(T_n - T_0)$ Grad die Arbeit

$$A = J^2 r t \quad \ldots\ldots\ldots \quad 16)$$

verrichtet, und das Kalorimeter hatte die Wärmemenge Q aufgenommen, welche gleich der in Kalorien ausgedrückten Arbeit A und gleich dem Produkte aus dem Wasserwerte W des gefüllten Kalorimeters und der wegen der Rührarbeit korrigierten Temperaturerhöhung $(T_n - T_0 - \tau)$ ist.

$$Q = 0{\cdot}24\, A = W\,(T_n - T_0 - \tau) \quad \ldots \quad 17)$$

Aus dieser Gleichung lässt sich entweder der auf andere Weise ohne Zerlegung des Instrumentes kaum bestimmbare Wasserwert

$$W = \frac{0{\cdot}24\, J^2 \cdot r \cdot t}{T_n - T_0 - \tau} \quad \ldots\ldots \quad 17a)$$

oder die empirische Konstante K der Gleichung

$$J = K \sqrt{T_n - T_0 - \tau} \quad \ldots\ldots \quad 17b)$$

ermitteln, welche natürlich nur dann Sinn hat, wenn bei allen Versuchen genau dasselbe Instrument unter genau den gleichen Bedingungen, also mit gleicher Wasserfüllung von gleicher Anfangstemperatur und mit gleicher Dauer des Stromschlusses, zur Verwendung gelangt.

Eine mit möglichster Sorgfalt ausgeführte Messreihe ergab bei Verwendung eines Thermometers, das zwischen 0^0 und 50^0 C. eine Teilung in Zehntel-Grade besass, sodass $0{\cdot}01^0$ noch geschätzt werden konnten, als mittleren Fehler der aus fünf Einzelbeobachtungen erhaltenen Bestimmung von K oder W immerhin noch etwa 0·5 %

Trotzdem also der Versuch (ohne Einrechnung der für Vorversuche verwendeten Zeit) zwei volle Minuten in Anspruch nahm, trotzdem fünf Ablesungen vorgenommen wurden, war die erreichte Genauigkeit nur gleich jener, welche mit einem Elektrodynamometer in den für die Messung günstigen Lagen

schon bei einer in dem vierten Teile der Zeit gemachten Ablesung erreicht wird.

Man wird vielleicht einwenden, dass hier eigentlich nur die der Rührarbeit entsprechende Temperatur berücksichtigt, nicht aber die Korrektionen wegen der Abkühlung des Kalorimeters und des aus demselben hervorragenden Teiles des Thermometers angebracht worden sind. Es würde hier zu weit führen, wenn die verschiedenen zur Ermittelung dieser Korrektionen vorgeschlagenen Methoden, die meist umständlich sind und die Dauer einer Messung um 5 bis 10 Minuten verlängern, hier auch nur kurz erläutert werden sollten. Trotz Anbringung einer solchen Korrektion gelang es dem Verfasser nicht, die Grösse des mittleren Fehlers der aus fünf Widerstands- und 26 Temperaturbeobachtungen bestehenden Einzelbestimmung von W oder K unter 0·35 % zu bringen.

In der Praxis wird man nicht fünf bis zehn Minuten auf die Ausführung einer einzigen Messung verwenden wollen, selbst wenn die erreichbare Genauigkeit eine weit grössere wäre.

Wenn ein Transformator kalorimetrisch untersucht werden soll[1]), so wird derselbe in ein vollkommen wasserdichtes Gehäuse aus blankem Metallblech oder ähnlichem Materiale mit geringer Emissionsfähigkeit eingeschlossen. Die primären und sekundären Drähte durchsetzen entsprechende, in diesem Gehäuse angebrachte Stopfbüchsen oder Gummipfropfen, sodass der Transformator zwar elektrisch leicht zu verbinden, aber sonst vollkommen in dem wasserdichten Gehäuse eingeschlossen ist. Das letztere wird von einem grösseren, ähnlich gestalteten, ebenfalls wasserdichten Gefässe umschlossen, das an entgegengesetzten Stellen Hähne für den Wasserzu- und Abfluss besitzt. Dann lässt man einen konstanten Wasserstrom den Raum zwischen den beiden Gefässen durchströmen und misst mit empfindlichen Thermometern die Temperaturen des zu- und abfliessenden Wassers.

Die gesamte vom Transformator in Wärme umgesetzte, also für seine Nutzleistung verlorene Energie wird zur Erwärmung des gleichmässig durchströmenden Wassers verwendet, sodass dessen Endtemperatur T_n an der Austrittsstelle höher sein wird als die Anfangstemperatur T_0 an der Eintrittsstelle. Wenn also in jeder Sekunde G Gramm Wasser das Kalorimeter durchfliessen, so werden durch das Wasser per Sekunde

[1]) Vergl. J. A. Fleming, Alt. curr. transf. Vol. 2, p. 542. 1892.

$G(T_n - T_0)$ Kalorien abgeführt. Der gesamte Verlust im Transformator wird also nach Erreichung des thermischen Gleichgewichtes

$$W = \frac{G(T_n - T_0)}{0{\cdot}24} \text{ Watt} \quad . \; . \; 18)$$

sein, wenn von Korrektionen wegen der seitens des Kalorimeters abgegebenen Wärmemenge Abstand genommen wird. Fleming hebt hervor, dass die grösste Schwierigkeit darin besteht, die Temperaturen genau abzulesen; er schlägt deshalb statt der Thermometer die Anbringung thermo-elektrischer Verbindung in dem zu- und abfliessenden Wasserstrome vor. Wir werden später bessere Methoden zur Messung von Transformatoren kennen lernen, welche auf der Anwendung von Elektrodynamometern, Wattmetern, elektrostatischen Voltmetern beruhen. Bei den meisten dieser Messungen aber werden wir uns mit Vorteil auch des Cardew-Voltmeters (oder seiner Modifikationen) bedienen, das, auf der thermischen Wirkung des Stromes beruhend, zu den Hitzdraht-Instrumenten oder Kalorimetern im weiteren Sinne des Wortes gezählt werden muss.

14. Hitzdrahtvoltmeter.

Das wichtigste und am weitesten verbreitete dieser Instrumente ist das Cardew-Voltmeter. Es trägt den Namen seines Erfinders, des Majors Cardew, dem das Verdienst gebührt, die sonst an den Voltmetern nur als störend empfundene Erwärmung zur Grundlage eines der brauchbarsten Instrumente der Wechselstromtechnik gemacht zu haben.

Im eigentlichen Cardew-Voltmeter wird die Ausdehnung eines etwa 12 engl. Fuss = 3·6 *m* langen Platinsilberdrahtes von 0·0635 *mm* Durchmesser und etwa 300 Ohm Widerstand dazu verwendet, mittels entsprechender Übertragungs- und Vergrösserungsmechanismen einen Zeiger über eine empirisch geaichte Skala zu bewegen. Damit das Instrument nicht zu lang werde, ist bei den eigentlichen Cardew-Voltmetern, wie sie von Paterson & Cooper, Goolden & Trotter, Edison-Swan, Drake & Gorham u. a. m. in England und von Ganz & Co. auf dem Kontinent fabriziert werden, der Draht meistens vierfach gelegt und entsprechend über isolierende Rollen in einem Tubus hin und her geführt. Das eine Ende des Drahtes ist fest; das andere endigt an dem Übertragungs-

mechanismus, dessen Konstruktion bei den verschiedenen Fabrikanten verschieden ist.

Bei allen Instrumenten muss eine Temperaturkompensation vorgesehen werden, damit das Instrument in seiner Nullstellung und in seinen Angaben unabhängig von der Temperatur der Umgebung werde. Diese Temperaturkompensation kann auf zweierlei Art erfolgen, indem man entweder das die Drähte schützende, meist cylindrische Gehäuse zu zwei Dritteln aus Messing, zu einem Drittel aus Eisen herstellt und die oberen Drahtführungsrollen direkt an demselben befestigt, oder indem man diese Rollen an besonderen Tragstangen anbringt und den Tragstangen den Temperaturkoëffizienten des Messdrahtes verleiht. Die letztere Anordnung gestattet bequemeres Einbringen des Drahtes, braucht aber, weil die Stangen den Draht nicht so vollkommen umschliessen wie das Gehäuse, etwas länger als die erste Anordnung zur Erreichung des thermischen Gleichgewichtes. Die Voltmeter mit kompensierten Stangen weisen leicht nach dem Gebrauche eine negative Variation des Nullpunktes auf; der Draht kühlt sich bei ihnen erheblich rascher ab als die Stangen; wenn also zuerst 100 Volt und dann 20 Volt abgelesen werden sollen, werden die Drähte gegenüber den Stangen zu kalt sein, sodass das Instrument zu wenig anzeigt. Umgekehrt wird beim Einschalten das zuvor stromlose Instrument bis zur vollständigen Erreichung des thermischen Gleichgewichtes, die erst nach einigen Minuten eintritt, zu hohe Angaben ergeben [1]).

Wichtig ist es, vor allen Neuaichungen und insbesondere nach dem Einziehen eines neuen Fadens den Zeiger ein paarmal die ganze Skala überspielen zu lassen und so den Draht durch schwache Überanstrengung künstlich zu altern. Wird dies bei einem neu eingezogenen Faden versäumt, so erhält man anfangs bei der Aichung unregelmässige und bei Wiederholung derselben auch stark voneinander abweichende Resultate. Die Empfindlichkeit des Instrumentes nimmt für wachsende Ausschläge etwas zu und ist für vertikale Stellung des Tubus höher als für horizontale Lage desselben (Fig. 137), bei welcher das Gewicht des Drahtes die Angaben beeinflusst. Bei der ursprünglich vorgesehenen Vertikallage des Instrumentes erhalten die im Tubus auftretenden Strömungen der erwärmten Luft

[1]) Vergl. C. Feldmann a. a. O. p. 206. Jas. Swinburne, El. Review, London 20, p. 563. Ayrton & Perry, El. Review, London 22, p. 43.

den Zeiger auch bei Verwendung von Akkumulatorenstrom in beständig zitternder Bewegung; die Ablesung für die stets etwas schwankenden Maschinenspannungen wird daher erheblich erleichtert, wenn man nach S. Ram's Vorschlag[1]) das Instrument horizontal legt. Die Genauigkeit der Einzelablesung beträgt in den mittleren Lagen und für genügend konstante Spannung etwa 0·5 %; die Einstellung erfolgt fast aperiodisch, sobald einmal der thermische Gleichgewichtszustand eingetreten ist, und die Angaben des Instrumentes werden durch die Nähe magnetischer Felder gar nicht, durch die Änderungen der Temperatur des Maschinenraumes nur unwesentlich beeinflusst.

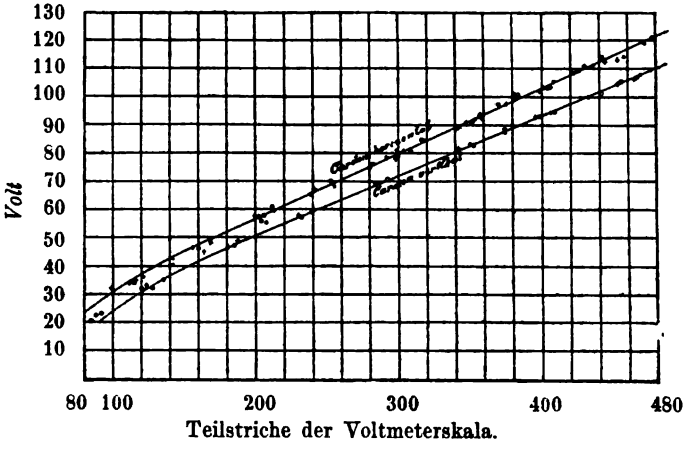


Fig. 137. Aichung eines Cardew-Voltmeters.

Eine geringe Einwirkung dieser Temperaturänderung ist wegen der durch sie bewirkten Änderung des Drahtwiderstandes vorhanden; doch beträgt dieselbe für 30° C. Temperaturunterschied nur 1 %. Sie könnte vollständig durch Zufügung eines entsprechenden Vorschaltwiderstandes oder durch Aichung für die Temperatur des betreffenden Maschinenraumes vermieden werden. Die Cardew-Instrumente bürgern sich mehr und mehr ein, da sie zu den zuverlässigsten und handlichsten Instrumenten der Wechselstromtechnik gehören und in Bezug auf Transportfähigkeit, Unempfindlichkeit gegen mechanische Stösse und Einfachheit der Ablesung den Anforderungen der groben Praxis, in Bezug auf Zuverlässigkeit und Genauigkeit

[1]) Siehe Brief von S. Evershed, El. London 19, p. 8.

der Angaben den Anforderungen des technischen Laboratoriums vollkommen genügen. Der einzige Anlass zu Fehlern könnte eine mit der Zeit eintretende Änderung des Drahtes sein. Doch haben des Verfassers Erfahrungen an zwei Cardew-Voltmetern der ältesten Konstruktion gezeigt, dass die Instrumente nach fünf Jahren noch innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler richtig zeigten; diese Erfahrungen sind übereinstimmend mit denjenigen des Herrn Prof. Dr. H. F. Weber.

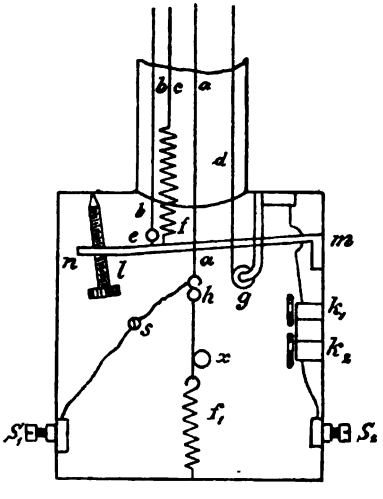


Fig. 138. Cardew-Voltmeter.
Ältere Form, von Paterson & Cooper.

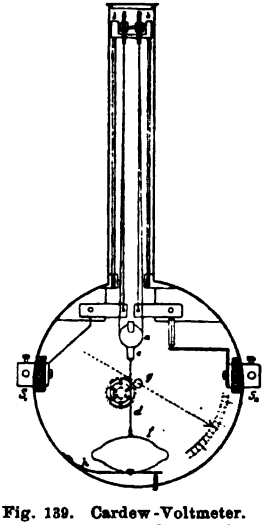


Fig. 139. Cardew-Voltmeter.
Neuere Form, von Ganz & Co.

Bei einer älteren Ausführungsform des Cardew-Voltmeters von Paterson & Cooper (Fig. 138) ist das eine Ende h des eigentlichen Messdrahtes a b an einem um die Zeigeraxe x geschlungenen Seidenfädchen, das andere Ende e desselben an dem zur Änderung der Nullstellung dienenden Hebel m n befestigt. Das Instrument besitzt ausserdem noch die Zusatzdrähte c d, welche, an einer hinter m n liegenden Spiralfeder f beginnend, über ein oben am Tubus isoliert verschraubtes Kupferstück führen und dann am Punkte g endigen. Die Ausdehnung dieses Drähtepaares wird durch die Feder f aufgenommen; das Instrument misst mit denselben bis 120 Volt, ohne dieselben bis 60 Volt. Die Temperaturkompensation ist am Gehäuse angebracht; da dieselbe nie ganz vollkommen sein wird, ist durch Verdrehen der Schraube l die Möglichkeit

gegeben, den nach rechts oder nach links von Null abweichenden Zeiger des stromlosen Instrumentes genau auf Null zurückzuführen.

Fig. 139 zeigt eine neuere Konstruktion von Ganz & Co., bei welcher kompensierte Tragstangen verwendet sind. Der Draht ist an seinen beiden Enden befestigt und an die Klemmen S_1 und S_2 des Instrumentes angeschlossen; er führt innerhalb des Messingtubus über zwei am oberen Ende desselben angebrachte feste Rollen und über eine unten befindliche Elfenbeinrolle a. Die festen Rollen sind mit möglichst geringer Reibung in Steinen gelagert, welche in Bohrungen eines kleinen Messingstückes b angebracht sind. Das Messingstück selbst ist an den zwei Tragstangen befestigt; das untere Röllchen trägt an seinem Bügel c den Draht d, welcher zweimal um das Röllchen e geschlungen und verschraubt ist und an der Feder f endigt, sodass es sich gegen e nicht verschieben kann. Auf derselben Axe mit e sitzt ein Zahnrädchen, das in den Trieb g eingreift. Letzterer sitzt fest auf der Zeigeraxe und bewegt den Zeiger über die Skala hinweg. Die Feder f ist selbst wieder auf einen federnden Hebel h aufgesetzt und kann durch eine Stellschraube etwas verstellt werden; dadurch können Unvollkommenheiten der Temperaturkompensation beseitigt und kann die Spannung des Fadens verändert werden.

Das von Swinburne beschriebene Cardew-Voltmeter von Goolden & Trotter ähnelt dem Ganz'schen; nur enthält es statt der Feder f eine Spiralfeder. Das Goolden & Trotter'sche Instrument wird auch mit kompensiertem Gehäuse ausgeführt. Um dabei das Einbringen des Drahtes zu erleichtern, schlingt man denselben mit Hilfe einer provisorisch angebrachten Stange. Dann schraubt man das die oberen Röllchen tragende Messingstück gegen das Gehäuse und entfernt die Stange.

Gänzlich verschieden von den bisher geschilderten Cardew-Voltmetern sind das Hitzdraht-Voltmeter von Hartmann & Braun und ein demselben ähnliches Voltmeter von Ayrton & Perry[1]), das schon im Jahre 1887 beschrieben, über dessen Verwendung aber wenig bekannt geworden ist. Bei dem von A. Asch angegebenen Hitzdrahtvoltmeter der Firma Hartmann & Braun (Fig. 140) besitzt der aus Platinsilber bestehende Messdraht a b (Fig. 141) nur eine Länge von 16 *cm*, einen Durchmesser von 0·006 *cm* und einen Widerstand von etwa 15 Ohm. Er ist an seinen beiden Enden a und b fest gelagert und wird

[1]) El. Review, London, 22 p. 43. 70.

mitten zwischen den Stromzuführungsklemmen durch einen bei c befestigten Messingdraht von 0·005 *cm* Durchmesser etwas eingesenkt erhalten. An diesem wiederum greift ein Kokonfaden d an, welcher um die Zeigeraxe geschlungen ist und durch die Plattfeder f gespannt gehalten wird. Dadurch wird die geringe Bewegung des bei der Erwärmung sich stärker durchbiegenden Messdrahtes a b so stark vergrössert, dass der Zeiger eine empirisch ermittelte Skala vollständig überstreicht, sobald der Strom in a b 0·2 Ampère beträgt. Infolge dieser Empfindlichkeit genügt das Instrument noch zur Messung von 0·2 . 15 = 3 Volt; soll dasselbe für höhere Spannungen verwendet werden, so werden ihm induktionsfreie Vorschaltwiderstände aus Konstantan beigegeben, deren Grösse bis 120 Volt Maximalangabe etwa $\frac{120}{0{\cdot}2} - 15 = 585$ Ohm beträgt.

Fig. 140. Hitzdrahtvoltmeter von Hartmann & Braun. (Ohne magnetische Dämpfung.)

Da der Zusatzwiderstand aus Konstantan für alle Temperaturen gleichen Wert besitzt und der Widerstand des Messdrahtes nur etwa $^1/_{40}$ des Gesamtwiderstandes bei dem Instrumente für 120 Volt ausmacht, wird die durch Widerstandsänderung bewirkte Veränderung der Angaben für alle vorkommenden Temperaturen der Luft und des Messraumes kaum merkbar sein. Die Temperaturkompensation ist dadurch erreicht, dass die zur Vermeidung von Luftströmungen horizontal gestellte Unterlegplatte für die Drahtkombination a b c d teilweise aus Eisen, teilweise aus Messing besteht; sollte bei veränderter Temperatur der Zeiger des stromlosen Instrumentes nicht mehr genau auf Null zeigen, so kann er durch eine geringe Ver-

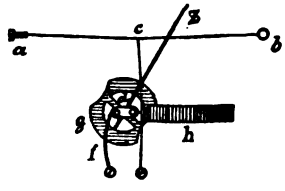


Fig. 141. Schema des Hitzdrahtvoltmeters von Hartmann & Braun.

schiebung der einen Stromzuführungsklemme a wieder eingestellt werden. Die Bewegung des bei dem ausgeführten Instrumente vertikal angeordneten Zeigers erfolgt dadurch nahezu aperiodisch, dass ein mit ihm verbundenes Aluminiumscheibchen g sich zwischen den Polen eines kräftigen Stahlmagnets h bewegt.

15. Die Hitzdrahtampèremeter.

Das Hitzdrahtvoltmeter von Hartmann & Braun wird neuerdings auch mit passenden Nebenschlüssen versehen und dient dann als indirektes Hitzdrahtampèremeter. Der Nebenschluss zum Messdrahte besteht aus Konstantanblech und wird schon vor der Aichung angeschlossen; die Aichung wird dann empirisch vorgenommen. Damit der Nebenschluss nicht zu gross werde, teilen Hartmann & Braun, insbesondere für Instrumente für hohe Stromstärken, den ohnehin für die Ampèremeter dicker gewählten Hitzdraht in mehrere parallel geschaltete Teile (Fig. 142). Dadurch wird die zur Erlangung des maximalen Ausschlages erforderliche Spannungsdifferenz um so viel kleiner, dass der Nebenschluss für Instrumente bis 500 Ampère noch im Gehäuse des Instrumentes untergebracht werden kann.

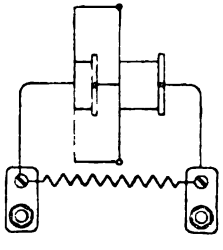


Fig. 142. Hitzdrahtampèremeter von Hartmann & Braun.

Eins der ersten auf thermischer Wirkung beruhenden Instrumente war das Ampèremeter mit gedrillten Messstreifen von Ayrton & Perry[1]). Bei diesem Instrumente ist ein zwischen zwei Stützen befestigter Platinoidstreifen A B von der Mitte ab so gedrillt, dass seine beiden Hälften rechts- und linksgängige Spiralen bilden. Unter dem Einflusse eines Stromes wird der Streifen sich mehr verdrillen und im stande sein, einen in seiner Mitte befestigten Zeiger Z mittels entsprechender Vorrichtungen zur Vergrösserung der Bewegung über eine Skala hinwegzuführen. Damit nicht äussere Temperaturänderungen die Länge des Streifens gegenüber seinem Gehäuse zu verändern vermögen, muss dasselbe entsprechend kompensiert sein. Das Drillstreifen-Ampèremeter gestattet Beobachtungen von 0·2 — 5 Ampère. Es kann bei entsprechender Wahl des Drillstreifens

[1]) Fleming, El. London, 31. p. 450. Perry, El. London, 24. p. 647.

auch als Hitzdrahtvoltmeter für etwa 2·5 Volt verwendet werden und wird in diesem Falle mit der in Fig. 143 dargestellten Sicherheitsvorrichtung versehen. Der Strom fliesst von der einen Klemme S_1 durch einen feinen Kupferdraht S_1 H, den Justierwiderstand D, den eingesenkten Platinsilberdraht DC und den gedrillten Streifen B A zurück zur zweiten Klemme S_2. Überschreitet der Strom den zulässigen Maximalwert, so wird der Faden D C sich unter dem Einflusse der Feder G H so stark durchbiegen, dass der Kontakt F geschlossen und infolge des so erzielten Kurzschlusses der dünne Kupferdraht S_1 H geschmolzen wird.

Ein anderes, sehr sinnreiches Hitzdraht-Ampèremeter stammt von Major Holden her. Dasselbe (Fig. 144) besteht aus zwei

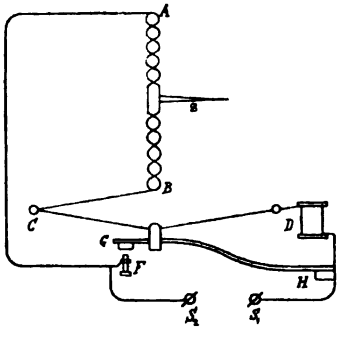


Fig. 143.
Drillstreifen-Ampèremeter v. Ayrton & Perry.

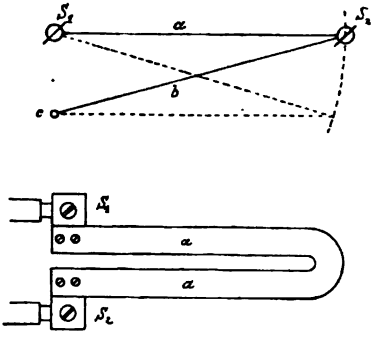


Fig. 144.
Hitzdraht-Ampèremeter von Major Holden

Streifen a, b, welche an dem einen Ende S_2 zusammengenietet oder gelötet, an den anderen Enden S_1 und c befestigt sind und von welchen der eine, a, vom Strome durchflossen wird. Die Streifen besitzen hufeisenförmige Gestalt, sodass die Stromzuführung in bequemer Weise erfolgen kann. Die Drehung des gemeinsamen Endpunktes S_2 um c wird durch entsprechende Hebelübersetzungen vergrössert und auf den Zeiger übertragen.

Das eigentliche Cardew-Voltmeter kann zur direkten Messung von Strömen bis zu 0·4 Ampère überall da verwendet werden, wo sein hoher Eigenwiderstand und der durch denselben bedingte Spannungsverlust (von 120 Volt bei 0·4 Ampère) nicht hinderlich erscheinen. Dies kann in manchen Hochspannungskreisen wohl der Fall sein, und es liesse sich wohl

denken, dass das Cardew-Voltmeter in Serienschaltung mit der Hochspannungsspule eines kleinen Transformators zur Messung der Stromstärke in dieser Spule Verwendung findet. Die Kurven der Fig. 145 geben die Aichung eines zur Strommessung verwendeten Cardew-Voltmeters und lassen wieder erkennen, dass das horizontal liegende Instrument weniger empfindlich ist als das vertikal gestellte.

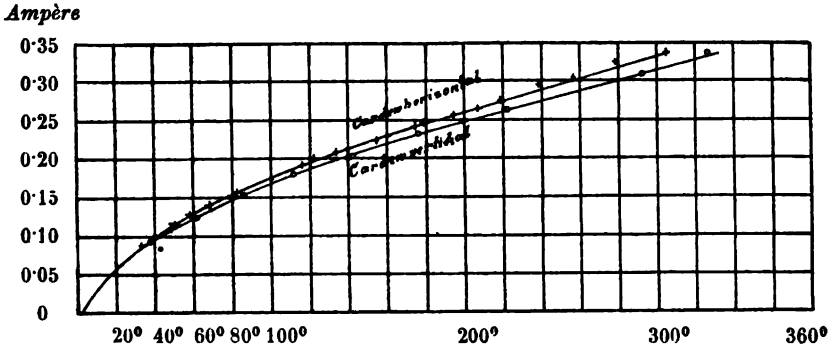


Fig. 145. Aichung eines Cardew-Voltmeters als Strommesser

16. Verwendung von Messinstrumenten mit weichen Eisenkernen.

Im Gegensatz zu den bisher behandelten können diese Instrumente nach entsprechender empirischer Feststellung der einzelnen Skalenpunkte nur als technische Anzeigeinstrumente für Spannung oder Strom dienen. Eine auf Veranlassung des Herrn Prof. Dr. E. Kittler in Darmstadt seitens des Verfassers unternommene Untersuchung zeigte, dass auch bei grösseren Dimensionen der Eisenkerne die Instrumente dieser Art recht gut verwendet werden können und vollkommen zuverlässige Resultate liefern, sofern dieselben entsprechend geaicht sind.

Um die Bedeutung dieser Bedingung genügend würdigen zu können, bedenken wir, dass bei jedem dieser Instrumente die einer bestimmten alternierenden Klemmenspannung entsprechende Ablenkung des beweglichen Teiles aus drei verschiedenen Ursachen kleiner sein wird als bei der gleichen, von einer konstanten Stromquelle herrührenden Klemmenspannung.

---

[1]) Fleming, El. London, 24. p. 451.

Zunächst wird nämlich die Selbstinduktion der Windungen eine Schwächung des Stromes, also der magnetisierenden Kraft bewirken; dann aber wird das wechselnde Feld in der Masse des Eisenkernes Hysteresis und Wirbelströme hervorrufen, welche beide sich um so bemerkbarer machen werden, je höher die Periodenzahl und je grösser die Kernmasse ist. Die Wirkung der Hysteresis wird eine allgemeine Erhöhung des magnetischen Widerstandes, eine geringe mittlere Permeabilität sein; die Wirkung der Wirbelströme aber wird sich in einer Schwächung des Feldes und einer entsprechend verminderten Ablenkung selbst bei gleicher magnetisierender Kraft äussern.

Die Wirkung der Selbstinduktion wird sich besonders bei Instrumenten mit vielen Windungen, also bei Voltmetern (oder Ampèremetern für geringe Stromstärken) geltend machen. Dass aber selbst bei geringer Eisenmasse und Windungszahl, also bei geringer Selbstinduktion, die Abweichung zwischen den Angaben für Gleichstrom und für Wechselstrom noch sehr erheblich sein kann, zeigen die später ausführlich wiedergegebenen Aichungen von 3 Hummel'schen Ampèremetern.

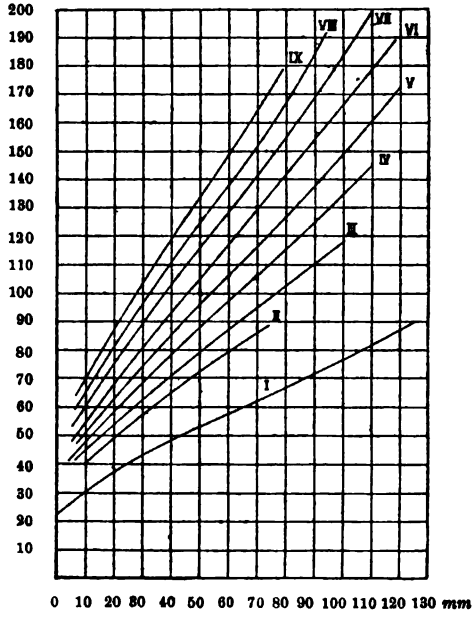


Fig. 146.
Aichung des Voltmeters von Kremenetzky & Mayer.

Man erkennt schon an Hand dieser elementaren Überlegung, dass ein und dasselbe Instrument von seiner bei Gleichstrom beobachteten Empfindlichkeit (an irgend einem Punkte innerhalb seines Messbereiches) um so mehr einbüssen wird, je mehr Masse oder Form des Eisenkernes die Entstehung der Hysteresis begünstigen und je höher die Polwechselzahl des Wechselstromes ist.

Die in Figur 146 zusammengestellten Kurven zeigen die bei der Aichung eines Voltmeters von Kremenezky, Mayer & Co. erhaltenen Resultate[1]).

Man erkennt, wie das Instrument, das einen verhältnismässig langen und schweren Eisenkern besass, mit wachsender Polwechselzahl mehr und mehr an Empfindlichkeit verliert. So entsprach einem Ausschlag von 75 *mm* bei Aichung

| | | |

Ergebnisse der Bruger'schen Untersuchungen.

Instrument	Kernform	Abweichung zwischen Gleichstrom u. Wechselstrom in % der Gleichstrom-Ablesung	Konstruktionsprinzip des Instrumentes	Masse des Weicheisenkernes	Dimensionen des Weicheisenkernes	Beschreibung
1	a	20—26	Wirkung eines Solenoides auf ein excentrisch gelagertes Weicheisenstück	m_1, klein	Länge l_1 gross gegen Dicke d_1	dünnes Blech, ähnlich den Instrumenten v. Hummel
1	b	8—11		$m_1 = m_1$	Länge $= \frac{1}{2} l_1$; Dicke $> d_1$	
2	a	16—18	Einziehung eines Eisenkernes in ein konaxial angeordnetes Solenoid	m_2', gross	Länge l_2 gross gegen Dicke d_2	Weicheisenstab v. cylindrischer Form u. mässigen, aber gegen 3a sehr grossen Dimensionen.
3	b	17—20		$m_2' = 2\, m_2$ sehr gross	Länge l_2' gross gegen Dicke d_2 und $l_2 : l_2' = d_2' : d_2$	
2	b	3—4		$m_2'' = m_2$ gross	Länge $\frac{l_2}{2}$; $d_2'' > d_2$	
3	a	30—40		sehr klein	Länge sehr gross gegen Dicke	sehr dünnes Eisenstäbchen.
4	a	22—26	Kombination eines Solenoids mit mehreren innerhalb desselben teils fest, teils beweglich angeordneten Weicheisenmassen	mittelgross	Länge gross gegen Dicke	Fester Teil: Dreieckiges, an der Innenwand der Spule aufgerolltes Blechstück
4	b	3—4		»	Länge l_4 klein gegen Dicke d_4	Beweglicher Teil bei 4a: Radiales Blechstück.
4	c	1—1·5		»	Länge $l_4' < l_4$; Dicke $d_4' = 2\, d_4$	bei 4b und 4c: Segment eines Cylindermantels.

Verfolgt man die in der Tabelle enthaltenen Angaben und die in den Kurven niedergelegten Werte der prozentischen Abweichung zwischen den Angaben der Instrumente für Gleichstrom und für Wechselstrom, so erkennt man, dass das Instrument 3a, welches die geringste Eisenmasse, dabei aber im Vergleich zur Eisenkerndicke die grösste Kernlänge aufweist, die grösste Abweichung zeigt und dass diese Abweichung um so kleiner wird, je kleiner das Verhältnis der Kernlänge zur Kerndicke ist.

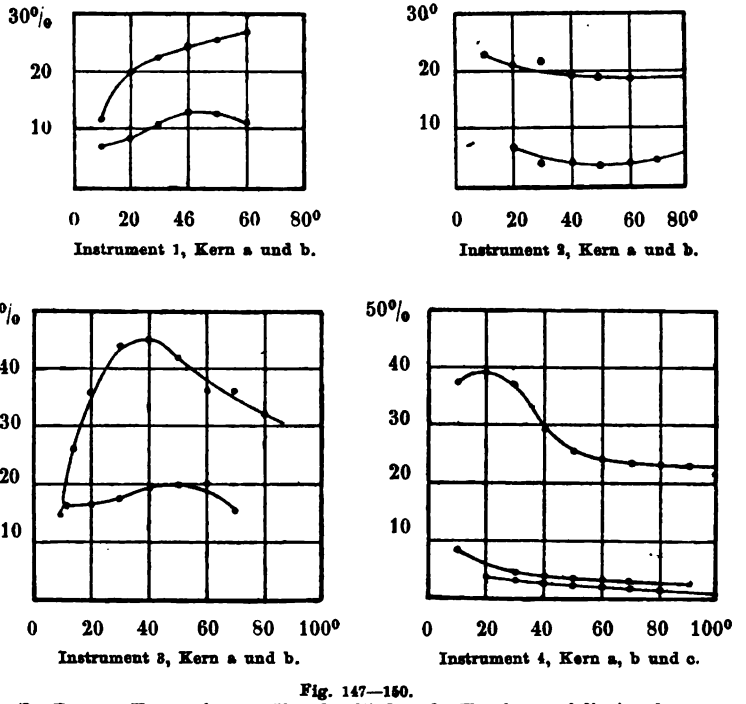


Fig. 147—150.
Dr. Brugor's Untersuchungen über den Einfluss der Kernform auf die Angaben der Weicheiseninstrumente.

In den von der Firma Hartmann & Braun gelieferten Instrumenten 4b und 4c war die Länge der magnetischen Axe des Kernes sehr gering im Vergleiche zur Kerndicke, und ausserdem war die Sättigung des Kernes eine sehr geringe.

Unter diesen Umständen waren die zur Reduktion der Angaben der Instrumente bei Gleichstrom auf Wechselstrom

von 50 Perioden erforderlichen Korrektionsfaktoren, nämlich 1·03 bis 1·05 bei 4b und 1·02 bei 4c, so wenig von der Einheit verschieden, dass die für eine mittlere Polwechselzahl geaichten Instrumente ohne weiteres als technische Instrumente auch für höhere oder niedrigere Polwechselzahlen verwendet werden können. Dies gilt besonders dann, wenn die Instrumente in Parallelschaltungsanlagen als Stromzeiger oder in Serienschaltungsanlagen als Spannungszeiger verwendet werden sollen. Denn in diesen beiden Fällen wird vom Standpunkte der Praxis aus wohl selten eine Genauigkeit über 3—5 % gefordert werden, sodass unter Umständen Gleichstrominstrumente der Klasse 4b und 4c ohne weitere Korrektion Verwendung finden können.

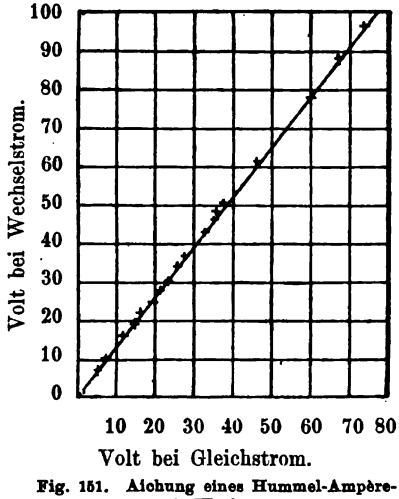


Fig. 151. Aichung eines Hummel-Ampèremeters mit Wechselstrom.

Diese Bemerkung bezieht sich jedoch keineswegs auf Spannungszeiger für Parallelschaltungs- oder Stromzeiger für Serienschaltungsanlagen, da diese Instrumente wenigstens bei der betreffenden konstant zu haltenden Spannung im ersten oder Stromstärke im zweiten Falle eine möglichst hohe Genauigkeit besitzen sollten.

Noch ein Punkt von Wichtigkeit mag hier erwähnt werden, damit nicht die Ansicht Platz greife, dass jedes Gleichstrominstrument, dessen Weicheisenkern verhältnismässig kurz und schwach gesättigt ist, ohne weiteres oder mit nur geringer Korrektion für Wechselstrom verwendbar sei. In jenen Fällen, wo die Bewickelung der Spule auf einer metallenen Hülse aufgebracht ist, werden in der Masse dieser Hülse unter dem Einflusse des wechselnden Spulenfeldes Wirbelströme entstehen, wenn nicht der Zusammenhang der Spulenmasse z. B. durch einen radialen Schlitz gestört wird. In diesem Falle werden die konzentrisch zu den Windungen verlaufenden Wirbelströme nicht zu stande kommen und somit auch nicht im stande sein, die Spulenhülse zu erwärmen und die Angaben des Instrumentes störend zu beeinflussen.

Die Richtigkeit der Bruger'schen Anschauung wird durch die bereits mitgeteilten Ergebnisse der Untersuchung des Voltmeters von Kremenezky, Mayer & Co. und die folgenden Daten über die Aichung von drei Hummel-Ampèremetern bestätigt. (Fig. 151). Das Voltmeter von Kremenezky, Mayer & Co. besass einen Kern von grosser Masse und relativ bedeutender Länge; die bei ihm erforderliche Korrektion war gross und in hohem Grade von der Zahl der Perioden abhängig. Die Hummel-Ampèremeter besitzen bekanntlich eine Eisenmasse, deren Gesamtgewicht wenige Zehntel Gramm beträgt; trotzdem erfordern ihre Gleichstrom-Angaben eine Korrektion von 30 % für Wechselstrom von 42 Perioden pro Sekunde, weil eben die magnetische Länge dieses kleinen Eisenkernes sehr gross ist gegen seine minimale Dicke.

Angabe der Hummel'schen Ampèremeter in Einheiten der Teilung für Gleichstrom.			Stromstärke, gemessen mit dem Siemens'schen Elektrodynamometer bei Wechselstrom von 42 Perioden pro Sekunde.
5	5·8	5·8	7·25
8	7·8	7·6	9·95
13	12·6	12·4	16·0
11	10·9	10·8	13·9
15	15·0	14·9	18·8
17	17·2	17·2	22·0
22	21·6	21·7	27·8
23	23·2	23·2	30·3
28	28·1	28·2	36.8
26	25·8	25·7	34·0
20	19·4	19·4	25·2
33	32·3	—	42·8
36	35·2	—	46·2
37	36·6	—	47·7
38	38·5	—	50·3
47	—	—	61·0
59	—	—	77·8
67·5	—	—	88·3
74	—	—	97·0

Was die Ursache der von Dr. Bruger beobachteten geringeren Korrektion bei Weicheiseninstrumenten mit verhältnismässig kurzen und dicken Kernen anlangt, so lässt sich diese Erscheinung, wie Dr. Holborn und Dr. du Bois[1]) hervorhoben, darauf zurückführen, dass bei kurzen dickeren Stäben die Kurven der steigenden und fallenden Magnetisierung nahezu sich decken, dass also statische und viskose Hysteresis nur in sehr geringem Masse sich bemerkbar machen, während dieselben

[1]) Bericht über die Verhandlungen 2, p. 93. 1892.

bei im Verhältnis zur Dicke langen Stäben sehr deutlich zu Tage treten.

Eine sehr sinnreiche Anordnung zur Kompensation von Weicheiseninstrumenten für verschiedene Polwechselzahlen ist von J. Swinburne[1]) angegeben worden. Damit das Instrument bei allen Polwechselzahlen richtig zeigt, kann man entweder einen Kondensator im Nebenschluss verwenden, wie es Evershed gethan hat, oder man kann eine Spule mit verstellbarem Eisenkern im Nebenschluss zum Voltmeter anordnen. Beide Spulen besitzen dann Selbstinduktion, die aber konstante Grösse besitzen wird, weil die magnetischen Kreise offen sind. Wenn die Periodenzahl der Wechselspannung steigt, nimmt der Gesamtstrom ab; gleichzeitig aber steigt die gegenelektromotorische Kraft der Kompensationsspule stärker als jene der Hauptspule, sodass bei passender Abgleichung der Strom der letzteren den früheren Wert beibehalten kann. Man aicht das Voltmeter zunächst mit Gleichstrom und verstellt dann den Eisenkern der Kompensationsspule so lange, bis die Angaben bei Wechselstrom verschiedener Periodenzahlen untereinander und mit den Gleichstromangaben gleich sind.

17. Instrumente, welche auf Induktionswirkungen beruhen.

Wenn man einen beweglichen Körper von grösserer Masse in ein starkes Wechselfeld bringt, werden Ströme in demselben induziert, welche eine wechselnde Anziehung und Abstossung bewirken. Die Anziehung und Abstossung wären einander gleich, wenn in dem beweglichen Körper keine Verschiebung auftreten würde; da aber infolge der Selbstinduktion dieses Körpers der Induktionsstrom in demselben um mehr als 90° gegen den das Wechselfeld erzeugenden Strom verschoben sein wird, so wird die Abstossung die Anziehung überwiegen. Dies geht deutlich aus Fig. 152 hervor, in welcher das Wechselfeld durch $\overline{O\,N}$, der dasselbe induzierende Wechselstrom durch $\overline{O\,J_1}$, der im Körper induzierte Wechselstrom durch $\overline{O\,J_2}$

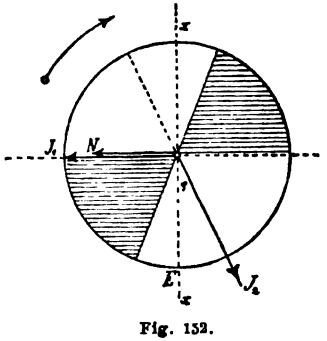


Fig. 152.

[1]) J. Swinburne, El., London 25, p. 674.

dargestellt sind. Es wird nun Anziehung stattfinden, solange die Momentanwerte von $\overline{O J_1}$ und $\overline{O J_2}$ gleiches Vorzeichen besitzen, d. h. solange $\overline{O J_1}$ die schraffierten Flächen durchläuft. Man erkennt daraus, dass die Abstossung um so mehr die Anziehung überwiegen wird, je grösser die der Selbstinduktion des beweglichen Körpers entsprechende Verschiebung φ zwischen der induzierten E. M. K. $\overline{O E_2}$ und dem Induktionsstrome $\overline{O J_2}$ ist.

Die Erscheinung der elektro-induktiven Abstossung ist zuerst von Elihu Thomson 1887[1]) beobachtet und zum Ausgangspunkte einer Reihe interessanter Experimente gemacht worden. Diese Experimente sind auf der Pariser Weltausstellung 1879 vorgezeigt und dann von Fleming[2]) und Uppenborn[3]) wiederholt worden. Es ist klar, dass man die elektro-induktive Abstossung verschiedenen Messinstrumenten zu Grunde legen kann, obwohl im allgemeinen die Kräfte im Vergleiche zu den Massen der zu bewegenden Körper und zur Stärke der Felder klein sind.

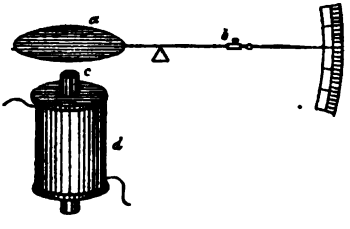


Fig. 153.

So könnte man eine an einem kurzen Hebelarme angebrachte leichte Kupfer- oder Aluminiumscheibe a in der Ruhelage durch ein Gegengewicht f am längeren Arme desselben Hebels abbalancieren, dann den zu messenden Strom um die Windungen eines mit unterteiltem Eisenkern c versehenen Solenoides α senden und den Ausschlag direkt oder mit Hilfe entsprechender Vergrösserungsvorrichtungen beobachten[4]).

Borgmann[5]) hat diesen Fall quantitativ untersucht, indem er die auf eine Scheibe ausgeübte abstossende Kraft mit einer feinen Wage bestimmte und den Erregerstrom mit einem Siemensdynamometer mass. Die abstossende Kraft ergab sich proportional dem mittleren Quadrat des Erregerstromes; sie

---

[1]) E. Thomson, El. World 1887, p. 258. Amer. El. Eng. 1887, p. 211.

[2]) J. A. Fleming, El., London 25, p. 32, 58, 94. El. Zeitschr. 1890, p. 387, 391, 435.

[3]) F. Uppenborn, El. Zeitschr. 1891, p. 707.

[4]) Dies ist durch Prof. W. Peukert thatsächlich geschehen. El. Zeitschr. 1894, p. 462.

[5]) El. London 25, p. 26.

verringerte sich mit zunehmender Distanz zwischen Solenoid und Scheibe, mit zunehmendem Durchmesser und abnehmender Dicke der Scheibe. Für Scheiben gleichen Durchmessers nahm die Abstossung etwas mit zunehmendem spezifischen Widerstande und mit zunehmender Polwechselzahl ab.

Eine andere, den Dynamometern ähnliche Form von induktiven Messinstrumenten ergiebt sich, wenn man zwei konzentrische Ringe, von denen der eine beweglich ist und die in sich geschlossenen sekundären Windungen trägt, während der andere feststehend und mit seinen Windungen an die Wechselstromquelle angeschlossen ist, mit ihren Axen gegeneinander verdreht (Fig. 154) oder verschiebt (Fig. 155). Die bewegliche Spule sucht dann durch Verdrehen oder Verschieben ihre Axe zur Deckung mit der Axe der festen Spule zu bringen.

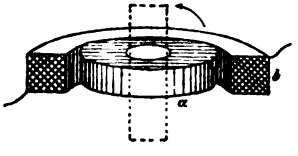


Fig. 154.

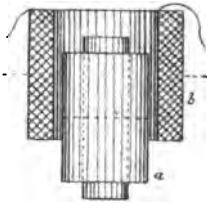


Fig. 155.

Ein anderes Instrument der Dynamometerklasse ist von Fleming schon 1887 angegeben worden[1]). Das Instrument besteht aus einer festen Spule, in deren Innerem eine kleine Kupferscheibe so aufgehängt ist, dass ihre Ebene um 45° gegen diejenige der festen Spule geneigt ist. Wenn die feste Spule von dem zu messenden Wechselstrome durchflossen wird, sucht sich die Kupferscheibe mit ihrer Ebene in die Richtung der Spulenaxe einzustellen; die Torsion des Aufhängefadens widerstrebt dieser Bewegung, sodass die Kupferscheibe eine Gleichgewichtslage einnehmen muss. Das Instrument ist nur brauchbar für sehr schwache Ströme (etwa 0·001 Amp.), soll aber dann nach Fleming's Angaben in seinen Ablenkungen proportional sein dem mittleren Quadrate der Stromstärke in der festen Spule. Die Ablenkungen können durch einen an der Kupferscheibe angebrachten Spiegel beobachtet werden.

Wesentlich komplizierter ist das Induktionsdynamometer von Nipkow[2]). Dasselbe enthält konzentrisch zu der primären,

[1]) Fleming, El., London 31, p. 449.
[2]) Nipkow, El. Ztschr. 1889, p. 28.

von dem zu messenden Strome durchflossenen Spule A eine feststehende sekundäre Spule B, welche mit den beiden gleichfalls feststehenden Spulen C C verbunden ist. Innerhalb der primären Spule A bewegt sich eine weitere Sekundärspule D, welche mit einem zwischen C C und senkrecht zu denselben angeordneten Drahtröllchen E verbunden ist. Die von A in B und D induzierten Ströme üben auf D und E ein Drehmoment aus. Die Wurzel aus der Ablenkung ist proportional dem zu messenden Strome; die »Konstante« der Induktion hängt aber, wie Moser[1]) gezeigt hat, bei diesem Instrumente (ebenso wie bei den gewöhnlichen Dynamometern mit hoher Selbst induktion) von der Zahl der Perioden ab.

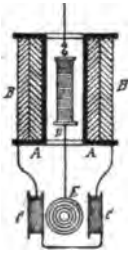


Fig. 156. Induktionsdynamometer von Nipkow.

Eine dritte Klasse von induktiven Instrumenten ergiebt sich, wenn bei den in Fig. 156 dargestellten induktiven Galvanometern der Pol teilweise abgedeckt oder bei den induktiven Dynamometern eine entsprechende Verschiebung der Ströme erzielt und der bewegliche Körper auf einer Axe drehbar angeordnet wird und wenn man entweder die Geschwindigkeit der auftretenden Rotation oder die Grösse eines entgegen der Wirkung einer Feder auftretenden Ausschlages beobachtet. Bringt man (Fig. 157) einen Kupferring oder eine Kupferplatte a über den einen Pol eines von Wechselstrom erregten Elektromagneten c und nähert eine zweite, um eine Axe drehbare Kupferscheibe b der ersten, so beginnt die zweite Scheibe sich rasch zu drehen. Eine kleine Überlegung zeigt, dass in diesem Falle die feststehende Kupferplatte einen Teil der drehbaren Platte schützt; die in der ersteren induzierten Ströme ziehen die in der drehbaren Scheibe unsymmetrisch verteilten induzierten Ströme an und erzeugen eine tangentiale Kraft, welche die Drehung zu bewirken strebt. Die kontinuierliche Wiederholung dieser Wirkung ergiebt eine kontinuierliche Drehung der Scheibe, da allmählich jeder Teil derselben der Sitz der maximalen induktiven Wirkung wird. Verwendet man zwei drehbare Scheiben, so ziehen sie einander an und beginnen in entgegengesetzten Richtungen zu rotieren (Fig. 157). Diese Rotation tritt auch schon ein, wenn man an dem Eisenkern des Elektromagneten eine konische oder keilförmige Spitze anbringt. Die Disposition

[1]) Moser, El. Ztschr. 1891, p. 87. Fortschr. d. El. 1891, No. 1250, p. 171.

des Magnetfeldes ruft hier schon die Asymmetrie des Feldes hervor. Zur Verstärkung der Wirkung mag eine Eisenscheibe verwendet werden, welche von einem Kupferbande umgeben ist (Fig. 158).

Nach G. T. Walker's[1]) Ansicht sind die in den zuletzt beschriebenen Instrumententypen auftretenden Rotationen nicht auf Asymmetrie des Feldes, sondern auf Phasendifferenz der Ströme im Kupfer und im Elektromagneten zurückzuführen; dadurch bilden diese Instrumente den direkten Übergang zu M. von Dolivo-Dobrowolsky's[2]) Phasometer (Fig. 159).

Dieser Apparat beruht in seiner Wirkung darauf, dass zwei in den Phasen gegeneinander verschobene Ströme i_1 und i_2 zwei senkrecht zueinander gestellte Spulen durchlaufen und dabei auf eine von diesen Spulen umgebene und leicht dreh-

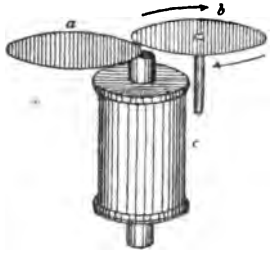


Fig. 157.

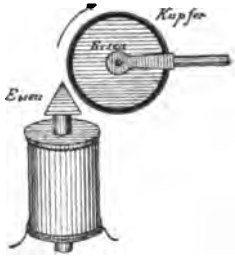


Fig. 158.

bar gelagerte Eisenscheibe ein Drehmoment ausüben, dessen Grösse bei gegebener Wechselzahl von dem Produkte der beiden Stromstärken und von dem Sinus des Winkels φ zwischen denselben abhängt.

$$D = a \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \sin \varphi.$$

Wickelt man eine der Spulen für Spannungsmessung, so hat man

$$D = b \cdot i \cdot e \cdot \sin \varphi.$$

Wenn also, wie in den meisten Fällen, e konstant ist, so ist das Drehmoment einfach proportional i . sin φ, d. h. dem Leerstrome. Der Apparat ist also eigentlich ein Leerstrommesser, der, sobald (wie beim Bláthy-Zähler z. B.) φ nahezu oder vollkommen gleich 90^0 wird, in ein Wattmeter übergeht, d. h. zur Effektmessung verwendbar wird. Natürlich kann unter Zuhilfenahme eines Ampèremeters und eines Voltmeters das

[1]) G. T. Walker, El. London 27, p. 344.
[2]) M. von Dolivo-Dobrowolsky, El. Zeitschr. 1894, p. 350.

Phasometer stets zur Bestimmung der Verschiebung φ zwischen Strom J und Spannung V, und damit zur indirekten Ermittelung des Effektes W verwendet werden. Denn dieser Effekt ist stets

$$W = J \,.\, E \,.\, \cos\varphi = \frac{J_0 \,.\, E_0}{2} \cos\varphi.$$

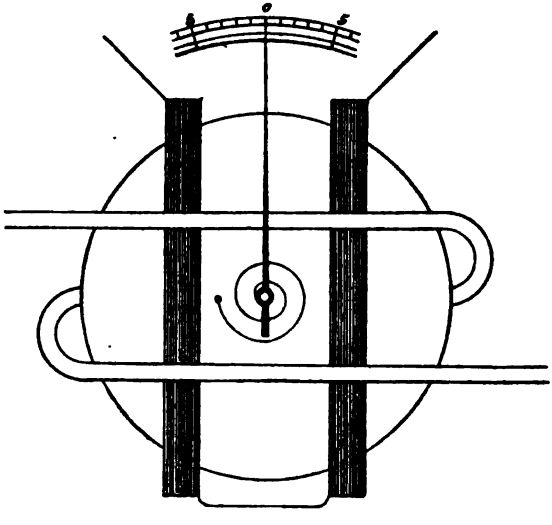


Fig. 159. Phasometer von v. Dolivo-Dobrowolsky.

18. Aichung der vorerwähnten Instrumente und Bemerkungen über induktionsfreie Widerstände und Hülfsapparate zur Aichung.

Jede Aichung greift entweder auf Grundmasse oder auf absolute Normalinstrumente zurück, welche durch Berechnung aus den Dimensionen der messenden Teile, der Stärke des erdmagnetischen Feldes, der Grösse der Beschleunigung durch die Schwerkraft, die Ausführung absoluter Messungen gestatten. Diese absoluten Normalinstrumente und die Methoden zur grundlegenden Aichung derselben sollen hier nicht besprochen werden, weil dies viel zu weit führen würde.

Mit diesen absoluten, bereits geaichten Normalinstrumenten oder mit Normalinstrumenten zweiter Ordnung (wenn dieser Ausdruck gestattet ist), welche durch Vergleichung mit den absoluten Normalinstrumenten oder mit Normalelementen oder

durch voltametrische Messungen genau geaicht sind, lassen sich für die im Vorhergehenden erwähnten Wechselstrominstrumente die Werte der einzelnen Teilpunkte ihrer Skala feststellen. Wir wollen voraussetzen, dass einige solcher Normalinstrumente zweiter Ordnung, die wir zum Unterschiede von den absoluten auch einfach als Normalinstrumente bezeichnen können, vorhanden sind, und wollen an einzelnen Beispielen zeigen, wie sich mit diesen Instrumenten die verschiedenen Messinstrumente der Wechselstromtechnik bequem und genau in allen Punkten ihres Messbereiches untersuchen lassen.

Es liegt auf der Hand, dass Wechselstrominstrumente am zweckmässigsten unter den Bedingungen ihrer späteren Verwendung, also jedenfalls mit Wechselstrom, geaicht werden.

Als Normalinstrumente müssen dann elektrostatische Instrumente und Elektrodynamometer oder elektrodynamische Stromwagen von entsprechender Empfindlichkeit und ein entsprechend bemessener induktionsfreier Widerstand zur Verfügung stehen.

Ein solcher Widerstand kann, wenn er nur zur Belastung dienen soll, eventuell durch eine Reihe entsprechend geschalteter Glühlampen gebildet werden. Er ist in diesem Falle wegen des bedeutenden Preisrückganges der Glühlampen und der Fassungen zu denselben nicht übermässig teuer, bietet den Vorteil einer bequemen Handhabung und einer verhältnismässig leichten Erweiterung seiner Fähigkeit, Energie zu vernichten, indem man die Glühlampen ganz oder teilweise durch solche von höherem Energieverbrauche ersetzt. In mancher Beziehung angenehmer und jedenfalls genauer in Bezug auf Konstanz des Widerstandes sind entsprechend gewickelte Drahtspulen. Wo es sich um Normalwiderstände handelt, können Glühlampen allein überhaupt nicht in Betracht kommen.

Fleming hat zwei solcher Widerstände aus seidenumsponnenen Drähten von 0·15 und 0·22 *mm* Durchmesser hergestellt, indem er den Draht über Holzrahmen wickelte, welche am oberen und unteren Ende eine mit Einschnitten versehene Schieferplatte trugen. Bei Widerstand No. 1 wurden die sechs Rahmen von je 1600 Ohm Widerstand so verbunden, dass die Wickelungen abwechselnd rechts und links liefen; bei Widerstand No. 2 wurde jeder der sechs Rahmen von je 500 Ohm Widerstand direkt mit bifilarer Wickelung versehen. Bei dem Widerstande No. 1, welcher $^1/_4$ Ampère ohne merkbare

Erwärmung vertragen konnte und welcher bei $^3/_4$ Ampère noch nicht über die Sicherheitsgrenze erwärmt wurde, waren die 6 Spulen in Serie geschaltet und war die erste dieser Spulen in zwei Teile von 400 und 1200 Ohm zerlegt, sodass man durch Verwendung dreier Drähte die den Enden des Gesamtwiderstandes zugeführte Energie im Verhältnis 1 : 24 oder 1 : 8 unterteilen konnte, je nachdem man den kleineren oder grösseren Teil des ersten Rahmens verwendete. Bei dem Widerstande No. 2 konnten die 6 Rahmen in beliebiger Anzahl parallel oder hintereinander geschaltet werden. No. 2 war hauptsächlich für Strommessungen bestimmt; No. 1 diente sowohl zur Spannungsmessung als auch zur Herstellung induktionsfreier Belastung bei Wattmeteraichungen. Wenn nämlich je 3 seiner Spulen parallel und die 2 Gruppen in Serie geschaltet wurden, betrug der Gesamtwiderstand rund 1100 Ohm, und der Energieverbrauch in demselben erreichte bei 2400 Volt rund 5000 Watt.

Der genaue Wert des Gesamtwiderstandes der 6 hintereinander geschalteten Spulen von No. 1 war 9543 Ohm bei 15° C. Unter dem Einflusse einer genau gemessenen Wechselspannung von 2400 Volt erlangte der Draht eine Temperatur von 40° C., sodass, bei einem Temperaturkoëffizienten von 0·021 % pro ° C., der Widerstand 9591 Ohm betragen musste. Wenn dieser Widerstand also induktionsfrei war, musste die auf seine Enden wirkende E. M. K. von 2400 Volt einen Strom von $\frac{2400}{9591} = 0{\cdot}25$ Ampère hervorrufen. Die Messung dieses Stromes mit einer genau geaichten Deciampèrewage ergab 0·250 Ampère und bewies somit, dass der Widerstand für alle praktischen Zwecke als induktionsfrei betrachtet werden konnte.

a) Direkte Aichung.

Solange die zur Verfügung stehenden Normalinstrumente den Messbereich der zu aichenden technischen Instrumente vollkommen decken, wird man die Strommesser mit dem Normalinstrumente für Strommessung in Serie schalten und die Spannungsmesser parallel zu dem Normalinstrumente für Spannungsmessungen anordnen, wird dann Stromstärke bezw. Spannung in entsprechender Weise ändern, sodass man im stande ist, eine beliebige Zahl von Teilpunkten der Skala des zu aichenden Instrumentes mit den Angaben des Normalinstrumentes zu vergleichen, und wird schliesslich zur be-

quemeren Ausmerzung der Beobachtungsfehler die Resultate graphisch auftragen. Beispiele solcher Aichungen bieten die Kurven der Figuren 137, 145, 146, 151, bei welchen als Normalinstrument für Strommessungen ein Siemens'sches Dynamometer, als Normalinstrument für Spannungsmessungen ein Elektrometer von Carpentier und ein Cardew-Voltmeter dienten.

Soll ein Wattmeter auf diese Weise mit Wechselstrom geaicht werden, so lässt man dasselbe auf einen induktionsfreien Widerstand R arbeiten und misst dann direkt entweder Hauptstrom J und Spannung e, oder Hauptstrom J und Nebenstrom i mit den entsprechenden Normalinstrumenten.

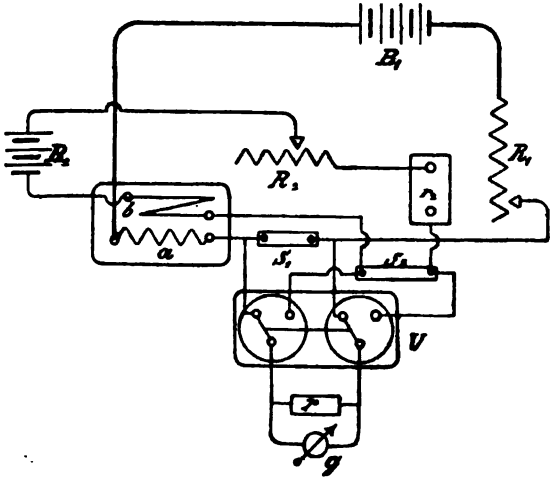


Fig. 160. Aichung eines Wattmeters mit Gleichstrom.

Wenn man als Normalinstrument ein Cardew-Voltmeter verwendet, ist es wegen des hohen Stromverbrauches dieses Instrumentes empfehlenswert, dasselbe direkt von den Maschinenklemmen abzuzweigen. Je nach der Schaltung hat man dann für die einem Ausschlage α entsprechende Instrumentenkonstante k

$$J \cdot E = \alpha \cdot k \cdot r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

oder

$$J \cdot i = \alpha k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Die Aichung des Wattmeters mit Gleichstrom kann in bequemer Weise dadurch erfolgen, dass man zwei getrennte Stromquellen verwendet, wovon die eine B_1 starken Strom, die

andere B_2 eventuell höhere Spannung liefern kann (Fig. 160). Beide Stromquellen werden mit Rheostaten R_1, R_2 ausgerüstet, und dann werden die in der festen Spule a und in der beweglichen Spule b zirkulierenden Ströme J_1 und J_2 entweder direkt oder mittels passender Nebenschlüsse gemessen. Die Figur stellt den letzteren Fall dar. Das Galvanometer g von Deprez-d'Arsonval war an den Umschalter u angeschlossen und mass, wenn die Hebel nach links standen, den Strom in a, wenn sie nach rechts standen, den Strom in b. Die Nebenschlüsse s_1 und s_2 bestanden gleich dem Galvanometer und seinem Vorschaltekasten r aus Kupfer und waren so abgeglichen, dass bei s_1 1 *mm* Ablenkung je nach der maximalen Stromstärke, für welche a bestimmt war, 0·2, 0·5 oder 1 Ampère, bei s_2 1 *mm* genau 0·001 Ampère in b oder, bei Vorschaltung von r_2 Ohm, $\frac{r_2}{1000}$ Volt entsprach. Diese Vorrichtung wurde bei Ganz & Co. fast ausschliesslich zur Aichung der Wattmeter angewendet und hat stets gute Resultate ergeben; sie gestattet rasches und genaues Arbeiten, sobald einmal die Nebenschlüsse vorhanden sind. Um die Ablenkungen im Galvanometer g stets auf passender Höhe zu erhalten und trotzdem den Widerstand des Galvanometerstromkreises nicht zu verändern, wurde ein Nebenschluss r verwendet, welcher die nebenstehende Anordnung besass (Fig. 161). Zwischen zwei Schienen a und b, von denen die erstere bei c geteilt war, waren 4 Paare von Kontakten so angeordnet, dass ein Stöpsel gleichzeitig die beiden Kontakte eines Paares mit der Schiene a zu verbinden vermochte; von den oberen Kontakten der einzelnen Paare führten die eigentlichen Nebenschlüsse vom Widerstande g, $\frac{g}{9}$, $\frac{g}{99}$, $\frac{g}{999}$ nach der Schiene b; die unteren Kontakte aber waren untereinander und mit c verbunden durch die Ergänzungswiderstände 0·5 g, 0·4 g, 0·09 g, 0·009 g. Das Galvanometer vom Widerstande g war oben an a und b angeschlossen. Die Empfindlichkeit desselben konnte im Verhältnis 1 : 2, 10, 100 oder 1000 reduziert werden;

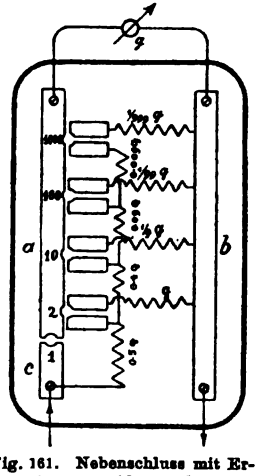


Fig. 161. Nebenschluss mit Ergänzungswiderständen.

der Gesamtwiderstand zwischen c und b war stets g. Beim Einstecken des Stöpsels in den Kontakt 100 z. B. war

der Widerstand des Galvanometers = g
» » des Nebenschlusses = $^1/_{99}$ g
» » der beiden = $^1/_{100}$ g = 0·01 g
» » » Ergänzungsspulen = 0·5 g + 0·4 g + 0·09 g = 0·99 g
» » zwischen c und b also = g.

Es empfiehlt sich in jedem Falle bei einem neuen Wattmeter, dessen Verhalten man noch nicht kennt, ausser der Aichung mit Gleichstrom auch eine solche mit Wechselstrom vorzunehmen und beide Aichungen über den ganzen Messbereich des Instrumentes auszudehnen. Denn es ist nach den Erfahrungen des Verfassers und den Veröffentlichungen der Frankfurter Prüfungskommission wohl möglich, dass die Grösse k der obigen Gleichungen merklich mit dem Torsionswinkel variiert[1]). Von drei von Prof. H. F. Weber geaichten Wattmetern zeigten zwei eine Abnahme und eins eine Zunahme von k für wachsende Torsionswinkel; die Abweichungen lagen dabei zwischen 2 und 3 %, und dieselben konnten keinesfalls Beobachtungsfehlern zugeschoben werden, wie die im offiziellen Berichte mitgeteilten Vorsichtsmassregeln beweisen. Die Selbstinduktionskoëffizienten der beweglichen Spulen dieser drei Instrumente (Ganz'sche Wattmeter mit geänderten Hauptspulen) waren 0·0148, 0·0152 und 0·154 Henry bei je 5 Ohm Widerstand; die möglichst bifilar angeordneten Vorschaltwiderstände aus 0·5 *mm* Nickelindraht bestanden für jedes Wattmeter aus zwei Spulen von 495, bezw. 500 Ohm Widerstand, deren Selbstinduktionskoëffizienten zwischen 0·0131 und 0·0153 Henry lagen. Es ist beachtenswert, dass die Selbstinduktionskoëffizienten dieser bifilar gewickelten Spulen von derselben Grössenordnung sind wie diejenigen der beweglichen Bügel. Trotzdem kann nach den früheren Entwickelungen von Korrektionen abgesehen werden, weil das Korrektionsglied

$$1 + \left[\frac{\omega L_2}{R_2}\right]^2 = 1 + \left[\frac{2\pi \cdot p \cdot L_2}{R_2}\right]^2 = 1 + \left[\frac{2\pi \cdot 40 \cdot 0{\cdot}042}{1000}\right]^2 =$$

praktisch von der Einheit nicht verschieden ist.

Die Kurve der Figur 162 zeigt den Verlauf der »Konstanten» k für das von Prof. H. F. Weber mit Gleichstrom

[1]) Offiz. Bericht über die Arbeiten der Prüfungs-Kommission. II. Bd. p. 340 ff. Frankfurt a. M. 1894.

und mit Wechselstrom geaichte Wattmeter No. 3. Die Abweichung zwischen den Gleichstrom- und den Wechselstrom-Beobachtungen liegt innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler, deren Grösse einigermassen durch die zwischen den punktierten Linien liegenden Flächen dargestellt wird. Die »Konstante« selbst nimmt für wachsende Ausschläge stark ab.

Im Gegensatze zu diesen Beobachtungen teilt Prof. Dr. E. Kittler[1]) mit, dass die von ihm gelegentlich der Frankfurter Ausstellung unter Anwendung von Wechselstrom geaichten

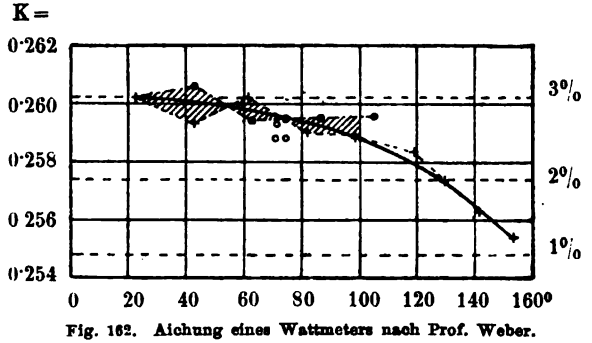


Fig. 162. Aichung eines Wattmeters nach Prof. Weber.

Schwarze Kreise: Aichung mit G. S. 8. X. 1891. Schwarze Kreuze: Aichung mit G. S. 9. X. 91. Weisse Kreise: Aichung mit W. S. 11. X. 91.

Wattmeter deshalb um etwa 1·6 % zu grosse Werte für die Konstante k ergaben, weil die Lampenbatterie mit ihren Zuleitungen keinen vollkommen induktionsfreien Widerstand darstellte. Diese Beobachtung weist darauf hin, dass man durch die Wechselstrom-Aichung nur dann eine wirkliche Kontrolle der Gleichstrom-Aichung ausüben kann, wenn man über absolut induktionsfreie Widerstände verfügt. Die blosse Verwendung bifilar gewickelter Rollen kann nach den Erfahrungen Prof. Weber's nicht als genügende Vorsichtsmassregel angesehen werden.

Die Vorsichtsmassregeln, welche bei der Aichung eines Wattmeters (oder Dynamometers für starken Strom) mit Gleichstrom beobachtet werden müssen, und die Korrektionen, welche eine ungenaue Einstellung der Axe der beweglichen Spule in den magnetischen Meridian und senkrecht zur Axe der festen Spule mit sich bringt, sind bereits auf Seite 263 eingehend erörtert worden. Empfehlenswert ist es auch, alle Zuleitungsdrähte,

[1]) Off. Bericht, II. Bd., p. 432.

welche starke Ströme führen, zusammen zu drillen oder dicht nebeneinander zu legen, damit ihre Einwirkung auf die Dynamometer- oder Wattmeterangaben möglichst gering werde.

b) Indirekte Aichung.

Wenn die zur Verfügung stehenden Normalinstrumente den Bereich der zu aichenden Instrumente nicht mehr decken, muss man unter Benutzung entsprechender Reduktionsmethoden zur indirekten Aichung übergehen.

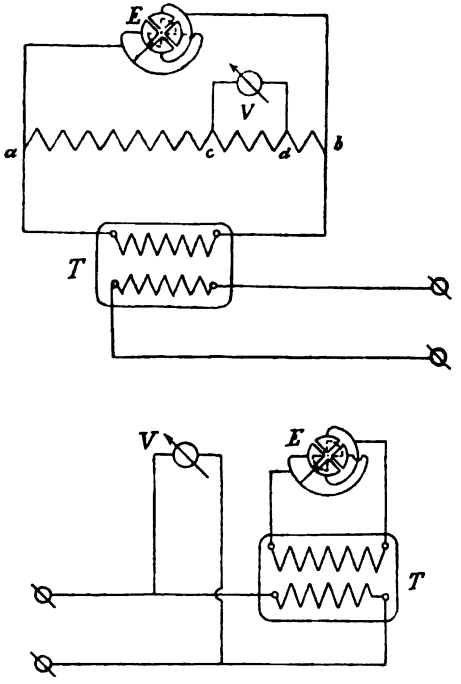


Fig. 163 u. 164. Indirekte Aichung von Voltmetern für hohe Spannung.

Dieser Fall tritt z. B. dann ein, wenn man ein Hochspannungsvoltmeter aichen will und als Normalinstrument nur ein vielzelliges Thomsonvoltmeter bis 100 Volt zur Verfügung hat[1]). Man verwendet dann den im Vorhergehenden beschriebenen induktionsfreien Widerstand No. 1, indem man ihn im Verhältnis 1 : 24 teilt, an die kleine Abteilung c d das Thomsonvoltmeter V, an die Enden a b das zu aichende Hochspannungsvoltmeter E legt und den Punkten a und b Spannung in entsprechender Höhe entweder direkt oder mittels eines Transformators T zuführt (Fig. 163). Man hätte die Aichung auch ohne den Widerstand a b c d ausführen können, indem man das Thomsonvoltmeter V an die Niederspannungswickelung, das zu aichende Voltmeter E an die Hochspannungswickelung anschloss (Fig. 164); jedoch hätte man in diesem Falle nur dann

[1]) J. A. Fleming, El., London 30, p. 99.

richtige Angaben in E erhalten, wenn das Übersetzungsverhältnis des Transformators unter den Bedingungen der augenblicklichen Verwendung genau bekannt gewesen wäre. Da der Transformator bei dieser Aichung zwar verschiedene Spannungen erhalten, aber stets unbelastet bleiben wird, da ferner die Instrumente nur minimale Kapazitäten besitzen, wird die Aichung von E allen praktischen Anforderungen genügen, wenn man das n fache jeder Ablesung an V als Ablesung an E annimmt.

Fleming hat die Swinburne'schen elektrostatischen Voltmeter nach der ersten Methode geaicht, hat dann die Ergebnisse graphisch niedergelegt, indem er als Abscissen die Ablenkungen, als Ordinaten die mit 24 multiplizierten Ablesungen des Thomsonvoltmeters auftrug, und hat so gefunden, dass die Aichungskurve eine vollständige Parabel ist, oder dass mit anderen Worten das Quadrat der Spannung in E proportional dem Ausschlage φ in Graden war. Er hat dann die Konstante a der Gleichung

$$E = a\sqrt{\varphi} \ldots .)$$

aus den Kurven ermittelt und bei seinen weiteren Messungen die von den Swinburne-Voltmetern angegebenen Spannungen unter Zugrundelegung dieser Konstanten berechnet.

Die Aichung eines Hochspannungsvoltmeters kann nach der zweiten Methode auch dann vorgenommen werden, wenn man als Normalinstrument nur ein gut geaichtes Cardew zur Verfügung hat. Die Fehler der Aichung oder Ablesung werden sich allerdings bei Verwendung eines Transformators mit dem Übersetzungsverhältnis 1 : n ver-n-fachen, aber sie werden, da auch die Spannung die n fache ist, prozentisch nicht grösser sein als bei dem als Normalinstrument dienenden Cardewvoltmeter. Man kann schliesslich die Kombination eines kleinen Transformators für 50 oder 100 Watt Maximalleistung mit einem Cardewvoltmeter direkt als eine Art Hochspannungsvoltmeter ansehen; man schliesst die Hochspannungsklemmen des Transformators an die zu untersuchenden Punkte a und b an und liest am Cardewvoltmeter den n-ten Teil der Spannung zwischen a und b ab, wenn man es nicht vorziehen sollte, die Skala des Cardewvoltmeters mit den n fachen Spannungswerten zu bezeichnen.

Wenn man ein Wattmeter zu aichen hat, das für hohe Spannung bestimmt ist und zur Erreichung der erforderlichen Empfindlichkeit z. B. 0·25 Ampère im Nebenschluss erfordert,

müsste man bei Verwendung einer Wechselstromquelle von 2000 Volt Klemmenspannung einen induktionsfreien Widerstand zur Nebenschlussspule besitzen, welcher mit dieser zusammen $r'_2 + r_2 = \frac{2000}{0{\cdot}25} = 8000$ Ohm aufweist und welcher durch 0·25 Ampère nicht merkbar erwärmt wird. Wenn nun dieser Widerstand noch nicht vorhanden ist, oder wenn er durch den Verbrauch von $0{\cdot}25^2 \cdot 8000 = 500$ Watt die zur Aichung vorhandene Wechselstromquelle zu stark belastet, kann man die Spannung für die Nebenschlussspule durch Einschaltung eines passenden Reduktionstransformators T_1 (Fig. 165) reduzieren. Übersetzt der Transformator im Verhältnis 1:20, so sinkt der Verlust im Nebenschluss auf 25 Watt und der Wert des erforderlichen induktionsfreien Vorschaltwiderstandes auf 40 Ohm. Dieser Widerstand und Verbrauch entspricht etwa einer 100-voltigen, 5- oder 6kerzigen Glühlampe, und da der Widerstand nicht in die Formeln eintritt, wenn bei der Aichung der Strom i_2 (etwa mit einem Dynamometer von passender Empfindlichkeit) direkt gemessen wird, kann eine Glühlampe recht gut als induktionsfreier Vorschaltwiderstand verwendet werden. Die Anwendung des Reduktors ist statthaft[1]), weil primäre und sekundäre Spannung beim schwach belasteten Transformator gerade um 180° in der Phase differieren; doch ist das Hilfsmittel in seiner Anwendung etwas beschränkt.

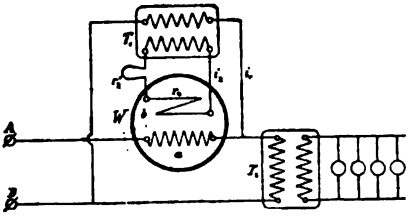


Fig. 165. Indirekte Wattmeteraichung.

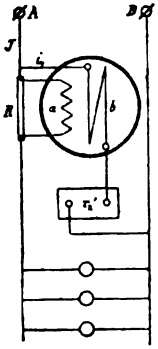


Fig. 166.

Bei besonders empfindlichen Wattmetern ergiebt unter Umständen die Aichung im Nebenschluss zu einem induktionsfreien Widerstande R deshalb gute Resultate, weil dieselbe statt der Messung einer sehr geringen Stromstärke i_1 jene einer grösseren Stromstärke J und eines Widerstandes R erfordert. Die Ver-

[1]) Fleming a. a. O.

wendung eines solchen Wattmeters ist von Robert M. Friese[1]) vorgeschlagen und versucht worden. (Fig. 166.)

Wenn die feste Spule a des Wattmeters den Widerstand r_1 und den Induktionskoëffizienten l_1 besitzt und parallel zum Widerstande R mit dem Induktionskoëffizienten L geschaltet ist, verhalten sich die Ströme:

$$\frac{i_1^2}{J^2} = \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{(R + r_1)^2 + \omega^2 (L + l_1)^2} \quad \ldots \quad 18)$$

Wenn R induktionsfrei gemacht wird, geht die Beziehung über in:

$$\frac{i_1^2}{J^2} = \frac{R^2}{(R + r_1)^2}\left[\frac{1}{1 + \frac{\omega^2 l_1^2}{(R + r_1)^2}}\right] \quad \ldots \quad 18a)$$

Es dürfen also die unter Verwendung von Gleichstrom erhaltenen Aichungsergebnisse direkt für Wechselstrom verwendet werden, wenn es gelingt, den Ausdruck unter der Klammer sehr nahe gleich Eins zu machen. Das von Friese konstruierte Wattmeter hatte $l_1 = 0{\cdot}0000482$ Henry, $r_1 = 0{\cdot}462$ Ohm, sodass für $R = 0{\cdot}001$ Ohm, $L = 0$, der Klammerausdruck selbst für $p = 100$, entsprechend $\omega = 628$, kaum merkbar von 1 abweicht.

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{628 \,.\, 0{\cdot}0000482}{0{\cdot}001 + 0{\cdot}462}\right)^2} = \frac{1}{1.0000428} \quad \ldots \quad 18b)$$

Unter diesen Umständen war also einfach:

$$J = i_1 \left(1 + \frac{r_1}{R}\right).$$

Da nun aber für das direkt angeschlossene Wattmeter

$$i_1 \, e = k \,.\, \varphi \,.\, r_2 \quad \ldots \quad 1).$$

war, musste für das im Nebenschluss zu R liegende Instrument

$$J \,.\, e = \left[1 + \frac{r_1}{R}\right] k \,.\, \varphi \,.\, r_2 \quad \ldots \quad 19)$$

sein.

Die Konstante k des direkt angeschlossenen Friese'schen Wattmeters war $= 0{\cdot}00008663$. Wenn dann die Nebenschluss-

[1]) R. M. Friese, El. Ztschr. 1893, p. 209, 221.

spule mit einem Strome $i_2 = 0{\cdot}005$ Ampère, entsprechend bei 100 Volt einem Widerstande $r_2 = 20000$ Ohm, arbeitete, entsprachen einem Grade des direkt angeschlossenen Wattmeters

$$0{\cdot}00008663 \times 20000 = 1{\cdot}7326 \text{ Watt},$$

einem Grade des parallel zu R = 0·00152 angeschlossenen Wattmeters

$$1{\cdot}7326 \cdot \left[1 + \frac{0{\cdot}426}{0{\cdot}001}\right] = 802{\cdot}2 \text{ Watt}.$$

Nimmt man als kleinste Ablenkung für das mit Spiegelablesung versehene Instrument 2·5 *cm*, als grösste 50 *cm*, so kann man mit diesem Instrumente von 2000 bis 40000 Watt messen. Der Strom in der beweglichen Spule ist dabei für die konstant gehaltene Spannung von 100 Volt zwischen A und B stets $i_2 = 0{\cdot}005$ Amp.; jener in der festen Spule ist maximal

$$i_1 = 400 \cdot \frac{1}{\frac{1 + 0{\cdot}462}{0{\cdot}001}} = 0{\cdot}864 \text{ Amp.},$$

jener im Widerstande R maximal $J \sim i_1 \cong 399$ Amp. etwa. Die Widerstände R_2, r_1 und R waren für maximal $i_2 = 0{\cdot}01$, $i_1 = 1{\cdot}5$, J = 500 Amp. dimensioniert.

Die indirekte Aichung von Dynamometern schliesslich kann in bekannter Weise unter Verwendung induktionsfreier Nebenschlüsse erfolgen. Die Bedingungen hierfür ergeben sich aus dem, was über die Verwendung des Wattmeters im Nebenschlusse gesagt wurde.

Anhang.

Über die Prüfung des Eisens.

1. Allgemeines.

Die den magnetischen Messungen zu unterwerfenden Versuchsstücke müssen im allgemeinen derart gestaltet sein, dass die an ihren Enden erzeugten Pole nicht die Verteilung der Induktion zu beeinflussen vermögen. Sie müssen deshalb entweder als Ringe ausgeführt und mit gleichförmiger Bewickelung versehen werden oder müssen, wenn sie Stabform besitzen, etwa 400mal länger sein als ihr Durchmesser. Eine Ausnahme ist nur in jenen Fällen zulässig, wo der magnetische Kreis ausser dem stabförmigen Prüfstücke ein magnetisches Schlussstück und einen kleinen Luftraum von genau bekannten Dimensionen enthält. In diesem Falle wird der Luftraum den weitaus grössten Teil des magnetischen Widerstandes ausmachen, sodass für alle nicht absolut genauen Messungen die durch den übrigen Widerstand des magnetischen Kreises erforderliche Korrektion vernachlässigt werden kann. Die Wirkung der an den kurzen Prüfstücken auftretenden freien Pole kann dabei durch die Bemessung der Magnetisierungsspule berücksichtigt werden.

Nach der Form der Versuchsstücke kann man daher alle magnetischen Messmethoden einteilen in solche, bei welchen offene magnetische Kreise (Stäbe), und in solche, bei welchen ganz oder fast vollkommen geschlossene magnetische Kreise (Ringe) untersucht werden. Jede dieser Hauptklassen zerfällt wieder in eine Reihe von Untersuchungsmethoden, von denen ein Teil mehr für das Laboratorium, ein Teil mehr für die Werkstättenpraxis geeignet ist. Die Reihenfolge dieser Methoden ist hier derart gewählt, dass mit den reinen Laboratoriumsmethoden angefangen und dann allmählich zu den Methoden der Praxis übergegangen wird.

2. Die magnetometrische Methode.

Bei dieser Methode[1]) dient zur Bestimmung der von einem gegebenen Prüfstücke ausgesandten Kraftlinienzahl die Ablenkung, welche das in der Ost-Westrichtung fixierte Prüfstück auf eine unter dem Einflusse der Horizontalintensität des Erdmagnetismus stehende, leicht beweglich aufgehängte Magnetnadel ausübt. Wenn die Grösse der richtenden Kraft des Erdmagnetismus mit F_1, die Grösse der seitens des Prüfstückes auf die Nadel ausgeübten ablenkenden Kraft mit F_2 bezeichnet wird und unter dem Einflusse beider die Nadel um den Winkel α abgelenkt wird, lassen sich aus der Beziehung

$$F_2 = F_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

die Grösse der richtenden Kraft F_2 und somit bei bekannter Lage und gegebenen Dimensionen des Prüfstückes die Linienzahl N und die Induktion B aus der bekannten Stärke F_1 des erdmagnetischen Feldes finden. Es liegt auf der Hand, dass die magnetometrische Methode in Fabriken kaum durchführbar sein wird, weil infolge der unvermeidlichen Bewegung und Lagenveränderung grosser Eisenmassen die richtende und die ablenkende Kraft fortwährenden Veränderungen unterworfen sein werden. Zudem wird es in den meisten Fällen schwierig sein, innerhalb einer Fabrik einen genügend von Erschütterungen freien Raum zur Aufstellung des empfindlichen Magnetometers zu finden. Als reine Laboratoriumsmethode zählt die magnetometrische zu den besten; doch erfordert sie verschiedene Korrektionen und Voreinstellungen, über welche u. a. Ewing[1]) eingehend berichtet.

3. Die ballistische Methode.

a) Allgemeines.

Bei dieser Methode wird die Elektrizitätsmenge jenes Stromstosses gemessen, welcher in einer das Prüfstück umschliessenden Prüfspule entsteht, sobald die Induktion in dem Prüfstücke ruckweise verändert wird. Zur Messung dient ein Galvanometer, dessen Nadel sich eben zu bewegen beginnt, wenn nahezu die ganze zu messende Elektrizitätsmenge das Galvanometer passiert hat. Von einem solchen, als ballistisch bezeichneten Galvanometer fordert man ferner, dass die Dämpfung klein,

[1]) J. A. Ewing, Induction in iron and other metals. Kapitel 2, p. 35 bis 58. In deutscher Übersetzung herausgegeben von Dr. Holborn und Dr. Kahle. (Berlin, Springer.)

die Schwingungsdauer genügend gross zur Vornahme der Ablesungen und die Ausschläge α proportional den sie erzeugenden Elektrizitätsmengen Q seien. Dann gilt zwischen Q und α die Beziehung

$$Q = \frac{1}{\pi} \cdot T \cdot k \cdot \alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

in welcher T die Dauer einer Doppelschwingung, k den Wert eines Skalenteiles in absoluten Stromeinheiten (d. i. in Zehntel-Ampère) bei dauernder Wirkung des Stromes bedeutet. Wird im Galvanometer vom Widerstande g die Elektrizitätsmenge Q dadurch hervorgerufen, dass in der hinter dasselbe geschalteten Prüfspule vom Widerstande r und von der Windungszahl n die Zahl der Kraftlinien um N verändert wird, so ist

$$Q \cdot (g + r) = Nn = \left(\frac{1}{\pi} \cdot T \cdot k\right) \alpha \cdot (g + r) \quad \ldots \quad 2)$$

oder

$$N = K \cdot \frac{\alpha \cdot R}{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2a)$$

In dieser Gleichung bedeutet K die ballistische Konstante des Galvanometers, R den Gesamtwiderstand des Galvanometerkreises. K lässt sich dadurch bestimmen, dass man die Ausschläge α_1 oder α_2 beobachtet, welche einem bekannten Werte von Q oder N entsprechen. Eine bekannte Elektrizitätsmenge vermag ein Kondensator von bekannter Kapazität C_1 zu liefern, der mit bekannter Spannung E_1 geladen wurde; für ihn ist

$$Q_1 = E_1 C_1 = \alpha_1 K \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

Als Normale für Kraftlinienänderungen kann eine lange Spule von genau bekanntem Querschnitt f_2 dienen, welche auf einen Holz- oder Messingkern gewickelt ist. Ist l_2 die gesamte Länge der Spule in *cm*, so erzeugt ein die n_2 Windungen durchfliessender Strom i Ampère in der Mitte der Spule ein Feld von der Stärke

$$H_2 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n_2 i_2}{l_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Ordnet man die kurze Prüfspule von n_3 Windungen und einem Widerstande r_3 unmittelbar über der Mitte der langen Primärspule an, so ist die Induktion B_2 in derselben gleich der Stärke des Feldes H_2. Beim Verschwinden des Stromes i_2 werden also $N_2 = f_2 \cdot B_2$ Kraftlinien verschwinden, was in dem

mit der Prüfspule in Serie geschalteten Galvanometer einen Ausschlag α_2 hervorrufen wird. Es ist dann

$$N_2 = f_2 \cdot B_2 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n_2 i_2}{l_2} \cdot f_2 \quad \ldots \quad 5)$$

und

$$K = \frac{n_3 N_2}{\alpha_2 (r_3 + g)} \quad \ldots \quad 6)$$

Eine solche Spule wurde u. a. von Evershed und Vignoles verwendet.[1])

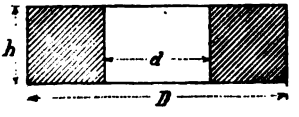


Fig. 167.

Bei Ganz & Co. diente als Induktionsnormale ein Holzring, dessen Abmessungen, Bewickelung und Induktionskoëffizienten sich aus der folgenden Figur und Tabelle ergeben:

	Windungen	d in cm	D in cm	h in cm	Widerstand in Ohm bei 23° C.
Kern	—	18·12	45·65	13·71	—
Erste Lage . . .	$n_1 = 493$	17·85	45·75	14·02	11·24
Zweite » . . .	$n_2 = 458$	17·65	45·85	14·30	10·33

Daraus folgt für die Mitte des Drahtes

der ersten Lage $d = 17{\cdot}98$ $D = 45{\cdot}70$ $h = 13{\cdot}86$

« zweiten « $= 17{\cdot}75$ $= 45{\cdot}75$ $= 13{\cdot}95$

und für die Induktionskoëffizienten

$$L_1 = 0{\cdot}00628 \quad L_2 = 0{\cdot}00554$$

$$L_1 + L_2 = 0{\cdot}0236 \quad M = 0{\cdot}00584 \text{ Henry.}$$

Diese Werte wurden aus Gleichung 5) berechnet und durch Messung bis auf 1% als richtig befunden, wobei für l_2 die mittlere magnetische Länge (nach Gleichung 12, Seite 14 dieses Buches) eingesetzt wurde.

$$l_2 = \pi \frac{D-d}{\lg \text{nat} \frac{D}{d}} = \frac{\pi \cdot (D-d)}{2{\cdot}3026 \lg_{10} \frac{D}{d}} \quad \ldots \quad 7)$$

Will man genauer messen, so kann man sich entweder einer jener variablen Selbstinduktionsnormalen (Fig. 168) bedienen, welche nach Ayrton und Perry's Angaben von Nalder, Bros. & Co. in London in den Handel gebracht werden und bei welchen der je nach der Stellung der zwei Spulen veränderliche Be-

[1]) El., London 27, p. 50.

trag der Induktion an einer in Millihenry geteilten Skala direkt abgelesen werden kann, oder man kann einen beliebigen mit Induktion behafteten Widerstand verwenden und den Selbstinduktionskoëffizienten L desselben durch Messung genau ermitteln. Ist dieser Koëffizient L und durchfliesst die an das Galvanometer angeschlossene Spule ein Strom J Ampère, so wirkt auf das letztere beim Verschwinden von J eine Kraftlinienänderung

$$N = \frac{L \cdot J}{10} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

Zur Messung von Induktionskoëffizienten sind eine stattliche Reihe von Methoden vorgeschlagen worden[1]). Die technisch einfachste ist diejenige, bei welcher die Impedanz X der Spule als Quotient aus den Ablesungen eines Voltmeters und eines Ampèremeters für Wechselstrom von gegebener Periodenzahl p ermittelt wird. Ist dann der Widerstand der Spule R, so ergiebt sich der Selbstinduktionskoëffizient aus der bekannten Beziehung

Fig. 168.
Variabler Selbstinduktionsetalon nach Ayrton & Perry

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{X^2 - R^2} = \frac{1}{2\pi p} \sqrt{X^2 - R^2} \quad . \quad . \quad 9)$$

Sehr zweckmässig für den praktischen Gebrauch ist das Secohmmeter von Ayrton & Perry[2]), das von Nalder, Bros. & Co.,

[1]) Vergl. u. A. Rimington, El. Rev. 20, p. 373. Sumpner, El. London 19, p. 127. El. Rev. 20, p. 548.

[2]) Ayrton u. Perry, El. London 19, p. 17 ff. El. Rev. 20, p. 431 ff. Der Name rührt daher, dass die Dimension des Selbstinduktionskoëffizienten (10^9 c) gleich ist der Dimension des Produktes aus Sekunde und Ohm (s^1 c. 10^9 $s^1 = 10^9$ c).
Vergl. Centralbl. f. El. 12, p. 182.
Uppenborn, Kalender f. El. 1893, p. 176 und Pamphlet von Nalder Bros., London.

London, in der in Fig. 169 abgebildeten Ausführung geliefert wird. Das Instrument besteht aus zwei auf einer Axe befindlichen rotierenden Kommutatoren, von denen jeder mit vier feststehenden Bürsten versehen ist. Die Kommutatoren sind zweiteilig und können mittels entsprechender Übersetzung 300 bis 6000 Polwechsel per Minute hervorrufen; sie sind gegeneinander verstellbar, sodass die zwei Stromwendungen für Batterie und Galvanometer gleichzeitig oder zu verschiedenen Zeiten erfolgen können. Von den vier Klemmen, welche sich auf jeder Seite des Apparates befinden, werden je zwei an die Diagonalpunkte der Brücke, je zwei an das Galvanometer G oder die Batterie B in der angedeuteten Weise angelegt (Fig. 170). Wenn den Zweigen 1 und 2 die Selbstinduktionskoëffizienten L_1 und L_2, den Zweigen 3 und 4 die Widerstände r_3 und r_4 entsprechen und wenn die Widerstände so abgeglichen sind, dass bei ruhenden oder rotierenden Kommutatoren das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt, so gilt die Beziehung

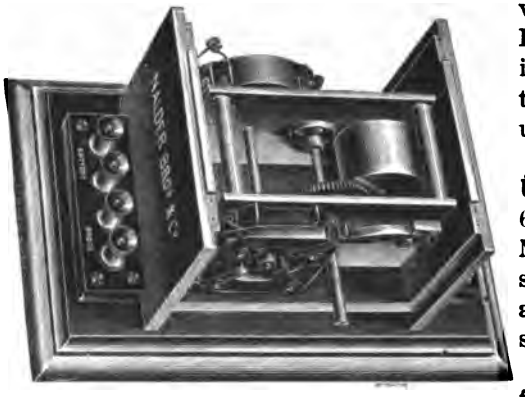


Fig. 169. Secohmmeter von Ayrton & Perry.

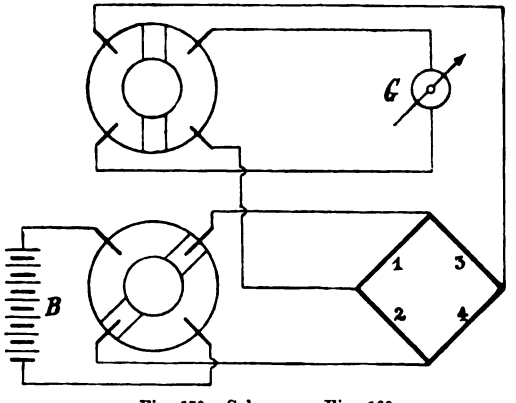


Fig. 170. Schema zu Fig. 169.

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_3}{r_4} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

Man kann also auf diese Weise einen Induktionskoëffizienten L_2 mit einem Selbstinduktionsetalon L_1 vergleichen.

Enthält nur der Brückenzweig 2 den unbekannten Selbstinduktionskoëffizienten L_2, und werden die anderen drei Zweige durch induktionsfreie Widerstände r_1, r_3, r_4 gebildet, so beobachtet man den Galvanometerausschlag α_1, während die Kommutatoraxe n Umdrehungen pro Sekunde macht; dann ändert man r_1 um den geringen Betrag von r_1' Ohm und beobachtet bei ruhenden Kommutatoren den Galvanometerausschlag α_2. Der Selbstinduktionskoëffizient L_2 ergiebt sich dann aus der angenäherten Beziehung:

$$L_2 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \cdot \frac{r_4}{r_3} \cdot \frac{r_1'}{8n} \quad \ldots\ldots\ 11)$$

Will man schliesslich die Bestimmung des absoluten Wertes der ballistischen Konstanten überhaupt umgehen, so kann man vor jedem Versuche die Ablenkung α_1 bestimmen, welche ein mit der E.M.K. E geladener Kondensator von der Kapazität C ergiebt. Zeigt dasselbe Galvanometer dann beim Anschlusse an eine Spule von n Windungen, aus welcher N Kraftlinien verschwinden, den Ausschlag α_2, so ist nach 2) und 3)

$$N = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot C \cdot E \cdot \frac{R}{n} \quad \ldots\ldots\ 12)$$

wenn R den Widerstand des gesamten Galvanometerkreises bedeutet. Wird C in Mikrofarad, E in Volt, R in Ohm ausgedrückt, so ist die rechte Seite dieser Gleichung noch mit 100 zu multiplizieren, wenn man N in C.-G.-S.-Einheiten erhalten will. Solange die Ausschläge der E.M.K. des Kondensators proportional bleiben, braucht man keine Rücksicht auf Dämpfung zu nehmen [1]).

Ledeboer [2]) hat schon 1886 nachgewiesen, dass die Bewegung des Rahmens eines Deprezgalvanometers je nach dem Gesamtwiderstande R des Galvanometerkreises aperiodisch oder periodisch sein kann und dass die Grenze zwischen beiden Arten der Bewegung gekennzeichnet ist durch den Grenzwiderstand

$$R = g + r = \frac{\pi}{T} \cdot \tau \cdot k^2 \quad \ldots\ldots\ 13)$$

in welcher Gleichung τ das Torsionsmoment der Aufhängung bedeutet. Dieser Widerstand lässt sich leicht bestimmen, indem man die Schwingungsdauer T bei offenem Stromkreise ermittelt, r ver-

[1]) Köpsel, El. Ztschr. 1894, p. 244.
[2]) Ledeboer, Lum. él. Band 19, 20 u. 21. Ferner, 24, p. 151 u. 27, p. 601.

ändert und nun für eine bestimmte Elektrizitätsmenge Q die Ausschläge α beobachtet. Trägt man R als Abscissen, α als Ordinaten auf, so kann man aus der Kurve jenen Wert von R entnehmen, dessen korrespondierender Ausschlag $e = 2{\cdot}1718$ mal kleiner ist als der Ausschlag bei offenem Kreise ($R = \infty$) für dieselbe Elektrizitätsmenge; dieser Wert giebt den Grenzwiderstand an[1]). Bei einem vor Jahren von Ganz & Co. verwendeten Deprezgalvanometer war dieser Widerstand $R = 100$ Ohm; das Galvanometer hatte ursprünglich nur 0·35 Sekunden Schwingungsdauer gehabt, war aber durch Auflegung eines Zusatzgewichtchens auf $T_3 = 1{\cdot}6$ Sekunde gebracht worden. Dieses Gewicht besass die nebenstehende Form und wog 8 Gramm. (Fig. 171).

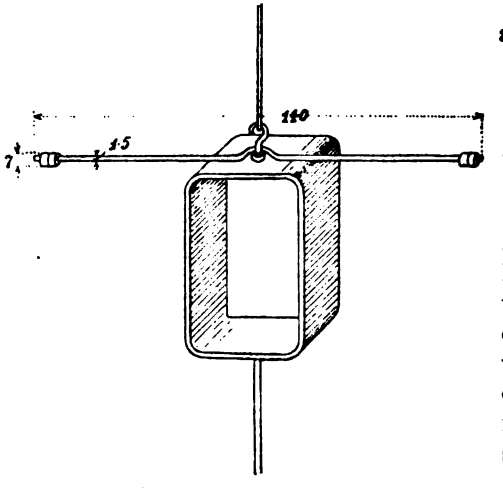


Fig. 171. Rahmen und Zusatzgewicht zum Deprez-Galvanometer.

Die ruckweise Veränderung der Kraftlinienzahl kann entweder schrittweise oder durch Stromwendung oder nach der Methode der Zurückwerfung geschehen.

b) Bei der hauptsächlich von Ewing ausgebildeten und verwendeten Methode der schrittweisen Magnetisierung wird mit einem schwachen Strome in der Magnetisierungsspule begonnen, die Ablenkung notiert, der Widerstand im Primärkreise plötzlich reduziert und der neue Ausschlag wieder notiert. Fährt man in dieser Weise fort, so entspricht jeder Ausschlag einem plötzlichen Zuwachse der magnetisierenden Kraft, und die gesamte, in irgend einem Momente erreichte Kraftlinienzahl entspricht dann der Summe der Ausschläge. Hat man durch allmähliche Verringerung des Widerstandes im Primärkreise das Maximum der bei gegebenen Verhältnissen möglichen magnetisierenden Kraft erreicht, so beobachtet man die einzelnen

[1]) H. Armagnat, L'industrie él. 1. p. 390, 1892.

und gesamten Wirkungen allmählicher Erhöhung dieses Widerstandes und nimmt die algebraische Summe der Ausschläge als Mass für die Kraftlinienzahl. Ein Beispiel wird dies verdeutlichen.

In der nebenstehenden Figur[1]) bedeutet G_2 das ballistische Galvanometer, das in Serie mit der Prüfspule A_2, dem veränderlichen Widerstande R_3, dem Erdinduktor F und der Hilfsspule D geschaltet ist. Diese Spule[2]) ist auf ihrem Eisenkerne verschiebbar angeordnet und kann nach Beendigung der Ablesung so bewegt werden, dass sie die Schwingungen der Nadel dämpft. Die sekundäre Spule kann das ringförmig gedachte Prüfstück ganz oder teilweise überdecken. Die über dasselbe gleichförmig verteilte primäre Spule ist in Serie geschaltet mit der Batterie B, einem Galvanometer G_1, einem Stöpselrheostat R_1, einem Stromwender K_1 und einer Vorrichtung zur Entmagnetisierung durch allmählich schwächer werdende Wechsel-

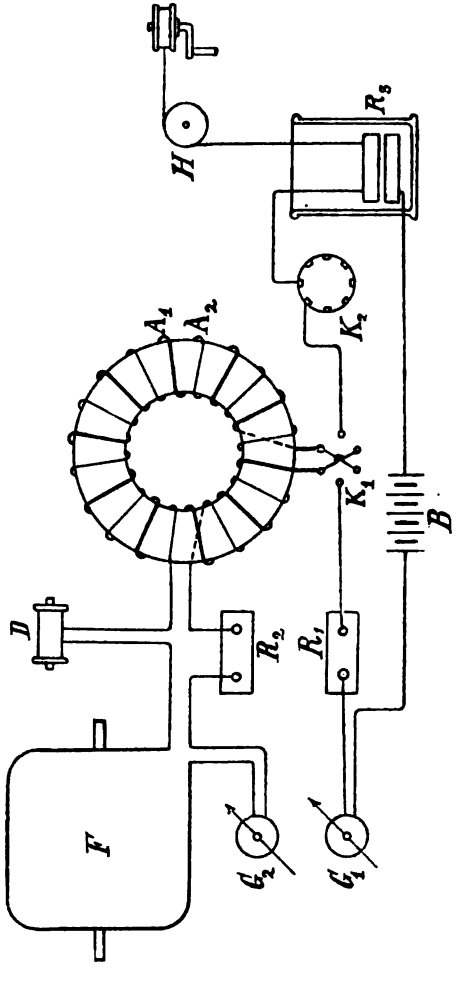


Fig. 173. Schema der Eisenuntersuchung nach der ballistischen Methode.

[1]) J. A. Ewing, Ind. in iron and other metals. p. 64.

[2]) Vorschlag von Prof. Rowland, a. a. O. p. 63 und Phil. Mag. 46. p. 147, 1873.

ströme. Diese Vorrichtung besteht aus dem mehrteiligen Kommutator K_2 und dem Wasserwiderstande R_3, dessen Platten in handlicher Weise voneinander entfernt werden können. Vor Beginn jeder Beobachtungsreihe sendet man einen Strom durch A_1 und entmagnetisiert dann, indem man mit der einen Hand den Stromwender K_2 rasch umlegt und mit der anderen Hand die Platten des Wasserwiderstandes allmählich von der Berührung bis zur weitesten Entfernung voneinander bringt. Der Eisenkörper wird dann einer langen Reihe allmählich abnehmender und dauernd wechselnder magnetisierender Kräfte unterworfen und vollständig entmagnetisiert, wenn die Anfangsstromstärke mindestens gleich der maximalen früher vorhandenen war[1]).

Bei einer Versuchsreihe Ewing's[2]) war

der Durchmesser des Weicheisendrahtes . . . $d = 0{\cdot}248$ *cm*

» mittlere Radius des aus ihm gebildeten Ringes $\frac{D}{2} = 5{\cdot}0$ »

» » Umfang » » » » » $l = 31{\cdot}4$ »

die Zahl der primären Windungen . . . . $n_1 = 479$ »

» » » sekundären » . . . . $n_2 = 167$ »

» » » Windungen des Erdinduktors . $n_3 = 10$ »

» Windungsfläche des Erdinduktors . . . $a = 1216$ *qcm*

» Stärke des erdmagnetischen Feldes . . . $f = 0{\cdot}34$ »

der ballistische Ausschlag beim Umlegen des Erdinduktors $\alpha_2 = 42{\cdot}9$ Skalenteile.

Daraus folgt für den mittleren Wert der magnetisierenden Kraft pro Ampère

$$\frac{H}{i_1} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n_1}{l_1} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{474}{31{\cdot}4} = 18{\cdot}96$$

Der sekundäre Widerstand R_2 blieb während der Versuchsreihe unverändert. Einem Skalenteile entsprach somit bei Umlegung des Erdinduktors um 180^0 eine Änderung der Induktion um

$$\frac{2a \,.\, f \times n_3 \,.}{\left(\frac{\pi}{4} d^2\right) . n_2 \,.\, \alpha_2} = \frac{2 \times 1216 \times 0{\cdot}34 \times 10}{\left(\frac{\pi}{4} \times 0{\cdot}248\right)^2 \times 167 \times 42{\cdot}9} = 23{\cdot}89$$

Kraftlinien pro *qcm*. (Nach Gl. 2a und 6.)

---

[1]) Ewing. a. a. O. p. 46.
[2]) A. A. O. p. 70. Phil. Transact. 1885. p. 530.

Den Gang des Experimentes zeigt die folgende Tabelle

H	α	$\Sigma\alpha$	B	H	α	$\Sigma\alpha$	B
0·13	1·1	1·1	26	5·86	57	416·2	9940
0·26	1·1	2·2	53	7·20	57	473·2	11300
0·30	0·5	2·7	65	8·10	23·5	496·7	11870
0·40	0·8	3·5	74	9·14	24	520·7	12440
0·53	1·0	4·5	107	7·83	— 4·4	516·3	12330
0·71	2·1	6·6	158	6·21	— 6·7	509·6	12170
0·93	2·9	9·5	227	4·75	— 7·1	502·5	12000
1·31	3·9	13 4	320	2·70	— 14·0	488·5	11670
1·69	9·2	22·6	540	0	— 33·2	455.3	10780
1·89	6·9	29·5	705	2·78	15	470·3	11240
2·78	77·5	107·0	2560	4·95	14·2	484·5	11570
3·36	78·7	185·7	4440	6·21	11·9	496 4	11860
4·01	82	267·7	6400	8 00	14·5	510·9	12170
4·95	91·5	359·2	8570	2·14	10	520·9	12440

Die Magnetisierungskurve stieg von B = O bis B = 12440 an und enthielt dann eine zwischen diesem Werte und B = 10880 verlaufende Hysteresisschleife. Der Wert des remanenten Magnetismus war B = 10880 oder 88 % des maximalen Wertes.

c). Magnetisierung durch Stromwendung.

Wird die Veränderung der Linienzahl nach Rowland's Vorschlag[1]) dadurch bewirkt, dass der Strom in der primären Spule umgekehrt und zur Erzielung einer punktweisen Verzeichnung der Kurve durch Einschaltung von Widerständen in den primären Stromkreis verändert wird, so ist die Hälfte des ballistischen Ausschlages ein Mass der gesamten Kraftlinienänderung. Wird dann der primäre Strom ganz unterbrochen, so giebt die Differenz zwischen diesem Ausschlage und der Hälfte des bei Stromwendung erhaltenen Ausschlages den Wert des remanenten Magnetismus für den betreffenden Punkt des magnetischen Prozesses. Es muss darauf geachtet werden, dass die Ströme allmählich bis zum Maximum vergrössert und dann ebenso allmählich wieder verringert werden, und selbst dann ist die Annahme, dass der halbe Ausschlag der gesamten Linienzahl entspricht, nur für weiches Eisen nahezu richtig.[2]) Sind Beobachtungsfehler unterlaufen, so werden dieselben bei Ewing's Methode der schrittweisen Magnetisierung durch die ganze Reihe hindurchgeschleppt, und auch bei Rowland's

[1]) a. a. O. p. 73. Phil. Mag. 46. p. 15, 1873.
[2]) Ewing, a. a. O. p. 65.

Methode der Stromwendung können fehlerhafte Beobachtungen niemals wiederholt werden.

d) Diese Nachteile umgeht die von **Evershed und Vignoles ausgebildete Methode der Magnetisierung durch Zurückwerfung.**[1]) Bei derselben wird das zu untersuchende ringförmige Eisenstück mit zwei gleichförmig verteilten Magnetisierungsspulen bewickelt, von welchen die eine, P_2, doppelt soviele Windungen besitzt wie P_1, und von Strömen von veränderlicher Stärke durchlaufen wird. In der anderen Spule, P_1, dagegen wird dauernd ein Strom von entgegengesetzter Richtung und solcher Stärke aufrecht erhalten, dass die magnetisierende Kraft von P_1 dem negativen Maximalwerte der Induktion entspricht (Fig. 173).

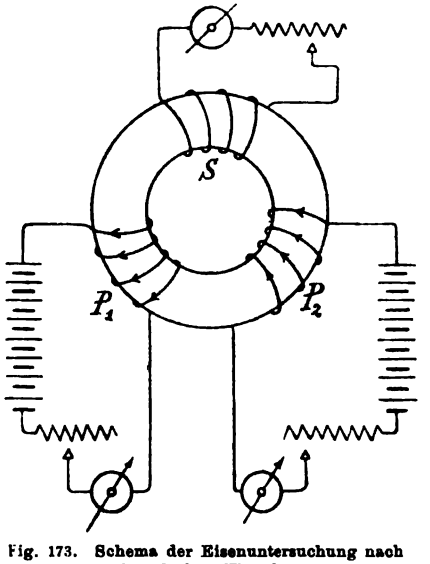


Fig. 173. Schema der Eisenuntersuchung nach Evershed u. Vignoles.

Ist P_2 stromlos, so erreicht das Eisenstück den negativen Maximalwert seiner Induktion; ist der Strom in P_2 von gleicher Grösse und entgegengesetzter Richtung wie jener in P_1, so erreicht das Eisenstück den positiven Maximalwert seiner Induktion, da P_2 dann doppelt soviele Ampèrewindungen besitzt wie P_1. Zur Ausführung einer Beobachtungsreihe hält man den Strom in P_1 dauernd z. B. auf 10 Ampère. Dann sendet man 10 Ampère in entgegengesetzter Richtung durch P_2 und unterbricht. Dadurch hat man das Prüfstück durch einen vollkommenen Kreisprozess von seinem negativen zu seinem positiven Maximalwert und zurück geführt. Jetzt erst sendet man durch P_2 einen schwachen Strom, beobachtet den Ausschlag und erhält einen Punkt der B-H-Kurve. Vor der Aufnahme irgend eines folgenden Punktes führt man jedesmal das Prüfstück ganz

[1]) Evershed u. Vignoles, El., London 27, p. 50. 664 und 29, p. 583. El. Ztschr. 1894, p. 111, 672.

durch den maximalen Cyklus, indem man durch P_2 10 Ampère sendet und unterbricht. Man hat so ein bequemes Mittel, jeden Punkt der Kurve mehrmals zu beobachten und eine beliebige Ablesung zu wiederholen, was bei den anderen Methoden unmöglich ist. Hat man den aufsteigenden Ast der Kurve von $-B_{max}$ an bis $+B_{max}$ verzeichnet, so kehrt man die Ströme in P_1 und P_2 um und verfährt zur Verzeichnung des absteigenden Astes in ganz derselben Weise. Vorsicht muss jedoch darauf verwendet werden, dass die beiden primären Spulen symmetrisch über den ganzen Ring verteilt sind, damit keine Streuung auftritt, und dass der Strom in P_1 während der ganzen Versuchsreihe konstant bleibt, da sonst die Ecke der Hysteresiskurve sich verschiebt.

Fig. 174. Hopkinson's Apparat zur Eisenprüfung.

e) Scheut man die Unbequemlichkeiten, welche die Anfertigung und Bewickelung ringförmiger Prüfstücke verursacht, so kann man nach Hopkinson's[1]) Vorgang dem Prüfstücke cylindrische Form und mässige Dimensionen verleihen und dasselbe in zwei cylindrische Bohrungen eines geschlossenen Weicheisenrahmens von grossem Querschnitte passend so einsetzen, dass es den magnetischen Kreis in zwei parallel geschaltete Teile teilt. Versieht man dann das Prüfstück mit einer den ganzen Raum innerhalb des Weicheisenrahmens ausfüllenden Magnetisierungsspule und einer über der Mitte derselben angeordneten Prüfspule, so kann man die Magnetisierungskurve des ganzen magnetischen Kreises nach einer der unter b, c und d beschriebenen Methoden ermitteln. Die Eigenschaften des Schlussstückes oder Joches selbst lassen sich in bequemster

[1]) Hopkinson, Phil. Trans. 1885, p. 455. Vergl. Ewing, a. a. O. p. 67, 69 ff.

Weise dadurch in Rechnung bringen, dass man einen normalen Prüfstab aus demselben Materiale herstellt, aus welchem das Schlussstück gebildet wurde. Hopkinson[1]) selbst hat eine andere Anordnung verwendet. (Fig. 174.) Er teilte das Prüfstück etwa in der Mitte, ordnete die Prüfspule über der Stossstelle an und zog dann den einen Teil des Prüfstabes so weit zurück, dass die an das ballistische Galvanometer angeschlossene Prüfspule durch Federkraft seitlich aus dem Felde herausgeschnellt wurde. Dadurch ergab bei stromloser Magnetisierungsspule der ballistische Ausschlag auch die Induktion, welche dem remanenten Magnetismus entsprach. Will man grössere Stücke der magnetischen Prüfung unterwerfen, so kann man sich der von Dr. Behn-Eschenburg[2]) angegebenen Vorrichtung bedienen. (Fig. 175.) Das Prüfstück A, dessen Querschnitt bei dem ausgeführten Apparate 71 *qcm* betrug, ist fest mit dem einen Balken B eines entsprechend starken Weicheisenrahmens B_1, B_2, B_3, B_4 verschraubt. Seine freie Endfläche ist genau zusammengepasst mit dem Hilfsstück C, welches gleichen Querschnitt, aber nur sehr geringe Länge besitzt und mit dem um die Axe xx drehbaren Hebel H fest verbunden ist. Das Hilfsstück C trägt die Prüfspule D, die an das ballistische Galvanometer anzuschliessen ist; das Prüfstück A trägt die Magnetisierungsspule F, die an eine Stromquelle und einen Rheostat angeschlossen ist. Bei hohen Induktionen ist an dem 3 *m* langen, 5 *cm* dicken Hebel H ein kräftiger Ruck erforderlich, um das Hilfsstück und die Prüfspule aus dem Felde herauszuziehen.

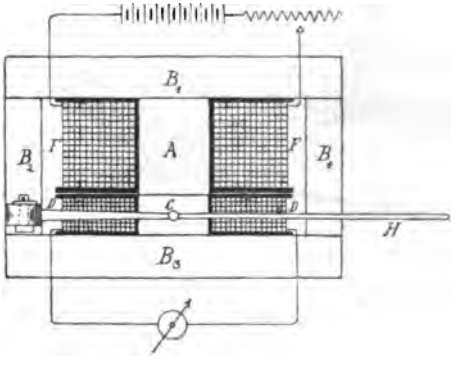


Fig. 175.
Eisenuntersuchung nach Behn-Eschenburg.

Die Jochmethode giebt nur dann zuverlässige Resultate, wenn die Prüfstücke genau eingepasst und zusammengepasst

[1]) Phil. Trans. 1885, p. 455.
[2]) El. Zeitschr. 1893, p. 330.

sind; die Stossstelle bringt selbst bei vorzüglichster Beschaffenheit eine geringe Unsicherheit in die Resultate.

Ähnliches gilt von der Corsepius'schen[1]) Modifikation der Jochmethode, bei welcher das Versuchsstück magnetisch durch ein starkes Uförmiges Weicheisenstück zu einem einfachen magnetischen Serienkreise ergänzt wird. Die Anordnung birgt besonders für kräftige Magnetisierungen einige Vorteile in sich.

4. Die Traktionsmethode.

Auch die ballistische Methode ist in der Praxis nur bedingungsweise und nur da anwendbar, wo man entsprechend empfindliche Galvanometer aufstellen kann. Frei von diesen Fehlern sind alle jene Methoden, welche auf der Zugwirkung beruhen.

Als erste Entwickelungsstufe kann hier ein Apparat gedacht werden, wie ihn Bosanquet[2]) zur Prüfung der Beziehung zwischen Zugkraft und Induktion verwendete. Dieser Apparat bestand aus zwei sorgfältig aufeinander gepassten cylindrischen Stäben, von welchen der obere fest aufgehängt, der untere mit Wagschalen und Gegengewicht versehen und um eine Schneide drehbar angeordnet war. Beide Stäbe waren mit Magnetisierungsspulen umgeben, von denen die untere sich mit dem unteren Stabe bewegte. War k die minimale, zur Trennung der Stäbe erforderliche Zugkraft in Grammen, f der Querschnitt der Stäbe in Quadratcentimetern, n die Windungszahl pro Centimeter, i der Strom der Magnetisierungsspulen, so ergab sich

$$H = \frac{4\pi}{10} \cdot n i \quad \ldots \ldots \quad 14)$$

$$B = \sqrt{\frac{p \pi k \cdot 981}{f}} = 157 \sqrt{\frac{k}{f}} \quad \ldots \quad 15)$$

Stand die untere Spule fest, so war

$$B = 157 \sqrt{\frac{k}{f}} + H \quad \ldots \ldots \quad 16)$$

Als Nachteil dieser Methode ist abermals die Einführung der Stossstelle zu bezeichnen; sie wird deshalb nicht sehr genau sein. Für praktische Zwecke aber ist sie genügend

[1]) Corsepius, Theor. u. prakt. Untersuchungen zur Konstr. magn. Maschinen. Berlin 1891. p. 45. El. Zeitschr. 1893. p. 330. Leitfaden zur Konstruktion von Dynamomasch. 2. Aufl. Berlin 1894. p. 77.

[2]) Bosanquet, El. London, 13, p. 83.

genau und sehr handlich, besonders in jenen Formen, welche ihr von Silv. P. Thompson[1]) und G. Kapp[2]) verliehen worden sind. Thompson's Permeameter (Fig. 176) besteht aus einem sehr kräftigen Schlussstück A, in welches der von der Magnetisierungsspule umgebene Prüfstab C passend so eingesetzt wird, dass seine Endfläche stumpf, aber genau auf der Fläche a a aufsitzt. Der auf das Prüfstück ausgeübte Zug wird an einer Federwage abgelesen. Als Nachteil des von Nalder, Bros. & Co., London, in den Handel gebrachten Apparates ist die

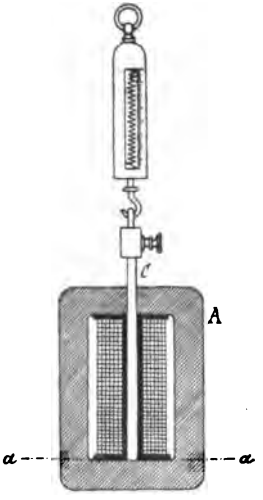


Fig. 176. S. Thompson's Permeameter.

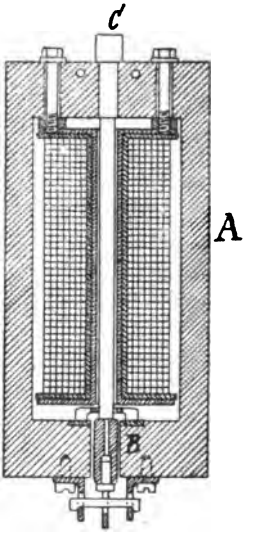


Fig. 177. Kapp's Apparat zur Eisenprüfung.

als Folge der einseitigen Anordnung der Trennungsfläche bewirkte Ungleichförmigkeit in der Verteilung der Induktion zu bezeichnen; zur Umgehung dieses Fehlers könnte die Trennungsfläche in der Mitte des Prüfstabes angeordnet werden.

Der Kapp'sche Apparat ist eine Modifikation des Permeameters. Er besteht aus einem schweren Rahmen A, der aus bestem Weicheisen hergestellt (Fig. 177) ist und die Prüfspule umschliesst. Im Innern dieser Spule ist der Prüfstab C angeordnet, der cylindrisch gedreht und am unteren Ende glatt

[1]) Ewing, a. a. O. p. 249.
[2]) G. Kapp, El., London, 32. p. 498. El. Zeitschr. 1894. p. 264. Lum. él. 51. p. 584.

abgefeilt ist. Dieser Stab wird am oberen Ende genau passend in den Rahmen eingesetzt und am unteren Ende mittels einer Messingzwinge im Rahmen centriert. Der Unterschied zwischen Kapp's Apparat und dem Permeameter besteht jedoch darin, dass bei ersterem der Prüfstab feststeht und zur Ermittelung der Zugkraft ein besonderer Weicheisenkolben B benützt wird, während bei letzterem der Prüfstab selbst als Piston dient. Der kleine Hilfskolben ist bei Kapp's Apparat gut passend in einer Öffnung des Rahmens geführt und mit einer die Wagschale tragenden Stange verbunden. Wird Strom durch die Magnetisierungsspule gesandt, so wird der Hilfskolben vom Prüfstabe angezogen; das Gewicht des Hilfskolbens, der Wagschale und der auf letztere gebrachten Zusatzgewichte, welche eben den Hilfskolben loszureissen vermögen, giebt ein Mass für die Induktion. Die magnetisierende Kraft für den Prüfstab allein ergiebt sich in einfacher Weise, da man den magnetischen Widerstand des Rahmens und der Fuge zwischen Stab und Rahmen praktisch vernachlässigen, den Widerstand des ringförmigen Luftraumes zwischen Hilfskolben und Rahmen aus den bekannten Dimensionen leicht berechnen kann. Diese Korrektion ist nur für schwache Induktionen von Belang; für Induktionen über 15000 ist sie vernachlässigbar.

Die Spule des Apparates ist unterteilt, sodass man verschiedene Windungszahlen verwenden kann; zur Beobachtung geschlossener Cyklen ist auch ein Stromwender mit dem Apparate verbunden. Zwei Beobachter, von denen der eine den Strom reguliert, der andere Gewichte auflegt und die Beobachtungen notiert, vermögen ein Probestück in etwa einer Stunde durch einen vollkommenen magnetischen Kreisprozess hindurchzuführen.

Da die Induktion proportional der Wurzel aus der zur Abreissung erforderlichen Kraft pro Flächeneinheit ist, wird ein Fehler in der Messung dieser Kraft nur mit dem halben Betrage in die Rechnung eingehen; andererseits aber wird eine Verkleinerung der Kontaktfläche zwischen den zu trennenden Stücken eine Erhöhung der Zugkraft bewirken. Bei allen Anwendungen der Traktionsmethode ist also besonders darauf zu achten, dass alle Prüfstücke genau gleiche Dimensionen besitzen und gleiche Kontaktflächen ergeben.

Die Magnetometermethode war nur anwendbar auf offene magnetische Kreise, die ballistische dagegen sowohl auf offene als auf geschlossene. Eine Mittelstellung nimmt die Traktions-

methode ein, da sie den Übergang von offenen zu unvollkommen geschlossenen magnetischen Kreisen bildet. Die Unsicherheit, welche bei der Traktionsmethode durch Beschaffenheit und Grösse der Kontaktfläche in die Beobachtungen hineingetragen wird, kann dadurch umgangen werden, dass der Prüfstab in einen magnetischen Kreis eingesetzt wird, der ausser einem Luftraume von genau bekannten Dimensionen ein starkes Schlussstück aus bestem Weicheisen enthält. Zur Messung der Induktion kann dann entweder der im Luftraume zwischen Prüfstab und Schlussstück auftretende Zug oder die Veränderung des Widerstandes eines in den Luftraum (das Interferrikum) gebrachten Wismutdrahtes dienen.

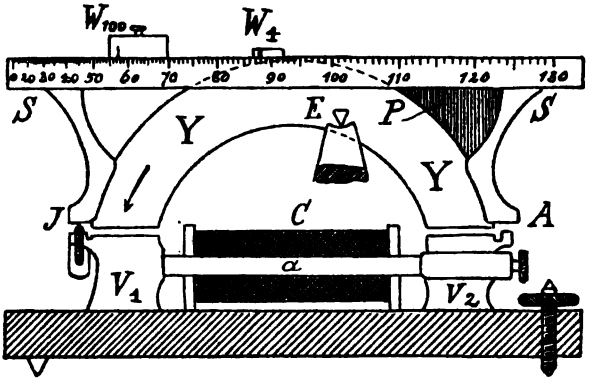


Fig. 178. Magnetische Wage von Du Bois.

Die Messung des Zuges in Richtung der Kraftlinien könnte durch Einsaugen einer Eisenlamelle, durch manometrische Messung des hydrostatischen Druckes einer im Interferrikum befindlichen Flüssigkeit oder durch Wägung geschehen. Die letzte Methode ist bei der magnetischen Wage von Du Bois[1]) zur Anwendung gelangt. Bei derselben wird der nach einer Lehre auf 15 *cm* Länge und 1 *qcm* Querschnitt gedrehte Prüfstab a von zwei verstellbaren Mförmigen Backen V_1 und V_2 gehalten; er kann mittels derselben konzentrisch zur Spule C angeordnet und durch den Plunger in V_2 festgeklemmt werden. Die Spule C ist zur Kompensation des Einflusses der Enden

[1]) H. E. J. G. Du Bois, Bericht über die Verhandlungen des Int. Elektrotechniker-Kongresses Frankfurt a. M. 1891. II. p. 71. El., London 27, p. 634 und 29, p. 448, 501. El. Zeitschr. 1892. p. 579.

statt 4π *cm* nur 12·2 *cm* lang und mit 100 Windungen bewickelt; sie giebt daher für den Strom J Ampère ein Feld $H = 10\,J$. Die Bewickelung verträgt Ströme bis 30 Ampère. Über den Backen schwebt der zwischen zwei Anschlägen A und T um die Schneide E bewegliche Anker Y, der als Wagebalken S mit Gegengewicht P ausgebildet und mit quadratischer Teilung und zwei Laufgewichten von 100 und $4\,g$ versehen ist. Die Ablesung am Balken multipliziert mit $\sqrt{100}$ oder $\sqrt{4}$ und mit 4π giebt dann direkt B an.

5. Die Brückenmethoden.

Verwendet man die von Righi entdeckte Eigenschaft des Wismuts, im magnetischen Felde seinen Widerstand zu ändern, so muss man einen Apparat gebrauchen, der mit unvollkommenem magnetischen Schlusse arbeitet. Der erste, der diese Eigenschaft des Wismuts zur Messung magnetischer Felder verwandte, war Leduc[1]). Die Resultate seiner Untersuchung wurden durch Lenard und Howard[2]) bestätigt und gipfeln darin, dass die Induktion sich ergiebt aus der Beziehung:

$$B = \alpha \sqrt{\frac{R_f - R_0}{R_0}\left(\frac{R_f - R_0}{R_0} + \beta\right)} \quad \ldots\ldots 17)$$

in welcher R_f den Widerstand im Felde, R_0 denjenigen ausserhalb desselben bei konstant gebliebener Temperatur, α und β Konstante bedeuten. Hat sich während des Versuches die Temperatur geändert, so sind die Widerstände R_f und R_0 auf gleiche Temperatur zu korrigieren, wobei der Temperaturkoëffizient des zur Verwendung gelangenden reinen Wismutdrahtes 0·0052 ist.

Lenard und Howard wickelten den frisch gepressten Draht, der mehrmals durch Kollodium gezogen und dadurch mit einer dünnen, aber gut isolierenden Schicht bedeckt war, zu einer ebenen Spirale, welche zum Schutze gegen Beschädigung zwischen Glimmerblättchen gelegt wurde.

Solche Spiralen bringt die Firma Hartmann & Braun, Bockenheim und Frankfurt a. M., in den Handel; auch verwendet sie dieselben bei ihrem Apparat zur Prüfung von Eisen-

[1]) Leduc, Journ. de Phys. 2. Serie 6, p. 184, 1887.
[2]) Lenard und Howard, El. Zeitschr. 1888, p. 340.

sorten. (Fig. 179.) Dieser Apparat besteht aus einem ovalen, mit Draht bewickelten Elektromagnet, dessen eine bewegliche Langseite den Normalstab enthält und am Ende desselben einen Luftraum aufweist. Die Grösse dieses Raumes kann mittels

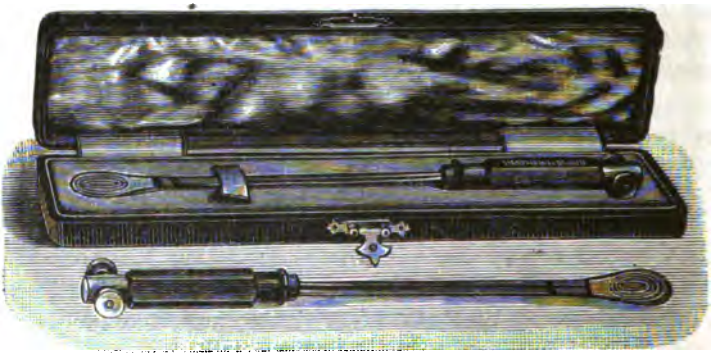


Fig. 179. Wismutspirale von Hartmann & Braun.

eines am Apparate festen Mikrometers genau bestimmt werden. Die Prüfstäbe werden möglichst genau auf das Mass des herausnehmbaren Normalstabes gebracht. Wenn dann die Eigenschaften des Rahmens und Normalstabes bekannt sind,

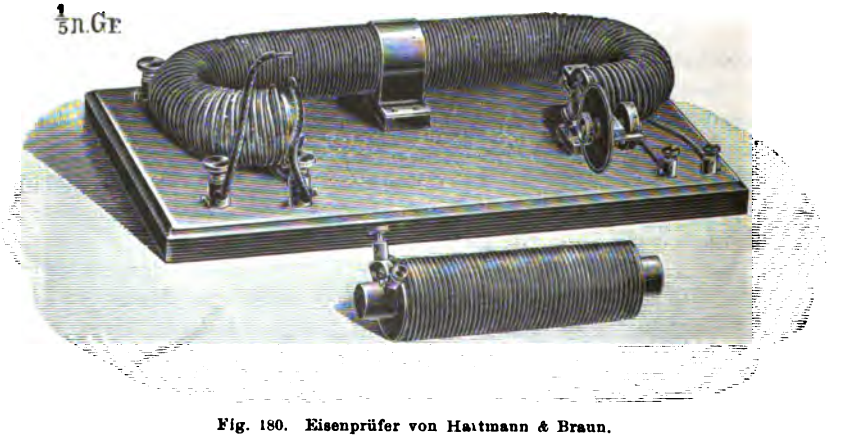


Fig. 180. Eisenprüfer von Hartmann & Braun.

kann man jene des Prüfstabes nach dem Hanauer'schen Verfahren graphisch ermitteln. Zur Kompensation der Wirkung der freien Enden ist die Magnetisierungsspule nahe denselben etwas verstärkt. (Fig. 180.)

Um die Widerstandsmessung möglichst einfach vornehmen zu können, kann man die Messbrücke von Hartmann & Braun verwenden (Fig. 181.) Dieselbe enthält zwei gleiche Widerstände OD und DC von je 1 Ohm, zwei ausgespannte Konstantandrähte OA und EB mit Schleifkontakten S_1 und S_2 und den Widerstand CE, der gleich dem Widerstande der Spule W ausserhalb des Feldes bei 0^0 ist. Es wird dann zunächst durch Verschieben des Kontaktes S_2 der durch veränderte Temperatur veränderte Widerstand der Spule W abgeglichen, während S_1 auf O ruht. Dann stellt S_2C den Widerstand R_0 dar. Hierauf wird die Spule W in das zu untersuchende Feld mit ihrer Windungsebene senkrecht zu den Kraftlinien gebracht und der erhöhte Widerstand derselben durch Verschieben von

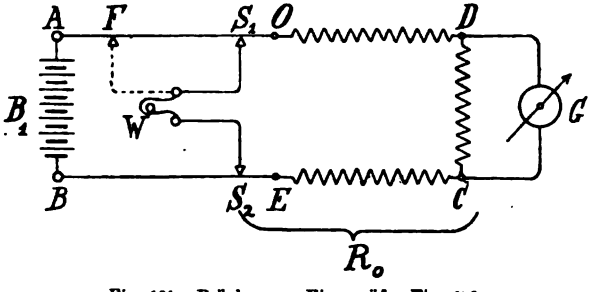


Fig. 181. Brücke zum Eisenprüfer Fig. 180.

S_1 nach A hin abgeglichen. War Abgleichung bei F erfolgt, so gilt die Beziehung:

$$\frac{FO + OD}{DC} = \frac{F\,S_2}{S_2\,C} = \frac{R_f}{R_0} \quad \ldots\ldots 18)$$

woraus

$$FO = \frac{R_f - R_0}{R_0} \quad \ldots\ldots 18a)$$

Steht die Windungsfläche der Spule parallel zu den Linien des Feldes, so ist die Widerstandserhöhung minimal; steht sie senkrecht, so ist die Wirkung maximal. Geringe Abweichungen von der senkrechten Stellung geben keinen merkbaren Fehler. Dagegen könnten bei Herstellung von Spiralen von nicht sachkundiger Hand geringe Beimischungen grosse Änderungen im Verhalten des Wismutdrahtes bewirken. Ist das Wismut unter Druck erstarrt, so entspricht einer Temperaturerhöhung

auch eine Widerstandszunahme; ist es frei erstarrt, so nimmt mit wachsender Temperatur[1]) der Widerstand ab. Kurve 182 giebt eine jener Aichungskurven, welche Hartmann & Braun ihren aus elektrolytischem Wismut hergestellten Spulen beigeben.

Bei der beschriebenen Anordnung wurde die Brücke nur zur Bestimmung der Änderung des elektrischen Widerstandes benutzt; doch sind von Edison[2]) und Eickemeyer[3]) schon im Jahre 1887 zwei einander ähnliche Methoden vorgeschlagen worden, von denen die erstere genau die Übertragung der Wheatstone'schen Brücke auf magnetische Verhältnisse war. Edison verband vier Weicheisenstäbe zum Viereck, setzte an zwei diagonal liegende Punkte die Pole eines Magnets an, der die erforderliche magnetomotorische Kraft zu liefern vermochte, und verband die beiden anderen Diagonalenpunkte durch einen

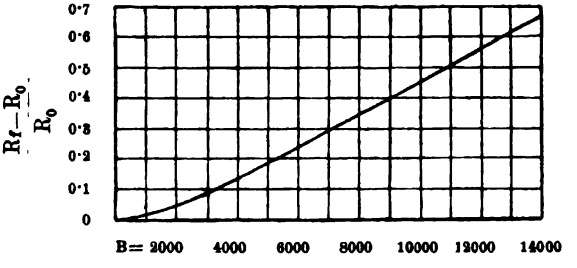


Fig. 182. Aichungskurve zu Fig. 179 u. 180.

geteilten Eisenstab, in dessen Schlitz eine Magnetnadel hing. War die Nadel in Ruhe, so galt für die magnetischen Widerstände die Brückengleichung. Eickemeyer stellte in seinem von Steinmetz[4]) vielfach benutzten Differentialmagnetometer zwei gleiche Hufeisenmagnete mit den gleichen Polen einander gegenüber und brachte zwischen beide eine Magnetometernadel. Diese Nadel zeigte zunächst keinen Ausschlag, doch wurde sie stark abgelenkt, wenn der Nordpol des einen Magnets mit dem Südpol des anderen durch einen Eisenstab verbunden wurde. Wurden nun auch der andere Nord- und Südpol durch den zu untersuchenden Eisenstab magnetisch verbunden, so musste der Nadelausschlag umsomehr reduziert werden, je

[1]) Ettingshausen & Nernst, El. Zeitschr. 1888, p. 259.
[2]) Centralbl. El. 1887, p. 705. Fortschritte d. El. 1887, p. 565. Nr. 3194.
[3]) El. Rev. New-York 10, p 8 1887. Fortschr. d. El. 1887, p. 565. Nr. 3195.
[4]) C. Steinmetz, El. Zeitschr. 1891, p. 381.

näher die magnetischen Widerstände des Prüf- und des Normalstabes übereinstimmten.

Kennelly[1]) hat die Eigenschaft, dass im Dreileitersystem bei Einschaltung gleicher Widerstände zwischen je einem Aussenleiter und dem Mittelleiter der letztere stromlos ist, in magnetische Verhältnisse übertragen. Er bildete aus weichem Eisen einen E-förmigen Block, versah den Mittelsteg mit einem schmalen Schlitze, in dem ein Anker schwingen konnte, bewickelte die an den Mittelsteg anschliessenden Grundplatten mit hintereinander geschalteten Magnetisierungsspulen von gleicher Windungszahl und schloss den bisher offenen magnetischen Kreis durch den Probestab und einen Normalstab, welche den Raum zwischen Mittelsteg und je einem Seitensteg überdeckten. Diese beiden Stäbe waren dünn gegenüber den Massen des E-stückes; sie repräsentierten also relativ hohe magnetische Widerstände. Wenn diese Widerstände gleich waren, blieb der schwingende Anker in Ruhe; waren sie ungleich, so gab der Ausschlag eines mit dem Anker verbundenen Zeigers die magnetische Strömung im Mittelleiter an. Der Anker bestand aus einer flachen Scheibe, welche mit radial verlaufenden, einen konstanten Strom führenden Windungen versehen und an einem die Stromzuführung vermittelnden Metallfaden aufgehängt war.

Die den zuletzt beschriebenen Instrumenten anhaftenden Nachteile sind die Abhängigkeit der magnetischen Widerstände von der Dichte der magnetischen Strömung, von der Vorbehandlung des Eisens und von der Unsicherheit in der Schätzung der Widerstände der Kontaktflächen und der thatsächlichen Längen der Prüfstücke. Die erste Fehlerquelle hängt von dem Gestelle ab und kann dadurch auf geringen Betrag gebracht werden, dass man die Widerstände der Prüfstäbe gross macht gegen die Widerstände der Schlussstücke. Die zweite Fehlerquelle ist allen Formen von Apparaten zur Messung des magnetischen Widerstandes oder der magnetischen Permeabilität gemeinsam, bei denen Stossstellen im magnetischen Kreise vorhanden sind.

6. Galvanometermethoden.

Eine andere Differentialmethode verwendeten Swinburne und Bourne[2]). Sie fertigten aus dem zu untersuchenden Eisendraht oder -blech Ringe von stets gleichen Dimensionen,

[1]) A. E. Kennelly, El. Zeitschr. 1893, p. 727.
[2]) El., London 25, p. 648. El. Zeitschr. 1890. p. 688.

versahen dieselben mit primären und sekundären Bewickelungen und verbanden die primäre Spule des Proberinges mit einem rotierenden Stromwender, einer Akkumulatorenbatterie und der primären Spule eines verstellbaren Induktionsapparates. Die sekundäre Spule des Proberinges wurde mittels eines ähnlichen Kommutators an ein Galvanometer gelegt und gegen die sekundäre Spule des Induktionsapparates geschaltet. Wenn dann die Spulen des Induktionsapparates so verstellt wurden, dass das Galvanometer keinen Ausschlag zeigte, musste der bekannte Koëffizient der gegenseitigen Induktion ein Mass der Kraftlinien

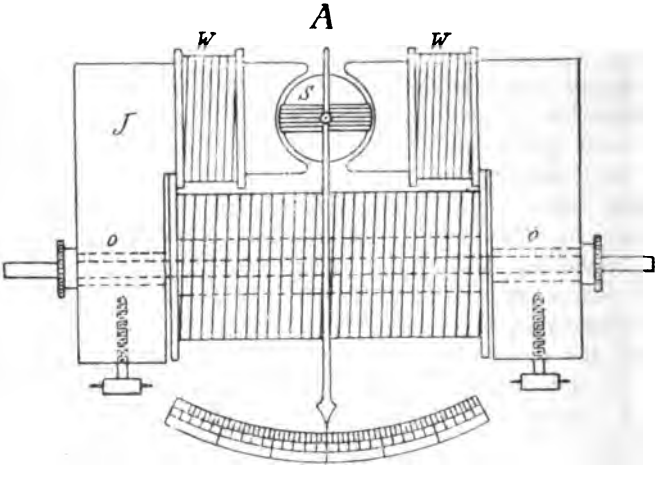


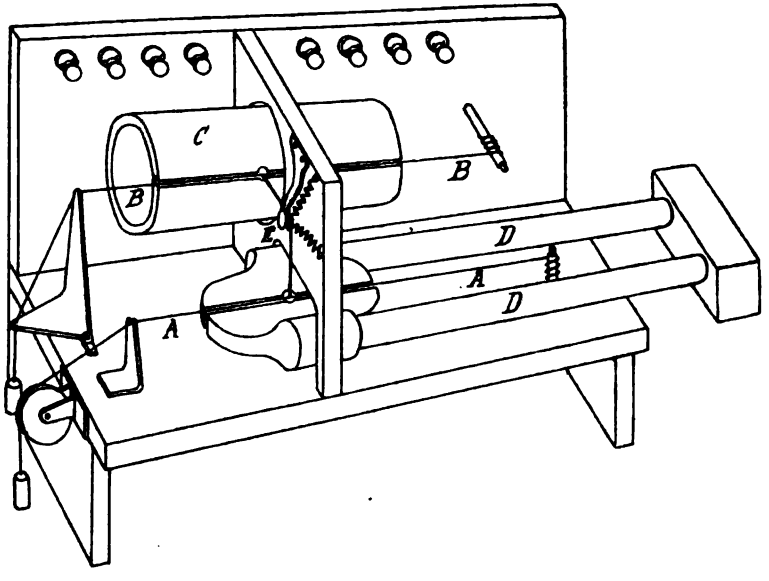
Fig. 183. Apparat zur Eisenuntersuchung von Köpsel.

in dem Proberinge sein. Die Anordnung ist eine Modifikation des Secohmmeters, und die zur Verwendung gelangten Kommutatoren zeigen die von daher bekannte Anordnung.

Der Apparat von Köpsel[1]) (Fig. 183) besteht aus einem Weicheisenjoche J, dessen einer Schenkel durch den mit der Magnetisierungsspule umgebenen Prüfstab gebildet wird, und der in der Bohrung A des Joches angeordneten Prüfspule S. Diese Spule umschliesst einen die Öffnung A nahezu ausfüllenden, feststehenden Weicheisenkern und führt bei ihrer Drehung um die Spitzenlager den Zeiger über eine direkt geteilte Skala hinweg. Der Spule S wird durch Palladiumfedern ein konstanter Strom zugeführt; die zu untersuchenden Proben werden

[1]) Köpsel, El. Zeitschr. 1894, p. 214.

in den prismatischen Öffnungen O des Joches festgeklemmt und liegen dann vollkommen innerhalb der magnetisierenden Spirale, deren magnetisierende Kraft gleich dem 100fachen des sie durchfliessenden Stromes ist. Die unter der Wirkung eines Stromes im Joche ohne Prüfstab hervorgerufenen Kraftlinien werden durch die Kompensationswindungen W W neutralisiert. Dem Apparate wird eine Aichungskurve beigegeben, welche den Widerstand des Joches und die innerhalb der Magnetisierungsspule auftretende Streuung berücksichtigt. Sie zeigt nämlich



184. Schema des Kurvenzeichners von Ewing.

für jeden Querschnitt des Prüfstabes jenen Strom an, welcher durch die bewegliche Spule S zu senden ist, damit der mit ihr verbundene Zeiger direkt die Induktion B pro Quadratcentimeter in C.-G.-S.-Einheiten anzeige.

Der Kurvenzeichner (Fig. 184) Prof. Ewing's[1]) besteht aus einer Kombination einer neuen Form eines Galvanometers mit einer neuen Form eines Magnetometers, deren Angaben durch einen einzigen Spiegel verzeichnet werden. Dieser Spiegel E empfängt eine vertikale Bewegung proportional der Induktion und

[1]) Ewing, El. 29, p. 385. El. Zeitschr. 1892, p. 516. 712.

eine horizontale Bewegung proportional der magnetisierenden Kraft durch die Drähte A und B. Diese beiden Drähte sind zwischen den Polöffnungen zweier Magnete C und D gespannt und werden von Strömen durchflossen, sodass sie, wenn das Feld konstant bleibt und der Strom in ihnen sich ändert, oder wenn das Feld sich ändert und der Strom in ihnen konstant bleibt, sich einbiegen oder ausbauchen werden. Der Magnet C ist aus einem Eisenrohr gebildet und mit einer longitudinal gewickelten Spule versehen, welche von konstantem Strome

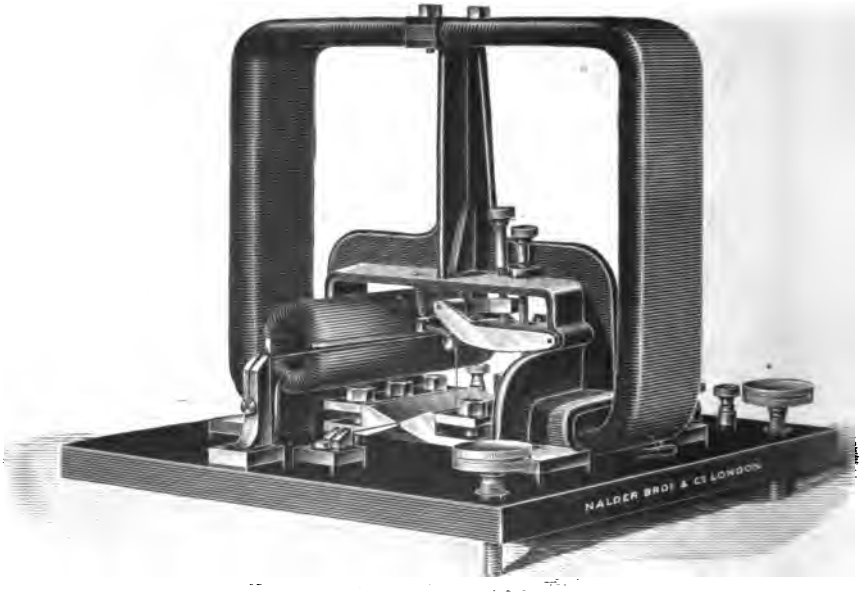


Fig. 185. Kurvenzeichner von Ewing (ältere Form).

durchflossen wird; er enthält in seinem Längsschlitz den Draht B, dessen Strom während der Versuchsreihe geändert wird. Der andere Magnet D enthält die zu prüfenden Stücke als Schenkel und wird durch ein Schlussstück und Polschuhe aus weichem Eisen zu einem nahezu geschlossenen Hufeisen ergänzt. Zwischen den Polschuhen befindet sich der Draht A, welcher in Serie zu dem Felde C geschaltet ist und somit von konstantem Strome durchflossen wird. Unter dem Einflusse der während der Versuchsreihe veränderten Stromstärke der Magnetisierungs-

spulen um D wird also der Draht A dem Spiegel eine Bewegung proportional der magnetisierenden Kraft verleihen; der Draht B verursacht eine Bewegung proportional der Induktion. Die Vergrösserung, Verkleinerung und Umkehrung des Stromes kann man mittels eines besonderen Stromwenders so langsam vornehmen, dass man die Hysteresiskurve, welche ein vom Spiegel reflektierter Lichtpunkt auf einem Schirme verzeichnet, mit dem Zeichenstift auf diesem Schirme nachfahren kann; man kann das Prüfstück aber auch in dem zehnten oder zwanzigsten Teile einer Sekunde den magnetischen Kreislauf vollziehen lassen. Die Amplitude der Hysteresiskurven auf dem Schirme kann durch Verstellung der die Drähte A und B spannenden Gewichte verändert werden; für schnelle Cyklen ist es erforderlich, die Drähte sehr stark und genau mitten in den Schlitzen

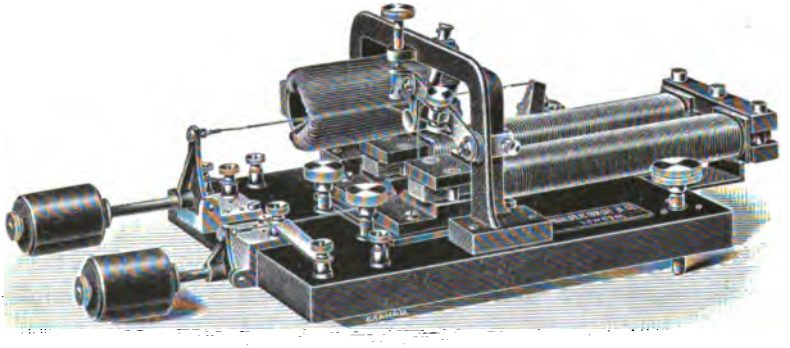


Fig. 186. Kurvenzeichner von Ewing (neuere Form).

zu spannen und den Spiegel mittels der in Fig. 186 sichtbaren Schrauben genau senkrecht zu der Nadel zu stellen, auf deren Spitze er gelagert ist. Ist eine dieser Bedingungen nicht genügend beachtet, so werden die Kurven leicht verzerrt. Die Hysteresisfläche wird direkt durch das Bild des Lichtpunktes gefunden; die absoluten Werte von B und H müssen aber mittels eines Scherungsverfahrens ermittelt werden, weil der Kreis der Prüfstücke einen Luftraum enthält. Der Ewing'sche Kurvenzeichner ist besonders für die Untersuchung von Transformatorenblechen geeignet, denn bei diesen Untersuchungen kommt fast nur der Hysteresisverlust, kaum aber die Permeabilität des Eisens in Betracht. Der Kurvenzeichner bildet in dieser Beziehung den Übergang zu den Wattmetermethoden zur Untersuchung des Eisens.

7. Wattmetermethoden.

Es ist bereits auf Seite 141 dieses Buches darauf hingewiesen worden, in welcher Weise die Hysteresis- und Wirbelstromverluste im Eisen getrennt werden können. Wenn man aus dem zu untersuchenden Eisenblech einen Transformatorkern oder nach Kapp's[1]) Vorschlag den einen Schenkel eines eisengeschlossenen Transformators aufbaut, den Kern mit einer entsprechenden Hilfsspule oder mit einer der normalen Transformatorenspulen umgiebt und nun mit dem Wattmeter die Gesamtverluste für verschiedene Induktionen ermittelt, hat man auf die für die Praxis bequemste Weise die zuverlässigsten Daten erhalten. Man hat nämlich dann die Möglichkeit, grössere Eisenmassen zu untersuchen, erhält ausser den Hysteresisverlusten auch die Verluste durch Wirbelströme und kann, wenn man den Transformatorkern einmal ohne die zur Pressung der Bleche dienenden Schrauben oder Nieten, einmal mit denselben versucht, auch die mitunter nicht vernachlässigbaren Verluste bestimmen, welche in diesen massiven Teilen auftreten.

Die Ermittelung der Magnetisierungsverluste kann ausser mit dem Wattmeter auch nach anderen Methoden ausgeführt werden[2]); doch gehört die Besprechung derselben zu dem Kapitel der Untersuchung von Transformatoren.

Hat man[3]) bei einem aus b *mm* dickem Eisenblech zusammengebauten Kerne von M *ccm* Inhalt unter Verwendung eines sinusförmigen Stromes J bei p Perioden pro Sekunde eine Maximalinduktion B erreicht und einen Verlust von W Watt beobachtet und war der Widerstand der benutzten Magnetisierungsspule R Ohm, so entfallen auf den Verlust im Kupfer

$$J^2 R \text{ Watt} = W_{cu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

auf den Verlust für Wirbelströme[4])

$$\left[\frac{b \,.\, p \,.\, B}{2{\cdot}5 \cdot 10^6}\right]^2 \cdot M \text{ Watt} = W_{Foue} \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

[1]) G. Kapp, El. 32. p. 498. El. Zeitschr. 1894, p. 265.

[2]) H. Spencer hat dazu zwei besonders gewickelte Dynamometer mit 3, bezw. 4 Spulen verwendet, welche so geschaltet sind, dass das eine den Mittelwert des Quadrates von H, das andere den Mittelwert des Eisenverlustes misst. Die Methode ist zwar elegant, hat aber wenig praktische Vorteile, weil die Dynamometer sehr empfindlich und für starke Ströme gebaut sein müssen, weil man nur wenig Eisen verwenden kann und mit weniger Mühe und Arbeit bessere Resultate erhält, wenn man nur ein Wattmeter verwendet.

[3]) C. Feldmann, El., London 32, p. 581, 617.

[4]) Nach Gl. 3, p. 155 dieses Buches.

auf den Verlust für Hysteresis

$$W - J^2 R - \left[\frac{b \cdot p \cdot B}{2{\cdot}5 \cdot 10^b}\right]^2 \cdot M \text{ Watt} = W_{Hyst} \quad . \quad . \quad 21)$$

Die Werte der maximalen Induktion lassen sich aus den Werten der Spannung an den Enden der Magnetisierungsspule berechnen. Zur Durchführung des Verfahrens beobachtet man für verschiedene Werte des Stromes J die Werte der Spannung V und den Verlust W für konstante Periodenzahl p, trägt dann die Werte graphisch auf und ermittelt der leichteren Rechnung wegen jene Verluste, welche runden Werten von B entsprechen.

Der Verfasser beobachtete an einem Ganz'schen Ringtransformator älterer Konstruktion, welcher 15 aus 10 *mm* breiten, 0·5 *mm* dicken Eisenbändern gewickelte Ringe von etwa 400 *mm* äusserem und etwa 200 *mm* innerem Durchmesser enthielt, die in Spalte 2 der folgenden Tabelle enthaltenen Verluste. Aus diesen Verlusten wurden dann die übrigen Werte der Tabelle durch Rechnung ermittelt, nachdem die geringen Kupferverluste in Abzug gebracht waren.

	W_{total} Watt	W_{Fouc} Watt	$W_{Hyst.}$ Watt	beob. $W_{Hyst.}$ ber.
B = 3000	53·3	9·7	45·6	46·2 = 1245 $B^{1·6}$ 10^{-7}
4000	86·1	16·1	72·3	73·0 = 1245 « 10
5000	124·8	25·0	103·3	104·6 = 1245 « 10
6000	169·6	36·4	178·6	140 = 1248 « 10
7000	221·7	50·3	179·5	179 = 1262 « 10
7500	249·6	58·0	201·2	200 = 1269 « 10
				1255 $B^{1·6}$ 10^{-7}

Der mittlere Unterschied zwischen den beobachteten und den berechneten Werten der Hysteresisverluste beträgt nur 1 %. Es war also sehr wohl möglich, aus den Wattmeterablesungen und den bekannten Dimensionen des Transformators den Faktor von $B^{1·6}$ zu berechnen. Der Querschnitt des Eisenkernes war 129 *cm*, sein Volumen 12200 *cm*, seine mittlere Länge l = 91 *cm*; die Zahl der magnetisierenden Windungen war n = 30, die Zahl der Perioden p = 42, der Widerstand R = 0·013 Ohm. Die berechneten Hysteresisverluste ergeben sich aus der Beziehung

$$W_{Hyst.} = 1255\ B^{1·6}\ 10^{-7},$$

aus welcher sich die Steinmetz'sche Konstante[1])

$$\alpha = \frac{1255}{42 \,.\, 12200} = 0{\cdot}00245$$

berechnet.

Eine andere Beobachtungsreihe, welche von Bláthy und Neustadt herrührt und deshalb bemerkenswert ist, weil sie das Datum des 25. November 1885 trägt, zeigt zwischen beobachteten und berechneten Werten nur 0·5 % Unterschied. Dieser Transformator war aus oxydiertem Eisendraht von 1 *mm* Durchmesser gebaut und besass 30 *qcm* Querschnitt, 1320 *ccm* Inhalt und eine magnetische Länge von l = 42 *cm*; die Zahl der Perioden war p = 54, die Zahl der Windungen n = 45, der Widerstand R = 0·1 Ohm. Der Wirbelstromverlust ergab sich aus Gl. 2), Seite 155; der Kupferverlust ist bereits in Abzug gebracht.

	W_{total}	W_{fouc}	beob. $W_{Hyst.}$	ber. $W_{Hyst.}$	α
B = 7000	36·5	11.8	22·7	24·7	0·00245
8000	46·0	15·4	30·6	30·6	0·00244
9000	56·0	19·5	36·6	36·9	0·00239
10000	67·5	24·1	43·4	43·7	0·00240
11000	70·0	29·2	50·8	50·7	0·00244
14000	93·8	34·7	59·1	58·6	0·00248
					0·00244

Die Beobachtungen lassen sich jedoch noch weiter verwerten, wenn man bedenkt, dass der beobachtete Gesamtstrom J_g zerfällt in einen Nutzstrom

$$J_n = \frac{W_{total}}{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 22)$$

und in einen Erregerstrom

$$J_0 = \sqrt{J_g{}^2 - J_n{}^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 23)$$

Aus letzterem berechnet sich dann für die maximale Induktion B die mittlere magnetisierende Kraft aus der Beziehung:

$$H = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n}{l_m} \cdot 0{\cdot}9\, J_0 \quad \ldots\ldots \quad 24)$$

Der Faktor 0·9 ergiebt sich daraus, dass der mittlere Wert von J_0 gleich 0·9 mal dem gemessenen Werte ist. Aus den

[1]) Vergl. p. 143 dieses Buches.

zusammengehörigen Werten von B und H kann man dann die BH-Kurve zeichnen und event. die Permeabilität n berechnen. Die Ergebnisse dieser Rechnung waren:

Für den grossen Transformator:

	J_g	$W_{tot.} : V = J_n$	J_o	H	$\mu = \frac{B}{H}$
B = 3000	4·70	53·3 : 21·6 = 2·47	4·0	1·49	2010
4000	5·67	86·1 : 28·8 = 2·99	4·82	1·79	2230
5000	6·58	114·8 : 36·1 = 3·45	5·60	2·08	2400
6000	7·50	169·6 : 43·3 = 3·92	6·39	2·38	2520
7000	8·42	271·7 : 50·6 = 4·38	7·17	2·67	2620
7500	8·90	249·6 : 54·1 = 4·(2	7·63	2·84	2640

Für den kleinen Transformator:

	Tg	$W_{tot.} : V = J_n$	J_o	H	$\mu = \frac{B}{H}$
= 7000	3·0	36·5 : 22·7 = 1·61	2·53	3·68	2270
8000	3·5	46·0 : 25·9 = 1·78	3·00	3·76	2130
9000	3·9	56·0 : 29·2 = 1·92	3·40	4·14	2180
10000	4·5	67·5 : 32·4 = 2·08	4·00	4·87	2050
11000	5·0	80·0 : 35·6 = 2·25	4·45	5·42	2030
11000	5·9	93·8 : 38·9 = 2·42	5·40	6·58	1820

Diese Ergebnisse sind nicht vollkommen so zuverlässig wie diejenigen der Wattmeterablesungen allein, weil das zur Strommessung benutzte Dynamometer wenig empfindlich war und die Fehler der drei Beobachtungen das Resultat beeinflussen. Immerhin ist die Methode so einfach, dass sie Erwähnung finden durfte.

Scheut man den mit der Anfertigung eines Transformators verbundenen Aufwand an Zeit und Geld, so kann man aus einem Blech von bekannten Eigenschaften ein Joch bauen, als dessen Schlussstück man das zu einem geraden Block von rechtwinkligem Querschnitt zusammengepresste Probeblech verwendet. Dieses Verfahren ist von Kapp und von Dobrowolsky und Schmoller[1]) praktisch verwertet worden. Die letzteren setzen (Fig. 187) das Prüfstück A, das aus einzelnen Blechen zusammengebaut ist, zwischen zwei U-förmige Bügel, welche den halben Querschnitt besitzen, gleichfalls aus Blechen aufgebaut sind und gleichförmig verteilte Bewickelungen tragen. Diese Wickelungen werden mittels des nach links gestellten Umschalters S so geschaltet, dass am Prüfblock A gleiche Pole

[1]) El. Zeitschr. 1892, p. 406.

entstehen ; dann werden Spannung, Strom und Verlust am Cardewvoltmeter V, Dynamometer D und Wattmeter W abgelesen. Darauf wird das Prüfstück herausgenommen, werden die beiden U-förmigen Bügel wieder zusammengepresst und die Wickelungen derselben durch Umstellen des Ausschalters S nach rechts auf Pollosigkeit geschaltet. Man kann dann aus den Ablesungen der drei Instrumente die Verluste und Erregerströme für das Joch allein bestimmen. Die Induktion lässt sich leicht aus den Ablesungen des Voltmeters, den bekannten Daten des Joches und der Zahl der Perioden berechnen; der Zusammenhang zwischen B und W wird für die beiden Stellungen des Umschalters graphisch niedergelegt, und dann wird nach der Hanauer'schen, Methode der Verlust für den Prüfblock allein ermittelt. Es ist darauf zu achten, dass die Bewickelungen und Dimensionen des Joches so bemessen sind, dass wenig Spannungsverlust im Kupfer und wenig Streuung auftreten; der erstere würde die Ablesungen des Wattmeters, die letztere die Werte von B beeinflussen. Die Beschaffenheit der Stossstellen zwischen den Eisenflächen des Joches und des Prüfblocks beeinflusst die Ablesungen des Watt. meters nicht, wohl aber verändert sie die Ablesungen des Dynamometers. Es ist deshalb auf möglichst gute Stossstellen zu achten, wenn man nach dem vorerwähnten Verfahren auch die Permeabilität des zu untersuchenden Bleches berechnen will.

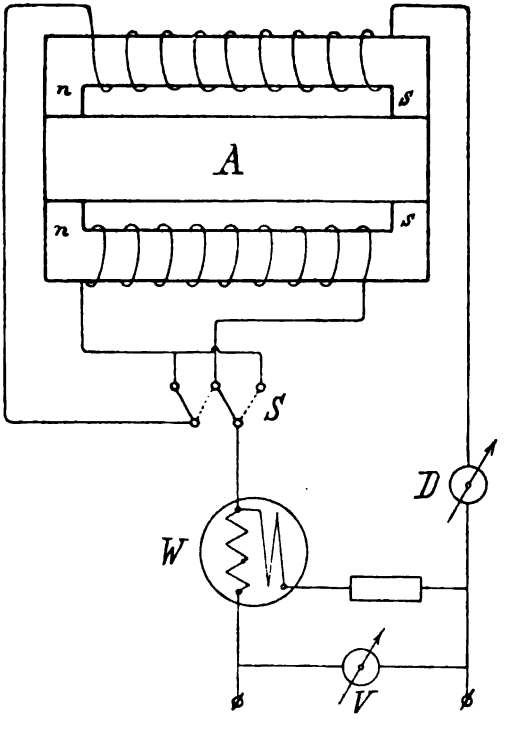


Fig. 187. Eisenprüfung nach Schmoller.

8. Geometrische Methoden.

Will man sich nicht damit begnügen, den Zusammenhang zwischen B und H mittels langsamer Cyklen festzustellen, so kann man Wechselstrom und die Wattmetermethoden verwenden; man erhält dann aber nur die Mittelwerte der Verluste oder mit anderen Worten nur die Flächen der BH-Kurven und nicht den zeitlichen Verlauf derselben. Doch lässt sich auch dieser leicht feststellen, indem man die Einzelwerte der periodischen Kurven der magnetisierenden Kraft H und Induktion B punktweise ermittelt.

Setzt man auf die Welle einer Wechselstrommaschine eine Hartgummi- oder Holzscheibe, in deren Umfang ein schmales Messingstreifchen eingelegt ist, verbindet das eine Ende der Wickelung mit diesem Messingstreifchen, das andere Ende der-

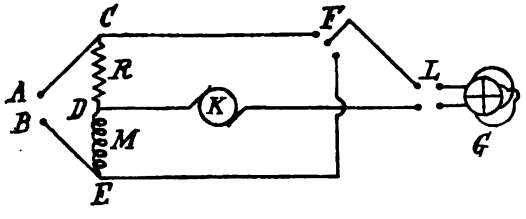


Fig 188. Schema der Eisenuntersuchung nach Hopkinson.

selben mittels einer Bürste mit einem Elektrometer oder ballistischen Galvanometer, so wird das letztere einen konstanten Ausschlag zeigen, sobald die Dauer einer Periode sehr klein ist gegen die Schwingungsdauer des Instruments. Die Grösse dieses Ausschlages ist proportional dem momentanen Werte der E. M. K. der Wechselstrommaschine; wenn man also die Kontaktbürste an einem drehbaren Holzring befestigt, welcher über eine gleichförmig geteilte Holzscheibe zu gleiten vermag, so würden bei allmählicher Verdrehung dieses Holzringes die Stellung des momentanen Kontaktes zwischen Messingstreifchen und Bürste und die Grösse des Ausschlages verändert werden, weil die Grösse des momentanen Wertes der E. M. K. verändert worden ist. Mittels einer solchen Vorrichtung haben Joubert[1]), Duncan, Hutchinson und Wilkes[2]) u. a. m.

---

[1]) Joubert, Ann. scient. de l'école norm sup. 10, p. 131 ff.
[2]) Duncan, Hutchinson und Wilkes, El Rev; London, 22, p. 471. 642.

Kurven der E.M.K. von Wechselstrommaschinen aufgenommen; Hopkinson[1]) aber hat die Methode durch sinnreiche Umgestaltungen zur direkten Untersuchung von Eisenproben brauchbar gemacht. Er verlieh dem Prüfstück ringförmige Gestalt und legte seine Magnetisierungsspule M in Serie mit dem induktionsfreien Widerstande R an die Klemmen A und B der Wechselstrommaschine, auf deren Axe der rotierende Kontaktapparat K angeordnet war. Wurde dann ein Elektrometer oder Galvanometer G in der angedeuteten Weise mit dem Kontaktapparate H und mit dem Umschalter F einmal an CD, einmal an DE angelegt, so erhielt man die Klemmenspannungen an den Enden von R und von M. Erstere geteilt durch R ergaben den zeitlichen Verlauf des magnetisierenden Stromes oder der ihm proportionalen magnetisierenden Kraft H; letztere ergaben nach Abzug des Spannungsverlustes in der Spule M die E.M.K., aus welcher durch eine Umkehrung des Verfahrens zur Ermittelung der abgeleiteten Kurven der zeitliche Verlauf der Induktion B ermittelt werden konnte. Trug man dann zusammengehörige Werte von H aus der ersten und B aus der dritten Kurve in ein rechtwinkliges Koordinatensystem, so erhielt man die in Fig. 7, 8 und 9, (p. 27 und 28) dargestellten geschlossenen Hysteresiskurven.

Wir werden auf diese geometrische Methode im Anhang zum nächsten Kapitel noch einmal zurückkommen müssen.

---

[1]) J. u. B. Hopkinson, El. 29, p. 510. El. Zeitschr. 1892, p. 642. Hopkinson, Lydall u. Wilson. Lum él 48, p. 384. El. Zeitschr. 1893 p. 449.

Fünftes Kapitel.

Methoden zur Untersuchung von Transformatoren.

1. Einleitung.

Die Methoden zur Untersuchung von Transformatoren könnten nach der Art der zur Verwendung gelangenden Instrumente eingeteilt werden in kalorimetrische, dynamometrische, elektrostatische und geometrische Methoden, welche letzteren auf einer Kenntnis der Kurvenform der Ströme und Spannungen des Transformators beruhen. Sinngemässer erscheint jedoch die Trennung der Methoden in solche, welche für die Praxis, und solche, welche für das Laboratorium bestimmt sind. Dies ist im vorliegenden Falle um so zweckmässiger, als die Messmethoden selbst bereits im vorhergehenden Kapitel besprochen worden sind.

Die Untersuchungsmethoden der Praxis werden sich damit begnügen, den Wirkungsgrad und die für die Wirkungsweise massgebenden Mittelwerte, die Güte der konstruktiven Teile und das Verhalten des Transformators während längerer Belastung oder Überlastung mit einer für die Praxis genügenden Genauigkeit festzustellen. Die Untersuchungsmethoden des Laboratoriums werden ausser höherer Genauigkeit vor allem eine Kenntnis des Verhaltens des Transformators in jedem Momente erstreben. Sie werden zur Erreichung höherer Genauigkeit die Verwendung mehrerer Transformatoren und kostspieliger Instrumente nicht scheuen und werden zur Feststellung des Verhaltens in jedem Momente sich aller jener feinen Instrumente bedienen können, welche ausser geschulten Beobachtern auch magnetisch und mechanisch vollkommen geschützte Aufstellung verlangen. Natürlich werden einzelne Methoden, so insbesondere diejenigen, bei welchen Hilfstransformatoren angewendet werden, sich nicht genau in die eine oder andere Hauptklasse einfügen lassen, da sie ebenso-

wohl für das Laboratorium als für die Werkstätte brauchbar sind. Im allgemeinen aber lässt sich behaupten, dass bei Verwendung empfindlicher Instrumente durch geschulte Beobachter alle praktischen Untersuchungsmethoden für das Laboratorium gute Resultate liefern, während durchaus nicht alle Laboratoriumsmethoden für die grobe Werkstättenpraxis geeignet erscheinen.

Untersuchungsmethoden der Praxis.

2. Die Prüfung des Transformators in der Werkstätte.

Will man Transformatoren in der Werkstätte prüfen, so ist dabei zu bedenken, dass die Transformatoren meist als Massenartikel fabriziert werden, das heisst, dass viele von gleicher Grösse in der Werkstätte fertig gestellt werden, in den Messraum gelangen und dort vor dem Versandt eingehend, aber rasch geprüft werden sollen.

Diese Prüfungen sollen nur konstatieren, ob der Transformator dieselben Eigenschaften besitzt wie der Normaltransformator, dessen genau vorgenommene Untersuchung seinerzeit zur Aufnahme der Massenfabrikation gerade dieser Type Veranlassung gab. Man hat es also bei diesen Prüfungen mit Transformatoren von bekannten Verlusten, bekanntem Übersetzungsverhältnis, bekannter Bewickelung und Dimension zu thun und will durch die Prüfung nur feststellen, ob nicht durch Zufall oder Versehen die Eigenschaften der einzelnen versandtbereiten Apparate so sehr von den normalen abweichen, dass eine Zurückweisung derselben erforderlich erscheint. Dass die Transformatoren in den Leerlaufverlusten differieren werden, selbst wenn die Eisenbleche der Kerne stets von dem nämlichen Walzwerke bezogen werden, ist nach dem früher Erwähnten mit Sicherheit zu erwarten; man wird aber eine obere Grenze für diese Verluste festsetzen und z. B. Transformatoren, deren normaler Leerlaufverlust 2% der Maximalbelastung ist, nicht mehr zulassen, wenn der Verlust mehr als 2·4% beträgt. Sollte ein solcher Transformator bei normalem Eisengewichte über 3% Magnetisierungsverlust aufweisen, so ist anzunehmen, dass derselbe zu wenige Windungen hat, also mit zu grosser Induktion arbeitet. Dabei können entweder zu wenig Windungen aufgebracht worden sein, oder die in richtiger Zahl aufgebrachten Windungen können teilweise untereinander Schluss haben.

Beides lässt sich erkennen, sobald man die Widerstände und das Übersetzungsverhältnis des anormalen Transformators mit denen der übrigen vergleicht. Die Widerstandsmessung allein kann wohl in dem angedeuteten Falle auf die richtige Spur führen; doch kann unter Umständen die zu erwartende Verringerung des Widerstandes dadurch verdeckt sein, dass bei dem fehlerhaften Transformator dem ursprünglichen weichen Kupferdrahte durch stärkeres Anziehen oder Anklopfen beim Wickeln grössere Härte und grösserer spezifischer Widerstand verliehen wurde.

Mit Rücksicht auf diesen Umstand wird man sich bei Transformatoren gleicher Grösse und Bauart damit begnügen,

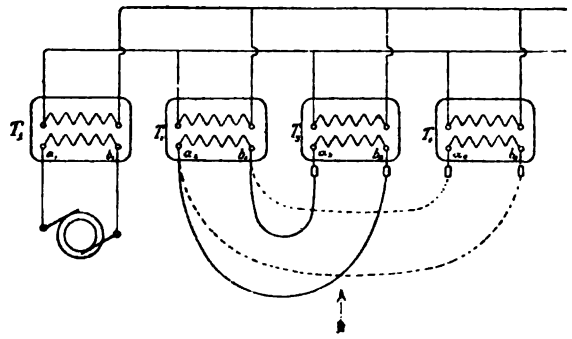


Fig. 189. Prüfung des Übersetzungsverhältnisses.

dass die Widerstände von denen des Normaltransformators um nicht mehr als 20% abweichen. Dagegen muss man für Transformatoren, die später in Parallelschaltung arbeiten, unbedingt fordern, dass die Übersetzungsverhältnisse bei gleichen Belastungen gleich sind. Es ist früher darauf hingewiesen worden, welche Ungleichheiten der Belastung sich ergeben, sobald von zwei parallel geschalteten Transformatoren der eine etwas höhere Spannung besitzt als der andere. Glücklicherweise bietet der auch schon bei sehr geringen Unterschieden in den Spannungen zwischen den Transformatoren fliessende starke Strom ein bequemes Mittel, die Gleichheit des Übersetzungsverhältnisses rasch und genau festzustellen.

Es geschieht dies am zweckmässigsten so (Fig. 189), dass man die sämtlichen auf Gleichheit des Übersetzungsverhältnisses zu prüfenden Transformatoren T_1, T_2, T_3, T_4 in eine Reihe

stellt, vielleicht mit den parallel geschalteten Hochspannungsspulen gegen eine Wand gerichtet, diese Spulen direkt oder mittels eines Hilfstransformators T_1 auf die normale Primärspannung (2000 Volt) bringt und an den Normaltransformator T_2 zwei lange Drähte anschliesst, mittels welcher man a_2 der Reihe nach mit b_3, b_4, b_5 ... und b_2 der Reihe nach mit a_3, a_4, a_5 ... in Berührung bringt. Man macht dies rasch und bequem, indem man, in Richtung der Pfeile sehend, die Enden der langen an a_2 und b_2 angeschlossenen Leitungen in die rechte (a_2) und linke (b_2) Hand nimmt und nun beim Weiterschreiten von T_3 nach T_4 ... mit beiden Händen die sekundären Klemmen berührt. Man hat dann die Transformatoren T_3, T_4 ... u. s. w. der Reihe nach sekundär gegen den Transformator T_2 geschaltet und würde Abweichungen von weniger als 0·2 Volt auf 100 noch durch einen beim Berühren auftretenden Funken deutlich erkennen. Ein solcher Funke zeigt sich z. B. stets, wenn a_2 an b_1, b_2 an a_1 angelegt wird und T_2 und T_1 identische Transformatoren sind; T_1 muss nämlich deshalb primär etwas höhere Spannung als T_2 haben, weil T_1 den Magnetisierungsstrom für die ganze Reihe von Transformatoren liefern muss. Wenn nur zwei Transformatoren untereinander zu vergleichen sind, muss der eine derselben ein Normaltransformator von genau bekanntem Übersetzungsverhältnis sein. Sobald aber mehr als 3 Transformatoren vorhanden sind, kann man einen derselben an Stelle von T_1 verwenden, die beiden anderen untereinander vergleichen, dann einen der beiden anderen Transformatoren als T_1 benutzen und abermals die beiden übrigen vergleichen.

Diese Methode leistet allerdings nur Gewähr für die Gleichheit des Übersetzungsverhältnisses bei Leerlauf; unter der oben angegebenen Bedingung, dass die Widerstände um nicht mehr als 20% differieren, werden die Differenzen der Spannungsverluste nur maximal 0·4% betragen, wenn die Spannungsverluste im ganzen 2% ausmachen. Die Gleichheit des durch Streuung bewirkten Spannungsabfalls ist für induktionsfreie Belastung durch den Charakter der Massenfabrikation genügend gesichert; für ungleichartige Belastungen wird dieselbe nach der Grösse und Richtung der Verschiebung zwischen Strom und Spannung differieren.

Hat man den Leerlaufsverlust zu hoch gefunden und haben sich Eisengewicht, Beschaffenheit eventuell im Eisengestell vorhandener Stossstellen und Übersetzungsverhältnis als normal

erwiesen, so könnte der erhöhte Verlust dann auf mangelhafte Isolation zurückzuführen sein, wenn der Leerlaufsverlust im Hochspannungskreise gemessen worden ist. Bisher ist die der Bequemlichkeit und Einfachheit halber meist zur Anwendung gelangende Messung mit niederer Spannung vorausgesetzt worden; wenn bei einer Messung mit 100 Volt das Isolationsmaterial einen Isolationswiderstand von 100 000 Ohm aufweist, wird der Verlust von $\frac{100^2}{100\,000} = 0{\cdot}1$ Watt unbemerkt bleiben. Sobald aber bei demselben Isolationswiderstande die Effektmessung mit 2000 Volt vorgenommen wird, wird der Verlust durch mangelhafte Isolation $\frac{2000^2}{100\,000} = 40$ Watt betragen und somit auch bei grossen Transformatoren den Leerlaufsverlust merklich erhöhen. Diese Überlegung zeigt, dass bei jedem fertigen Transformator die Isolationswiderstände zwischen den beiden Spulen und zwischen jeder Spule und dem Eisenkern gemessen werden müssen und dass kein 2000 Volt-Transformator den Messraum verlassen sollte, dessen Isolation zwischen primärer und sekundärer Spule weniger als 2 Megohm, zwischen primärer oder sekundärer Spule und Eisen weniger als 1 Megohm etwa beträgt. Die meisten Transformatoren werden viel höhere Widerstände aufweisen; da aber die für Transformatoren verwendeten Isolationsmaterialien fast sämtlich mehr oder weniger hygroskopisch sind, kann der eine oder andere neugewickelte Transformator etwas weniger Isolation aufweisen. Er muss dann durch Erwärmen getrocknet werden. Dies geschieht am einfachsten dadurch, dass man ihn längere Zeit mit mindestens normaler Spannung magnetisiert stehen lässt. Aus dem gleichen Grunde werden im Betrieb befindliche und während des Betriebes warm werdende Transformatoren einen hohen Isolationswiderstand aufweisen; aus demselben Grunde werden aber andererseits solche Transformatoren, welche in Unterstationen zeitweilig ausgeschaltet und dadurch kalt werden, bei plötzlichem Witterungsumschlag leichter Schaden nehmen können.

Wenn man sehr viele Transformatoren zu prüfen hat, wird man sich bei einigem Geschick leicht die Schaltungen und Messungen in vorteilhafter Weise anordnen können. Ein weiteres Eingehen auf diese praktischen Kunstgriffe dürfte hier jedoch kaum am Platze sein.

3. Methoden zur Bestimmung des Wirkungsgrades.

Sobald es sich nicht um Prüfung von Massenartikeln, sondern um die Untersuchung eines individuellen Transformators handelt, ist die wichtigste aller Messungen die Bestimmung des Wirkungsgrades. Wir wissen, dass wir denselben annähernd berechnen können, sobald wir die Verluste im Kupfer und Eisen kennen, und dass die Berechnung um so einfacher und genauer wird, je grösser der Faktor f des Effekts ist. Wir werden im Laufe dieser Abhandlung erkennen, dass auch die genaue Messung eines Effekts um so schwieriger wird, je kleiner f, d. h. je grösser die Verschiebung in dem zu messenden Stromkreise ist.

a) Will man auf einfache, wenn auch ganz rohe Weise den von einem Transformator aufgenommenen Effekt bestimmen, so führt man nach Mordey's Vorgang ein Thermometer an oder in den Kern des Transformators und ersetzt, nachdem der letztere seine Endtemperatur erreicht hat, den Wechselstrom durch einen Gleichstrom von solcher Stärke, dass dieselbe Endtemperatur hervorgerufen wird. Der leicht mit Gleichstrominstrumenten zu messende Effekt dieses Gleichstroms soll dann demjenigen des Wechselstroms gleich gesetzt werden können, da bei Erreichung des thermischen Gleichgewichts die Energiezuführung gleich der Energieabgabe sein muss. Da aber bei Wechselstrom der wesentliche Teil des Effektverlustes zur Erwärmung des Eisenkernes verwendet wird, während bei Gleichstrom sämtlicher Verlust in den Bewickelungen auftritt, wird nicht ohne weiteres angenommen werden dürfen, dass gleichen Thermometerangaben auch gleiche Wärmeabgaben entsprechen. Zudem wird die viel Zeit in Anspruch nehmende Methode nicht häufig anwendbar sein, weil zur Erzeugung derselben Endtemperatur die Kupferdrähte meist viel zu starke Ströme führen müssen.

b) An Einfachheit steht dieser rohen Methode die Bestimmung des Effektes mit dem Wattmeter nur wenig nach; dabei aber ist sie viel rascher beendet und liefert sie vollkommen zuverlässige Resultate, wenn nur das Wattmeter gut geaicht und gut ist. Die an ein gutes Wattmeter zu stellenden Anforderungen und die bei der Aichung, Aufstellung und Ablesung zu beobachtenden Punkte sind bereits früher eingehend erörtert worden. Will man den Wirkungsgrad eines Transformators bestimmen, so kann man den primär ein-

geleiteten Effekt W_1 und den sekundär abgegebenen Effekt W_2 mit je einem Wattmeter von passender Empfindlichkeit bestimmen. Der Wirkungsgrad ist dann gleich dem Verhältnis

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Hat man vollkommen induktionsfreie Belastungswiderstände zur Verfügung, so kann man statt des Wattmeters im Sekundärkreise auch mittels eines Voltmeters und eines Ampèremeters die Spannung V_2 und den Strom J_2 messen. Es ist dann

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{J_2 V_2}{W_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1a)$$

Nun sind bei einem guten Transformator W_1 und W_2 nahezu gleich grosse Werte, und ein bei der Bestimmung von W_1 oder W_2 begangener Fehler von 1% wird den Wert von η auch um 1% nach oben oder unten verändern. Drückt man aber den Wirkungsgrad durch die Beziehung aus

$$\eta = 1 - \frac{w}{W_1} = 1 - \frac{W_1 - W_2}{W_1} \quad \ldots\ldots \quad 1b)$$

in welcher $w = W_1 - W_2$ den Verlust im Transformator bedeutet, so wird $\frac{w}{W_1}$ etwa von der Grössenordnung 0·1 bis 0·2 sein, und ein Fehler von 1% in der Bestimmung von w oder W_1 wird den Wert von η nur um 0·1 oder 0·2% zu beeinflussen vermögen. Diese Überlegungen haben zur Ausbildung der Nullmethoden von Ayrton und Sumpner[1]) und Hopkinson[2]) und zur Herstellung des Differentialwattmeters von Kennelly[3]) Veranlassung gegeben.

Dieses Differentialwattmeter (Fig. 190) schliesst sich dem Kohlrausch-Dynamometer mit eindrähtiger Aufhängung an und besteht aus zwei Wattmetern, deren beweglicher Bügel durch eine 8 *cm* lange Aluminiumstange verbunden worden. Das obere Wattmeter ist in den Primärkreis eingeschaltet und misst den eingeleiteten Effekt; das untere Wattmeter ist in den Sekundärkreis eingeschaltet und misst den abgegebenen Effekt. Dabei sind die Wattmeter derart differentiell abgeglichen, dass die Ablenkung des Torsionskopfes der Differenz von W_1 und

---

[1]) Ayrton und Sumpner, El., London 29, p. 210, 223, 615. Lum. él. 46. p. 85.

[2]) Hopkinson, El., London 29, p. 223.

[3]) A. E. Kennelly, El., London 31, p. 300. El. Zeitschr. 1893, p. 164.

W_2, also dem gesamten Verluste w entspricht. Es ist von Wichtigkeit, dass die obere feste Spule A nicht auf die untere bewegliche Spule b und die untere feste Spule B nicht auf die obere bewegliche Spule a einwirke. Um die gegenseitige Induktion dieser Paare von entgegengesetzten Spulen vernachlässigbar zu machen, werden zunächst die zwei dynamometrischen Wattmeter rechtwinklig zueinander aufgestellt, und dann wird die noch vorhandene gegenseitige Induktion durch Hilfsspulen kompensiert, deren Stellung so ermittelt werden muss, dass sie die Induktion zwischen A und b, B und a vernichten, jene zwischen A und a, B und b nur unmerklich erhöhen. Ausserdem sind die Leitungen zum Instrumente zur Vermeidung jeder Induktionswirkung sorgfältig nebeneinander zu verlegen. Die 2 gleichen beweglichen Spulen sind aus Hartgummi hergestellt, wiegen je 30 *g* und besitzen bei je 20 Ohm Widerstand den Induktionskoëffizient $l = 0{\cdot}0066$ Henry. Das ganze bewegliche System wiegt 60 *g* und erhält Strom von oben durch den Aufhängedraht, von unten durch zwei mit dem Dämpfer verbundene Drahtschleifen. Die Ablesung erfolgt mittels Fernrohr und Skala. Um das Instrument inner-

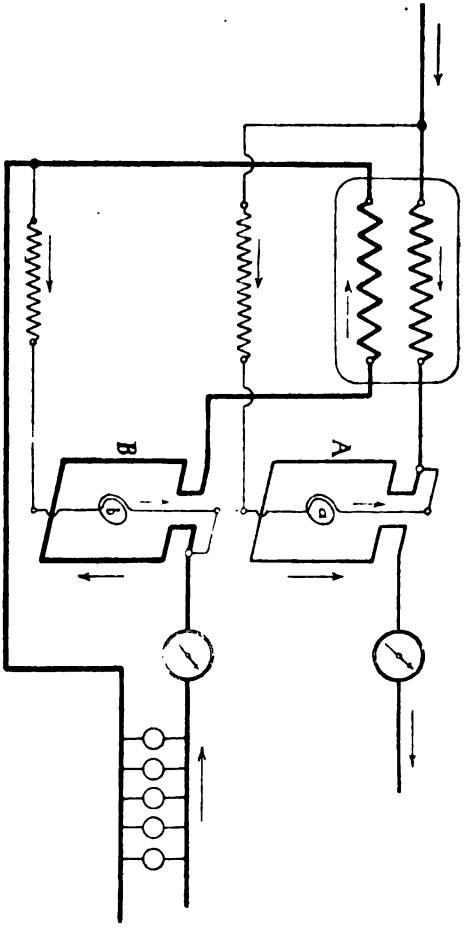


Fig 190. Differentialwattmeter nach Kennelly.

halb sehr weiter Grenzen brauchbar zu machen, sind vier Systeme von festen Windungen vorgesehen. Vor der Ausführung einer Messung muss zunächst die erwähnte Kompensation durchgeführt werden; dann müssen die zwei Dynamometer abgeglichen werden. Dies geschieht durch Einfügung induktionsfreier Widerstände, welche parallel zu den festen und in Serie zu den beweglichen Spulen geschaltet werden. Für diesen Zweck genügten bei einer Messungsreihe Kennelly's im primären Stromkreise bei 1000 Volt 19480 Ohm, im sekundären Stromkreise bei 100 Volt 3735 Ohm. Bei offenem Sekundärkreise rührte die Ablenkung nur von dem oberen Dynamometer her; bei Belastung nahm dieselbe zu und mass ausser dem Verluste im Transformator auch den Verlust in der Spule b mit, der 2 — 3 Watt betrug. Einem Grade der Ablenkung entsprach ein Watt; primärer und sekundärer Strom J_1 und J_2, sowie sekundäre Spannung wurden mittels geeigneter Instrumente bestimmt.

Ablenkung in ° = w	J_1	J_2	V_2	$W_2 = J_2 . V_2$	$J_1^2 R_1 + J_2^2 R_2$	Verlust durch Hysteresis u. Wirbelströme	η
91	0·1	—	52·4	—	0·1	90·3	0
91	0·25	2 046	52·4	107	0·7	90·3	0· 54
92	0·3	4·092	52·3	214	1·1	90·9	0·699
93	0·4	7·818	51·6	404	2·5	90·5	0·813
95	0·6	11·46	51 5	590	4·5	90.5	0·861
99	0·79	15·28	51·0	779	9.4	89·6	0.887
110	1·13	21·32	50·3	1072	19.5	90·5	0·907
127·5	1·55	28 44	50·0	1422	36.1	91.4	0·918
91	0·1	—	52·4	—	0·1	90·4	0

c) Den Wattmetermethoden schliessen sich die dynamometrischen Methoden an, welche zuerst von Blakesley zur Bestimmung von Phasenunterschieden verwendet[1]), dann von Ferraris[2]) wissenschaftlich behandelt und zur Messung von Verlusten in Transformatorkernen benutzt wurden. Schliesslich hat abermals Blakesley die Methode erweitert, verallgemeinert und auch auf den Fall angewendet, wo nur eine Spule vorhanden ist.

Die Methode beruht darauf, dass ein zweispuliges Dynamometer das Produkt $\frac{J_1 J_2}{2} \cos \varphi$ misst, wenn die eine Spule

[1]) Blakesley, El., London, 2. Oktober 1885. El., London, 21, p. 88. 25, p. 746. 28, p. 396.

[2]) Ferraris, El. Review, London, 22, p. 111 ff.

durch einen Strom vom Maximalwerte J_1, die andere durch einen um φ gegen J_1 verschobenen Strom vom Maximalwerte J_2 durchflossen wird. Wenn wir also mit je einem Dynamometer, dessen zwei Spulen in Serie geschaltet sind, $\frac{J_1^2}{2}$ und $\frac{J_2^2}{2}$ und mit einem anderen Dynamometer mit unabhängigen Spulen $\frac{J_1 J_2}{2} \cos \varphi$ messen, können wir φ leicht aus den Ablesungen berechnen. Wollen wir die Methode auf die Bestimmung des Wirkungsgrades eines Transformators anwenden,

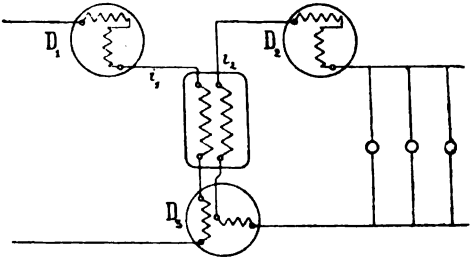


Fig. 191. Methode der drei Dynamometer.

so brauchen wir drei Dynamometer von der oben geschilderten Art, welche, wie gezeichnet, eingeschaltet werden. (Fig. 191.) Wenn dann der Transformator keine Streuung aufweist, ist der aufgenommene Effekt

$$W_1 = R_1 \alpha_1 + \frac{n_1}{n_2} R_2 . \alpha_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

und der abgegebene Effekt

$$W_2 = R_2 \alpha_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

In diesen Formeln bedeuten R_1 den Widerstand des Primärkreises, R_2 den äusseren Widerstand des Sekundärkreises, α_1, α_2, α_3 die Ablesungen der 3 Dynamometer, deren Konstanten gleich Eins sind, und $\frac{n_1}{n_2}$ das Übersetzungsverhältnis des Transformators. Es ist also im vorliegenden Falle

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{R_2 \alpha_2}{R_1 \alpha_1 + \frac{n_1}{n_2} . R_2 \alpha_3} \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Diese Beziehung gilt auch, wenn die Form der E. M. K. von der Sinuslinie abweicht; sie gilt aber nicht mehr, wenn merkbare Streuung vorhanden ist.

Will man auch von der Streuung unabhängig werden, so kann man eine andere Methode von Blakesley[1]) anwenden, welche einen induktionsfreien Widerstand r parallel zu der zu messenden primären Spule a b des Transformators von dem gemeinsamen Punkte c der zwei Spulen des geteilten Dynamometers D_2 abzweigen lässt. (Fig. 192.) Es ist dann in jedem Augenblick

$$i_1^1 = (i_1'' - i_1),$$

also auch $r\, i_1\, i_1' = r\, i_1\, (i_1'' - i_1) = r\, (i_1\, i_1'' - i_1^2)$.

Nun ist aber der Mittelwert von $r\, i_1\, i_1' = W_1$, und der Mittel-

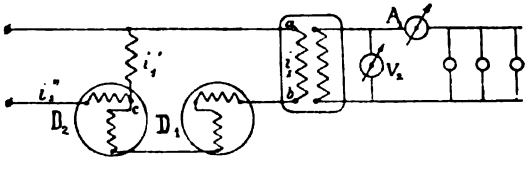


Fig. 192. Effektmessung nach Blakesley.

wert von $i_1\, i_1''$ wird durch D_2, jener von i_1^2 durch D_1 gemessen. Also muss

$$W_1 = r\, (\alpha_2 - \alpha_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

sein, wenn die Dynamometer die Konstanten 1 besitzen und die Ablenkungen α_1 und α_2 aufweisen. Der sekundäre Effekt W_2 ergiebt sich als Produkt der sekundären Spannung V_2 und Stromstärke J_2, die mit besonderen Instrumenten ermittelt wurden, und

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{J_2\, V_2}{r\, (\alpha_2 - \alpha_1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

d) Methode der drei Voltmeter. Der irgend einem Wechselstromkreise A B zugeführte Effekt kann durch drei Voltmeter gemessen werden, sobald man nach einer gleichzeitig von Swinburne[2]), Ayrton und Sumpner[3]) angegebenen Methode in den Stromkreis einen induktionsfreien Widerstand R

[1]) Blakesley, Phil. Mag. April 1891, p. 346.
[2]) Swinburne, Industries 1891, p. 306.
[3]) Ayrton und Sumpner, El., London 26, p. 736.

einschaltet. (Fig. 193.) Es gilt nämlich stets für die Momentanwerte der Potentiale v_1, v_2, v_3 der Punkte A, B, C die Beziehung

$$(v_1 - v_3) = (v_1 - v_2) + (v_2 - v_3),$$

also $(v_1 - v_3)^2 = (v_1 - v_2)^2 + (v_2 - v_3)^2 + 2(v_1 - v_2)(v_2 - v_3)$, oder

$$(v_1 - v_2)\frac{v_2 - v_3}{R} = \frac{1}{2R}[(v_1 - v_3)^2 - (v_1 - v_2)^2 - (v_2 - v_3)^2].$$

Führt man statt der momentanen die mittleren Werte ein, welche von den Voltmetern angegeben werden, so folgt aus der letzten Form der Gleichung direkt

$$W = \frac{1}{2R}(V_3^2 - V_1^2 - V_2^2) \quad \ldots \quad 7)$$

Will man die Methode in die Praxis übersetzen, so stösst man auf verschiedene Schwierigkeiten. Zunächst muss V_1 während der Dauer der Messung absolut konstant sein; da man die Differenzen der Quadrate verwendet, macht ein geringer Fehler viel aus. Man erhält die grösste Genauigkeit, wenn man $V_1 = V_2$ macht; man muss also für einen Transformator von 2000 Volt mit einer Betriebsspannung $V_3 = 4000$ Volt arbeiten, was unangenehm ist und unter Umständen, wenn man nur 3 gleiche Voltmeter für 2000 Volt zur Verfügung hat, für V_3 2 Voltmeter nötig macht. Eine weitere Schwierigkeit besteht darin, dass man den praktisch induktionsfreien Widerstand R so verändern muss, dass stets V_2 möglichst nahe gleich V_1 bleibt.

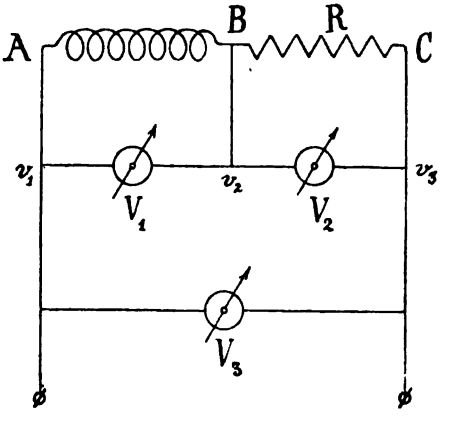


Fig. 193.
Schema der Methode der drei Voltmeter.

Fleming führte die Bestimmung des Wirkungsgrades verschiedener Transformatoren nach der Methode der drei Voltmeter derart aus (Fig. 194), dass er zwei identische Transformatoren T_1 und T_2 primär parallel, sekundär in Serie schaltete und die

sekundäre Spannung dieser Transformatoren durch in den Primärkreis eingeschaltete Rheostate r entsprechend änderte, sodass V_1 stets möglichst genau gleich 2400 Volt war. Solange der zu untersuchende Transformator T nicht belastet war und der Fleming'sche Normalwiderstand No. 1 von 10000 Ohm noch den primären Strom zu ertragen vermochte, wurde dieser als Widerstand R' angebracht, indem man zwei oder mehr Spulen in Serie schaltete. Hinter diesen Widerstand R' wurden noch sämtliche Spulen R'' des Widerstandes No. 2 geschaltet, die je nach Bedarf parallel oder in Serie angeordnet waren und mittels eines von ihnen abgezweigten vielzelligen Voltmeters V_4 von Thomson in der früher beschriebenen Weise als indirektes Ampèremeter dienten. Bei stärkerer Belastung wurde der Widerstand R' durch einige parallele Reihen von je 24 Stück 50 kerzigen, 100 voltigen Glühlampen gebildet. Der Gesamtwiderstand $R = R' + R''$ konnte dann aus den Ablesungen der Voltmeter V_4 und V_2 und dem bekannten Werte von R'' ermittelt werden. Denn es war

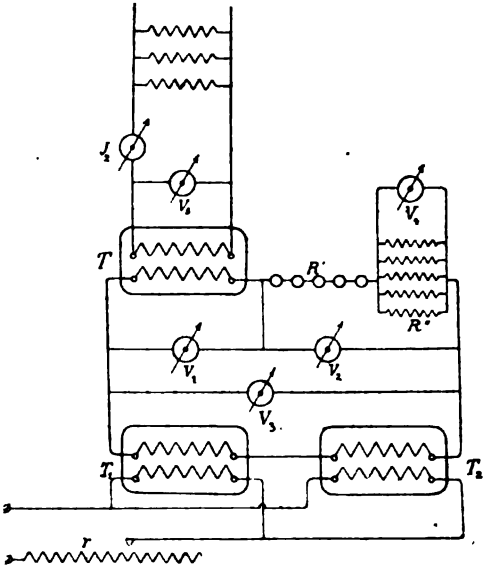


Fig. 194. Methode der drei Voltmeter.

$$V_2 = V_4 + J_1 \cdot R' = V_4 + \frac{V_4}{R''} \cdot R' \quad \ldots \quad 8)$$

$$\text{somit } R' = \frac{V_2 - V_4}{V_4} \cdot R'' \text{ und } R = R'' \cdot \frac{V_2}{V_4} \quad \ldots \quad 9)$$

Zur Vornahme einer Ablesung wurde zunächst R verstellt, bis $V_1 = 2400$ Volt war; dann wurde R verändert, bis auch

V_3 möglichst nahe = 2400 Volt war. War dann der primäre Strom $J_1 = \frac{V_4}{R''}$ bekannt, so ergab sich der dem Transformator T zugeführte Effekt

$$W_1 = \frac{J_1}{2\,V_3}\,(V_3^2 - 2400^2 - V_2^2) \quad . \quad . \quad . \quad 7a)$$

Der abgegebene Effekt W_2 wurde unter Verwendung induktionsfreier Belastungswiderstände aus den Angaben des Voltmeters V_5 und des Ampèremeters J_2 ermittelt zu

$$W_2 = J_2 \,.\, V_5.$$

Die Anwendung des Widerstandes R'' als Ampèremeter ergab genauere Resultate als die direkte Einschaltung eines Elektrodynamometers; aber die Zahl der gleichzeitig nach umständlicher Regulierung der Spannungen abzulesenden Instrumente ist so gross, dass zur Erzielung einigermassen zuverlässiger Ablesungen viel Übung und Geduld erforderlich sind. Trotzdem haben Kapp[1]) und Fleming für Transformatoren mit eisengeschlossenem magnetischem Kreise gute Resultate erhalten. Als Beispiel seien zwei Beobachtungsreihen von Fleming angeführt.

Westinghouse-Transformator
Unbelastet

Perioden pro Sek. p = 86·7
Magnetisierungsstr. $J_1 = 0{\cdot}049$ A.
Induktionsfr. Widerst. R = 9678 Ohm.

V_1	V_2	V_3	W
2403	490	2793	92·3
2384	480	2777	92·7
2379	480	2775	93·5
2384	480	2782	94·2
2376	480	2786	95·0

Im Mittel W = 93·5 Watt.

Ferranti-Transformator (Type 1885).
Unbelastet

p = 87·2
J_1 = 0·25
R = 8000 Ohm.

V_1	V_2	V_3	W
2404	2039	4134	447
2439	2042	4158	448
2416	2042	4131	442
2445	2042	4160	447
2445	2039	4148	442
2450	2035	4158	438
2455	2018	4153	436

Im Mittel W = 444 Watt.

Der Fehler der einzelnen Bestimmung beträgt im ersten Falle 1·66, im zweiten wegen des geringen Unterschiedes zwischen V_1 und V_2 nur 0·83%; diese Genauigkeit hätte bei einer Ablesung am Wattmeter mit weniger Aufwand an Zeit und Arbeit auch erreicht werden können. Sobald man jedoch Trans-

[1]) Kapp, Journ. Inst. El. Eng. 21, p. 702.

formatoren mit offenem magnetischem Kreise verwendet, werden die Fehler erheblich grösser. Wenn der gleiche prozentische Fehler ε bei der Ablesung jedes Voltmeters begangen wird, erreicht der prozentische Fehler des berechneten Wertes von W_1 für einen Transformator, dessen Effektfaktor f ist, den Wert

$$\varepsilon' = \sqrt{\frac{2 + 4\,(1 + f)^2}{f^2}} \cdot \varepsilon \quad \ldots \quad 10)$$

Ist also $f = 0{\cdot}75$, $\varepsilon = 1\,\%$, so wird $\varepsilon' = 5\,\%$,
aber $f = 0{\cdot}06$, $\varepsilon = 1\,\%$, » » $\varepsilon' = 40\,\%$.

Wenn also die E. M. K. V_1 nicht fast absolut konstant gehalten werden kann, werden die Resultate wenig befriedigend sein. So beobachtete Fleming an einem unbelasteten Igeltransformator für 3000 Watt, der für 100 Perioden bestimmt war, bei p = 86·4 Perioden die folgenden Werte:

J_1	V_1	V_2	V_2	W	R
		1219	2798	171	1700
		1206	2762	123	1682
0·716	2400	1200	2732	64	1678
		1200	2736	85	1676
		1200	2733	80	1676
		1200	2736	85	1678

Im Mittel W = 101

Die Abweichungen der Einzelbeobachtungen von W werden allerdings kleiner, wenn man V_2 möglichst nahe $= V_1$ macht. Bei 30 Beobachtungsreihen erhielt Fleming als grössten Wert für W 171, als kleinsten Wert 64 und als Mittelwert 112 Watt.

Die maximale Abweichung einer Beobachtungsreihe vom Mittelwerte beträgt also 44 %.

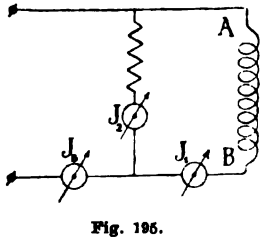


Fig. 195.
Schema der Methode der drei Ampèremeter.

e) Methode der drei Ampèremeter. Da man nicht immer die doppelte Betriebsspannung beschaffen kann oder will, hat die Fleming'sche Übertragung der vorbeschriebenen Methode einen gewissen Vorteil. (Fig. 195.) Fleming[1]) schaltet den induktionsfreien Widerstand R parallel zu den Punkten A und B und braucht dadurch statt der doppelten Spannung zur Erreichung der günstigsten Verhältnisse den doppelten Strom.

[1]) Fleming, Alt. curr. Transf. II, p. 558. El., London 27, p. 9. 30 u. 97 ff. Journal. Inst. El. Eng. 21, p. 594.

Es gilt nämlich für die momentanen Werte der Ströme die Beziehung

$$i_3 = i_1 + i_2,$$

$$\text{oder} \quad i_3^2 = i_1^2 + i_2^2 + 2\, i_1\, i_2 = i_1^2 + i_2^2 + 2\, i_1 \frac{v}{R},$$

da nun $i_2 = \frac{v}{R}$, wenn v den momentanen Wert der Spannungsdifferenz zwischen A und B bedeutet.

Hieraus folgt für die Momentanwerte

$$i_1\, v = \frac{R}{2}\,(i_3^2 - i_1^2 - i_2^2),$$

oder für die von den Instrumenten angezeigten Mittelwerte

$$W = \frac{R}{2}\,(J_3^2 - J_1^2 - J_2^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

Es lässt sich leicht zeigen, dass die maximale Genauigkeit erreicht wird, wenn der Strom J_1 im Primärkreise des Transformators möglichst nahe gleich demjenigen J_2 im induktionsfreien Nebenschluss ist. Der Widerstand R sollte deshalb mit wachsender Belastung verringert werden, wenn man gleichförmige Genauigkeit haben will.

Die Schwierigkeiten, auf welche Fleming bei der praktischen Durchführung der Methode stiess, waren ähnlich den bei der 3 Voltmetermethode angeführten. Zur Konstanthaltung der Spannung verwendete er einen 10 HP-Transformator T_1, dessen Sekundärkreis in Serie mit dem Primärkreise des zu untersuchenden Transformators T geschaltet wurde und dessen Primärkreis durch einen aus 15 — 20 Kohlenplatten bestehenden, durch Zusammenpressen mittels Schraube veränderlichen Widerstand r geschlossen war. (Fig. 196.) Dadurch nun, dass V_1 vollkommen konstant war, konnte das Ampèremeter J_2 entbehrt werden, wenn man den aus einer Reihe 50 kerziger Glühlampen bestehenden induktionsfreien Widerstand R einmal als indirektes Ampèremeter kalibriert hatte. Dann aber konnte man auch statt der zwei Ampèremeter J_2 und J_1 nur eins, J_3, verwenden, das mittels passender Quecksilberumschalter einmal vor, einmal hinter der Lampenreihe R angelegt werden konnte. Der primär eingeleitete Effekt war dann

$$W_1 = \frac{V_1}{2\, J_2}\,(J_3^2 - J_1^2 - J_2^2) \quad . \quad . \quad . \quad 11a)$$

der sekundär abgegebene

$$W_2 = V_2 \,.\, J_4.$$

Zur Messung wurden ein Drillstreifenampèremeter von Ayrton und Perry und ein Dynamometer von Siemens verwendet, welche beide für 0·2 bis 4 Ampère bestimmt waren. Die Leerlaufsverluste des Igeltransformators für 3000 Watt ergaben sich gleich 116, 116, 183, 153, 100, 164, 176, 110, 124, 200, 113, 71, 79, 79, 47, 108, 87, 75, 103, 88, 100, 80, 88 Watt für 23 verschiedene Bestimmungen, deren Mittelwert W = 111 Watt zufällig gut mit jenem früher angegebenen übereinstimmt; die Abweichungen der Einzelbestimmungen sind zudem etwa von derselben Grössenordnung.

Die Methode kann also mit passenden Instrumenten und einiger Mühe für Transformatoren mit grossem Effektfaktor f

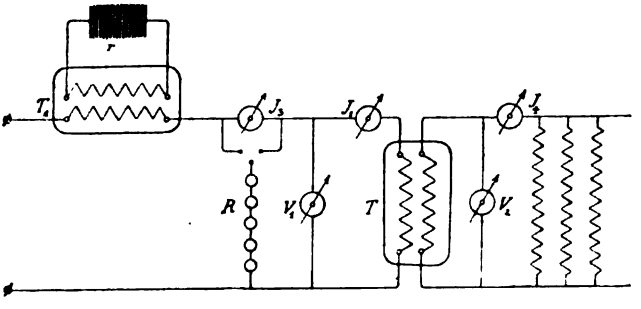


Fig. 196. Methode der drei Ampèremeter.

angewendet werden. Für Transformatoren mit offenem magnetischem Kreise ist sie jedoch ungeeignet, wenn man nicht Ampèremeter anwendet, die bis zur dritten Dezimalstelle abgelesen werden können.

f) Zusammenfassung. Von den angeführten Methoden befriedigt eigentlich nur diejenige, bei welcher das Wattmeter verwendet wird, in Bezug auf Einfachheit und Genauigkeit. Auch für das Wattmeter stellt sich die Messung von Transformatoren mit kleinem Effektfaktor ungünstiger; da nämlich

$$W = \frac{1}{2} J_0 V_0 \cos\varphi,$$

wird sich bei Veränderung von φ auch W ändern, und das Verhältnis der Änderung von W zu W selbst wird durch den Wert tg φ ausgedrückt sein. Eine kleine Änderung von φ

wird also von um so grösserem Einflusse sein, je näher $\varphi = 90^0$, d. h. je kleiner f ist. Immerhin aber wird ein gutes Wattmeter mit einer einzigen Ablesung für Transformatoren mit offenem oder geschlossenem magnetischem Kreise eben jene Genauigkeit ergeben, welche die übrigen Methoden unter den günstigsten Umständen und nach Vornahme der Ablesung mehrerer Instrumente zu ergeben vermögen.

Untersuchungsmethoden des Laboratoriums.

4. Bestimmung des Wirkungsgrades nach Sumpner's Differentialmethode.

Sumpner's Methode ist eine Umgestaltung der bekannten Hopkinson'schen Methode zur Untersuchung zweier Dynamomaschinen. Wie Hopkinson die zwei nahezu gleichen Dynamos mechanisch kuppelte und gegeneinander auf denselben Stromkreis arbeiten liess, sodass er nur den kleinen Verlust durch eine äussere Stromquelle zu bestreiten hatte und messen musste, so schaltet Sumpner zwei nahezu gleiche Transformatoren T_1 und T_2 gegeneinander und misst den von einem kleinen Hilfstransformator T_3 für die verschiedenen Belastungen dieser Transformatoren zu leistenden Effekt, der dem gesamten Verluste w entspricht. Sumpner sichert sich dadurch denselben Vorteil, welchen die Verwendung des Kennelly'schen Differentialwattmeters ergab.

Bei der in Figur 197 dargestellten Durchführung dieser Methode sind die ganz gleichen Transformatoren T_1 und T_2 mit ihren sekundär verwendeten Hochspannungswickelungen a_1 und a_2 gegeneinander geschaltet. Die Primärwickelung b_1 von T_1 ist mittels eines Ausschalters S_1 direkt an die $V = 100$ Volt liefernde Stromquelle angeschlossen; die Primärwickelung b_2 des zweiten Haupttransformators T_2 und die Sekundärwickelung b_3 des Hilfstransformators T_3 sind in Serie geschaltet und mittels des Ausschalters S_2 gleichfalls an die Stromquelle angeschlossen. Solange dann der mit der Wickelung a_3 und dem Rheostat R_3 in Serie geschaltete Ausschalter offen ist, wird beim Schliessen von S_1 und S_2 kein Strom durch a_2 fliessen, weil der Leerstrom für T_2 von T_1 bestritten wird;

[1]) Sumpner, El., London 29, p. 223, 210. Ferner Ayrton u. Sumpner, El, London 29, p. 615. Lum. él. 46, p. 85.

sobald jedoch S_3 geschlossen wird, sodass der Sekundärkreis von T_3 z. B. 6 Volt zu liefern vermag, werden in T_1 und T_2 starke Ströme zirkulieren. Die Spannung von T_1 ist stets gleich jener der Quelle, hier also $V = 100$ Volt; die Spannung von T_2 aber wird gleich $V + r = 106$ Volt oder $V - v = 94$ Volt,

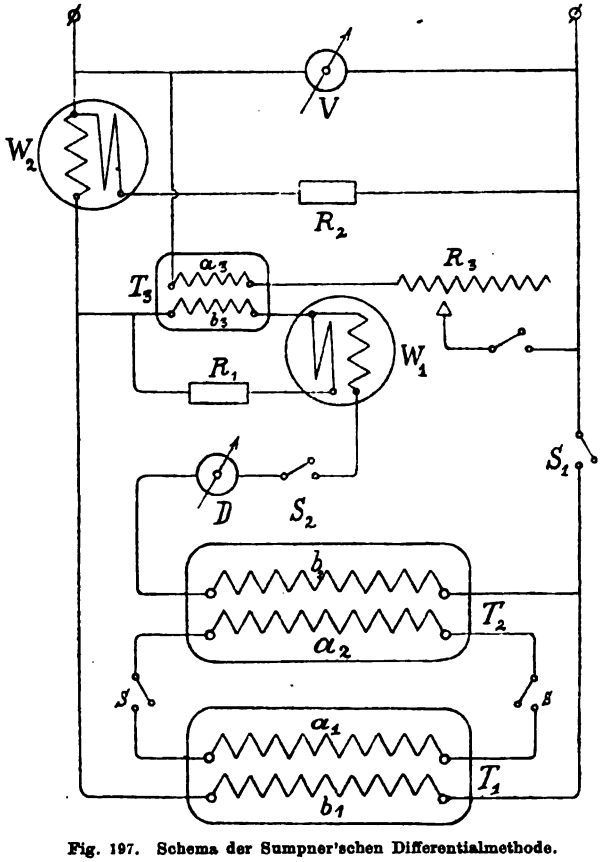


Fig. 197. Schema der Sumpner'schen Differentialmethode.

je nachdem T_3 angeschlossen und gewickelt ist. Dabei ist vorausgesetzt, dass T_3 keine starke Streuung hat und R_3 praktisch induktionsfrei ist, da sonst die Spannung von T_2 zwischen 94 und 106 Volt liegen würde. Wenn der Transformator T_2 106 Volt erhält, transformiert er nach oben; er liefert dann den Effekt für T_1, und dieser Transformator erstattet an die Hauptleitungen einen Effekt zurück, der gleich

$V \cdot J = 100$ J gesetzt werden kann, wenn J den am Dynamometer D gemessenen Strom bedeutet. Addieren wir dazu die durch die Wattmeter W_1 und W_2 gemessenen Verluste w_1 und w_2, so erhalten wir den von den Hauptleitungen entnommenen und der Primärwickelung b_2 zugeführten Effekt W. Wenn T_2 nur 94 Volt erhält, wird T_1 nach oben transformieren und die Belastung W sich einfach gleich dem Produkte $V \cdot J = 100$ J ergeben. Der gesamte, an den nach oben umsetzenden Transformatoren abgegebene Effekt ergiebt sich also, wenn wir w_1 und w_2 addieren und den Verlust λ in Leitungen und Instrumenten davon subtrahieren

$$W = w_1 + w_2 - \lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

und der Wirkungsgrad der doppelten Umsetzung ist

$$\eta = 1 - \frac{w}{W} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

Es lässt sich leicht zeigen, dass die Angaben von W_1 ziemlich genau den Verlusten im Kupfer, die Angaben von W_2 den Verlusten im Eisen entsprechen. Wenn nämlich S_1 offen ist, so erhält man nur Ausschläge am Wattmeter W_1, welche den Kupferverlusten in den Leitungen und Transformatoren und dem vernachlässigbaren Eisenverluste der nur äusserst schwach magnetisierten Transformatoren entsprechen. Die Spannungen in T_2 und T_1 werden nur so gross sein, dass sie eben die (durch D gemessenen) Ströme durch die Wickelungen zu treiben vermögen; sie werden mit anderen Worten den bei Belastung auftretenden Spannungsverlusten gleich sein und somit etwa 1 % der normalen Spannungswerte erreichen. Misst man also einmal, wenn S_1 geschlossen ist, dann, ohne sonst etwas zu ändern, wenn S_1 offen ist, so ergiebt die Differenz der beiden Ablesungen den Eisenverlust bei der betreffenden Belastung, welche durch Veränderung von R_3 verändert werden konnte. So waren z. B. bei zwei Mordeytransformatoren für 7500 Watt, welche bei $p = 107$ Perioden von 2000 auf 100 Volt umsetzten, der Strom in D $J = 44{\cdot}8$ Ampère, die Ablesungen an den Wattmetern $W_1 = 310$ und $W_2 = 290$ Watt. Dabei wurde in diesem Sonderfalle T_1 zum Herabtransformieren verwendet, da die Spannung von T_2 grösser als 100 Volt war. Während also $44{\cdot}8 \times 100$ Watt durch T_1 an die Hauptleitungen zurückerstattet wurden, erhielt die Wickelung b_2 $W = 4488 + 310 + 290 = 5088$ Watt. Der Gesamtverlust w in den beiden Transformatoren ist kleiner als 600 Watt, da in

den Leitungen und in D, bei J = 44·8 Ampère, 63 Watt und in der Hauptstromspule von W_1 89 Watt verloren wurden; der Verlust λ war daher = 152, jener in den Transformatoren w = 600 — 152 = 448 Watt. Der Gesamtwirkungsgrad bei W = 5088 Watt ist also

$$\eta = 1 - \frac{448}{5088} = 0{\cdot}9118.$$

Dürfen die Transformatoren als vollkommen gleich angesehen werden, so ist der Wirkungsgrad eines jeden derselben

$$\eta_1 = \eta_2 = \sqrt{\eta} = 0{\cdot}955.$$

Ziehen wir von dem Gesamtverluste w = 448 Watt den Kupferverlust mit 173 Watt ab, so bleiben für den Eisenverlust 275 Watt. W_2 hatte 290 Watt, W_1 statt der Summe 173 + 152 = 325 nur 310 Watt angezeigt.

Ayrton und Sumpner verwendeten die Versuchsmethode zur Prüfung der zwei Mordeytransformatoren bei verschiedenen Perioden. Mordey hatte behauptet, der Wirkungsgrad seiner Transformatoren sei maximal bei p = 100; dies ist jedoch falsch. Die Messungen ergaben, dass die Eisenverluste praktisch für alle Belastungen konstant sind[1]) und die Wirkungsgrade für dieselbe Belastung mit wachsender Periodenzahl und für dieselbe Periodenzahl mit wachsender Belastung zunehmen.

So waren bei einer Belastung W in Watt	und einer Periodenzahl p = 100	120	160
	die Wirkungsgrade $\eta_1 = \eta_2 = \sqrt{\eta}$ in %		
1000	84·46	85·59	88·58
2000	92·16	92·76	93·84
3000	94·27	94 79	95·30
4000	95 22	95·60	95·91
4500	95·46	—	—
5000	95·76	—	—

Da die Angabe von W_1 etwa den Kupferverlusten entspricht, muss auch die Leistung des Hilfstransformators T_3 denselben entsprechen, während der direkt den Hauptleitungen entnommene Effekt etwa den Eisenverlusten gleichkommt. Der Wirkungsgrad des Hilfstransformators braucht nicht bekannt zu sein, da die Verluste in T_3 nicht mit gemessen werden.

Versucht man die Methode zur Messung von Transformatoren mit offenem magnetischem Kreise anzuwenden, so

[1]) Ayrton und Sumpner finden, dass die Eisenverluste bei Vollbelastung im Mittel um etwa 4% kleiner sind als bei Leerlauf.

sind die Resultate aus drei Gründen wenig zuverlässig. Erstens sind die Magnetisierungsströme so gross, dass die Ablesung von D nicht als Mass der Ströme in b_1 und b_2 angenommen werden darf; zweitens werden selbst bei geringer Streuung die Umsetzungsverhältnisse von T_1 und T_2 erheblich verschieden

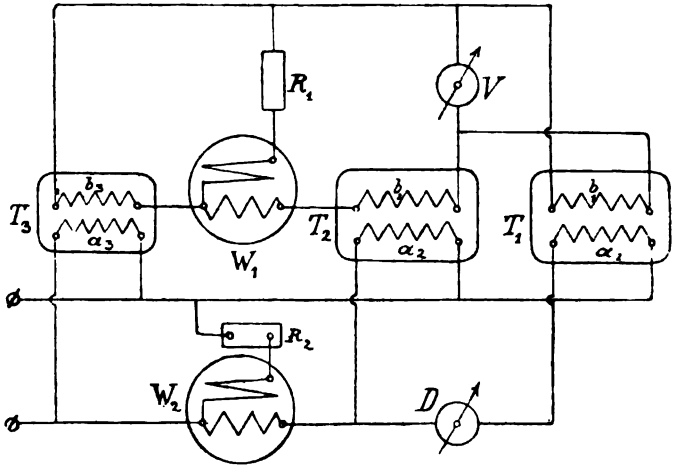


Fig. 198. Modifikation der Differentialmethode.

sein, weil der nach oben umsetzende Transformator durch den nach unten umsetzenden, also durch einen Widerstand mit kleinem Effektfaktor belastet wird, und drittens wird nur der eine Transformator mit der normalen Spannung von 100 Volt betrieben, während diejenige des zweiten Transformators ziemlich stark von dem normalen Werte abweicht. Ayrton und Sumpner[1]) haben deshalb zur Untersuchung eines Igeltransformators T_1 die Methode etwas modifiziert (Fig. 198), indem sie T_2 durch einen Mordeytransformator von genau bekannten Eigenschaften ersetzten. Sie schalteten die drei Transformatoren mit den primären Niederspannungskreisen parallel, hielten den Igeltransformator T_1 bei allen Versuchen auf genau 2000 Volt und ordneten die Hochspannungsspule des Hilfstransformators T_3 so an, dass T_1 herabtransformierte. Die Summe der Angaben von W_1 und W_2, vermindert, um den Verlust λ in Instrumenten und Leitungen, giebt die Gesamtverluste in T_1 und T_2. und da jene von T_2 für alle Be-

[1]) El., London 30, p. 87. Lum. él. 47, p. 187.

lastungen und Periodenzahlen bekannt waren, konnte man die Verluste in T_1 allein ableiten.

Bei diesen Messungen ist darauf zu achten, dass die Leitungen zusammengedrillt und die Instrumente einige Meter von den Igeltransformatoren aufgestellt werden, da das Streufeld des Igeltransformators dieselben sonst beeinflussen kann.

In der folgenden Zusammenstellung der Resultate sind die dem Erregerstrome J_0 des Igeltransformators entsprechenden Kupferverluste der bequemeren Tabulierung halber zu den Eisenverlusten gerechnet. Der Eisenverlust im Igeltransformator T_1 ist praktisch konstant, jener im Mordeytransformator T_2 nimmt wegen der zur Veränderung der Belastung erforderlichen Verringerung der Spannung stark ab.

Zahl der sekundlichen Perioden	p = 100				p = 200					
Spannung von T_1	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
Spannung von T_2	2000	1960	1950	1880	2000	1820	1775	1695	1645	1600
$w_1 + w_2 - \lambda$	275·0	339·5	362·5	391·5	192	228·2	234	241	256	270
Ges. Kupferverluste (ohne $J_0^2 R_1$) . .	0	68·2	93·5	133·0	0	41·3	46·5	65	73·5	88·5
Verlust im Eisen von T_2	106·5	105·5	105·0	96·0	80	73	71	68	66	64
Verlust im Eisen von T_1 (mit $J_0^2 r_1$) .	168·5	166·3	164·0	159·5	112	119·7	110·7	108	106·5	107·5

5. Die Bestimmung des Spannungsabfalles und Übersetzungsverhältnisses.

Die Grösse des Spannungsabfalles der Transformatoren spielt bei Verwendung derselben für Beleuchtungszwecke deshalb eine grosse Rolle, weil sie in demselben Masse wie die Grösse des Spannungsverlustes in den Leitungen die Löschbarkeit[1]) der Anlage beeinflusst. Gute Transformatoren werden bei Belastung mit Glühlampen oder anderen induktionsfreien Widerständen nur etwa 2—3% Gesamtabfall durch Kupfer-

[1]) Vergl. Herzog und Feldmann, die Berechnung el. Leitungsnetze, p. 243, Berlin 1893.

widerstände und Streuung aufweisen. Die direkte Bestimmung dieses Abfalles wäre dadurch möglich, dass man bei konstanter Primärspannung die sekundäre Spannung mit einem Cardew- oder vielzelligen Voltmeter einmal bei Leerlauf und einmal bei voller Belastung des Transformators bestimmt. Sobald jedoch die Primärspannung nicht absolut konstant ist, wird es kaum möglich sein, die zwei dicht beisammen liegenden Spannungswerte mit einiger Zuverlässigkeit zu bestimmen.

Besser lässt sich diese Bestimmung durchführen, sobald man zwei gleiche Transformatoren T_1 und T_2 gegeneinander schaltet und nur den einen derselben, T_1, belastet; man kann dann den Unterschied der Klemmenspannungen entweder direkt mittels eines Voltmeters für 2 — 3 Volt oder indirekt mittels eines Voltmeters für 40 — 60 Volt bestimmen, nachdem man ihn im letzteren Falle unter Verwendung eines Hilfstransformators T_3 auf das Zwanzigfache erhöht hat.

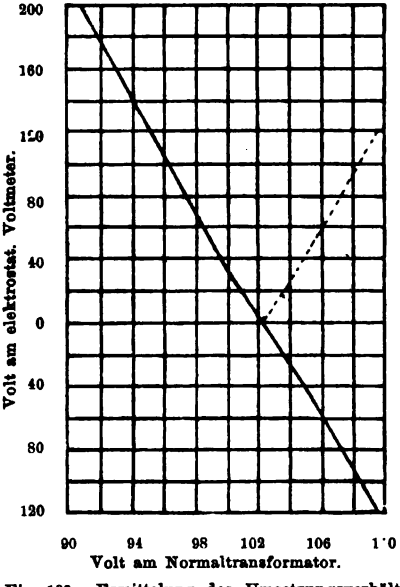


Fig. 199. Ermittelung des Umsetzungsverhältnisses für unbelastete Transformatoren.

Scattergood[1]) hat diese Methode weiter ausgebildet, indem er statt zweier gleichen Transformatoren einen Normaltransformator T_2 mit veränderlichem, aber genau bekanntem Übersetzungsverhältnis verwendete. Er war dadurch im stande, für leere oder belastete Transformatoren das Übersetzungsverhältnis mit demjenigen des Normaltransformators zu vergleichen und dem absoluten Werte nach festzustellen. Sein Normaltransformator besass sekundär 100 Windungen, welche bei 2000 Volt primär genau 100 Volt ergaben, und enthielt ausserdem vier Abteilungen mit 1, 2, 3 und 4 Windungen, welche hinter oder gegen die 100 Windungen geschaltet werden konnten; die

[1]) B. Scattergood, El. Zeitschr. 1894, p. 104. El., London 31, p. 643, 665.

Spannung konnte dadurch zwischen 90 und 110 Volt in Schritten von je 1 Volt verändert werden.

Zur Bestimmung des Übersetzungsverhältnisses eines leerlaufenden Transformators hält man die Primärspannung auf dem normalen Werte (2000 Volt), verändert schrittweise die sekundäre Spannung des Normaltransformators und trägt die Normalspannungen als Abscissen, die Voltmeterablesungen als Ordinaten auf. Man erhält dann zwei gegeneinander geneigte Linien (Fig. 199), welche theoretisch geradlinig verlaufen und sich in der Abscissenaxe in jenem Punkte schneiden müssen, der dem gesuchten Übersetzungsverhältnis entspricht. Praktisch ergiebt sich jedoch, dass wegen des Spannungsverlustes im Hilfstransformator T_s die beiden Schenkel der V-förmigen Kurve (Fig. 199) etwas gekrümmt sind. Um deshalb die bei Aufsuchung des Schnittpunktes möglicherweise auftretenden Ungenauigkeiten zu vermeiden, kann man die nach Erreichung der minimalen Voltmeterablesungen bei weiterer Veränderung der Normalspannung beobachteten Ablesungan, die dem punktierten Schenkel der V-Kurve entsprechen, als negativ betrachten und nach abwärts auftragen. Die Kurve entspricht der folgenden Beobachtungsreihe, welche Scattergood unter Verwendung 20facher Erhöhung des Spannungsunterschiedes an einem 2 pferdigen Lowrie-Hall-Transformator erhielt.

Normal-spannung	Voltmeter-ablesung	Normal-spannung	Voltmeter-ablesung
90	237	106	72
91	217	107	91·5
92	195	108	110·5
93	174	109	130
94	155	110	150
95	135		
96	116⅛		
97	98		
98	78·5		
99	59		

Praktisch genügt es, nur zwei Ablesungen auf entgegengesetzten Seiten vorzunehmen und dabei die Normalspannungen so zu bemessen, dass die Ablesungen am Voltmeter einander möglichst gleich werden. Die Verbindungslinie der zwei Punkte schneidet dann auf der Abscissenaxe die sekundäre Spannung des untersuchten Transformators ab. Auf diese Weise ergab sich für den Lowrie-Hall-Transformator als Sekundärspannung 102·15 Volt. Dieser Wert hätte sich auch aus zwei nahezu gleichen, jedoch entgegengesetzt liegenden Ablesungen berechnen

lassen. Sind nämlich V_1 und V_2 die betreffenden Normalspannungen, d_1 und d_2 die entsprechenden Ablesungen, so ist der Schnittpunkt

$$V = V_1 + \frac{d_1}{d_1 + d_2}(V_2 - V_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13$$

oder

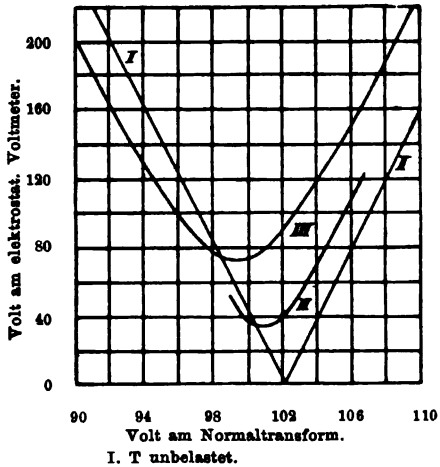
$$= \frac{1}{2}[V_1 + V_2 + n(d_1 - d_2)],$$

wenn n das Übersetzungsverhältnis des Hilfstransformators T_3 bedeutet. So ist z. B. für

$$V_1 = 95 \text{ Volt}, \quad d_1 = 135.$$
$$V_2 = 109 \text{ » } \quad d_2 = 130.$$
$$V_3 = \frac{1}{2}\left(95 + 109 + \frac{135 - 130}{20}\right) = 102{\cdot}13 \text{ Volt},$$

statt 102·15 Volt.

Die mit dieser Methode erreichbare Genauigkeit ist selbst bei sehr unregelmässigem Gange der Primärmaschine noch gross; denn ein Ablesefehler von 5 Volt am Voltmeter ergiebt nur $^1/_4$ Volt Abweichung von der richtigen Sekundärspannung, wenn T_3 20 fach übersetzt.



I. T unbelastet.
II. „ belastet mit 7 Ampère.
III. „ „ „ 15.4 „

Fig. 200. Ermittelung des Umsetzungsverhältnisses für belastete Transformatoren.

Für belastete Transformatoren wird wegen der Phasendifferenz der beiden gegeneinander wirkenden Spannungen die Voltmeterablesung nur einen minimalen, niemals aber den Nullwert erreichen. Das aus zwei nahezu geraden Linien bestehende V geht dann über in eine Hyperbel, deren Minimum mit wachsender Belastung in Fig. 200 nach links und nach oben rückt. Die Vertikale durch den tiefsten Punkt der Kurve ergiebt die eine Komponente der Sekundärspannung des untersuchten Transformators. Dies folgt aus dem Diagramm Fig. 201. In dem-

selben bedeutet A C die Spannung des zu untersuchenden Transformators, A B diejenige des Normaltransformators, A D die resultierende E. M. K., welcher die Voltmeterablesungen proportional sind. Man erkennt daraus, dass die Voltmeterablesungen minimal werden, wenn A D die Stellung $A D_1$ einnimmt, bei welcher es senkrecht steht auf $A B_1$. Die eine Komponente der Sekundärspannung A C ist also die Normalspannung $A B_1$, die andere ist die dazu senkrecht stehende, am Voltmeter 20 fach vergrösserte Spannung $A D_1$. Es ist also beim belasteten Transformator

$$V = \sqrt{A B_1^2 + \left(\frac{A D_1}{n}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

im vorliegenden Falle z. B. bei 15·4 Ampère Belastung also

$$= \sqrt{9\ 9.35^2 + \left(\frac{73}{20}\right)^2} = 99{\cdot}42 \text{ Volt.}$$

Man erkennt daraus auch, dass es in den meisten praktischen Fällen genügen wird, den gesuchten Wert gleich jener Normalspannung zu setzen, bei welcher die Voltmeterablesung ein Minimum wird.

Der Wert V dieses Minimums für den belasteten Transformator lässt sich aus 3 Messungen finden, von denen die mittlere d_1 auf der einen Seite, die grösste d_3 und die kleinste d_2 auf der anderen Seite des Minimums liegen. Es ist dann, wenn die entsprechenden Normalspannungen mit V_1, V_2, V_3 bezeichnet werden,

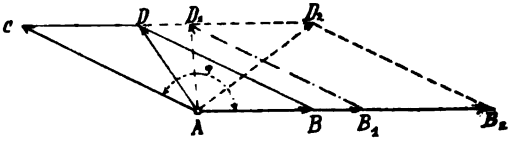


Fig. 201. Diagramm zu Fig. 200.

$$V' = \frac{1}{2}\left[V_1 + V_2 + \frac{d_1 - d_2}{d_3 - d_2}(V_3 - V_2)\right] \quad . \quad . \quad 15)$$

Im vorliegenden Falle war z. B.

$V_1 = 90$ $\quad d_1 = 196{\cdot}5$
$V_2 = 105$ $\quad d_2 = 128{\cdot}0$
$V_3 = 110$ $\quad d_3 = 218{\cdot}5$

also $\quad V' = \frac{1}{2}\left[90 + 105 + \frac{196{\cdot}5 - 128{\cdot}0}{218{\cdot}5 - 128{\cdot}0}(110 - 105)\right]$

$\doteq$ 99·39 Volt in guter Übereinstimmung mit dem früheren Werte.

Der Winkel φ entspricht dem bei Belastung des Transformators auftretenden Phasenunterschiede zwischen primärer und sekundärer E. M. K. des Transformators. Er verschwindet bei offenem Transformator, und seine Grösse beträgt bei voller Belastung $177^0\ 54'$, da seine Cotangente gleich dem Verhältnis der die minimale resultierende Spannung ergebenden Normalspannung $A\,B_1$ zu diesem Minimum $A\,D_1$ ist.

$$\operatorname{cotg}\varphi = \frac{A\,B_1}{A\,D_1} \quad \ldots\ldots\ 16)$$

$$= \frac{99{\cdot}35}{\frac{73}{20}} = \frac{1}{0{\cdot}0367}; \quad \varphi = 177^0 54'.$$

Der Faktor des Effekts ist somit $f = \cos\,(180^0 - \varphi) = 0{\cdot}994$.

6. Geometrische Untersuchungsmethoden.

a) Allgemeines.

Zum Studium der periodischen Phänomene sind zwei Methoden möglich[1]). Die eine derselben gestattet die punktweise Verzeichnung des ganzen Cyklus dadurch, dass aus den einander folgenden Cyklen ein bestimmtes Element herausgegriffen und so lange isoliert wird, bis die gleichzeitig vorhandenen Bedingungen festgelegt worden sind. Die zweite Methode verwendet Phänomene von unendlich kurzer Dauer zur direkten Aufnahme des ganzen Cyklus.

Die erste Methode ist 1880 von Joubert bei seiner grundlegenden Arbeit über Wechselströme und die E. M. K. des elektrischen Lichtbogens[2]) verwendet worden; ihm verdanken wir die sinnreiche Methode des momentanen Kontaktes, die darin besteht, dass ein auf der Welle der zu untersuchenden Wechselstrommaschine angebrachter rotierender Kontaktbilder, dessen Stellung beliebig geändert werden kann, den seiner Stellung entsprechenden Wert der E. M. K. zur Einwirkung auf die Messinstrumente gelangen lässt. Joubert verwendete zwei Scheiben A und B, von welchen die eine, A_1 aus Metall bestand und einen Vorsprung C besass, welcher über die zweite, aus Holz bestehende Scheibe hinwegragte.

---

[1]) E. L. Nichols, Lum. él. 51, p. 139.

[2]) Joubert, Comptes rendus 91, p. 161, 1880.

Bei jeder Umdrehung der Scheiben glitt also die auf B schleifende Bürste b einmal über C hinweg und schloss dadurch den Stromkreis des Messinstrumentes E, der von der einen Klemme der zu untersuchenden Wechselstrommaschine nach der Bürste a, der Scheibe A, dem Kontakte C, der Bürste b und dem Messinstrumente E nach der anderen Klemme führte. Die Breite von C war so bemessen, dass bei der normalen Umdrehungszahl der Maschine die Dauer des Kontaktes nur $^1/_{2000}$ Sekunde betrug. Joubert zeigte, dass man ausser dem Elektrometer E auch ein ballistisches Galvanometer verwenden könne, weil die sich wiederholenden Kontakte zwischen b und C der nämlichen Phase der Spannung entsprechen, solange die Relativlage von b zu C nicht durch Verstellung der einen Scheibe gegen die andere geändert war. Indem er diese Relativlage änderte und die erhaltenen Elektrometerausschläge als Ordinaten, die Stellungen des Kontaktes als Abscissen von einem beliebigen Anfangspunkte aus auftrug, beobachtete Joubert, dass die von ihm untersuchte Siemens'sche Wechselstrommaschine eine fast genau sinusförmig verlaufende E. M. K. aufwies, dass die Kurve des Stromes gegenüber jener der E. M. K. verzögert war, und dass durch Einfügung des Bogens der Jablochkoffkerze die Kurven deformiert wurden. Die Kurve des Stromes wurde indirekt aufgenommen, indem man die Kurve der Spannung an den Klemmen eines vom Strome durchflossenen induktionsfreien Widerstandes bestimmte.

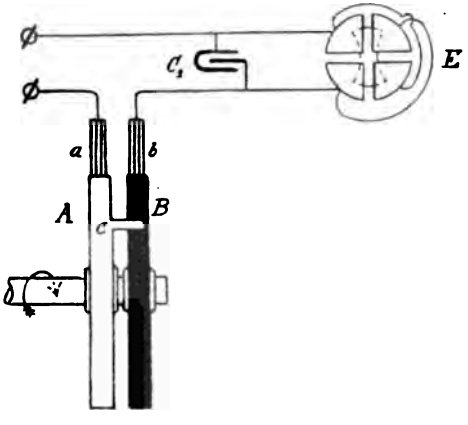


Fig. 202. Schema der Methode von Joubert.

Diese Methode ist für praktische Zwecke von Mershon[1]) derart modifiziert worden, dass statt des Elektrometers oder Galvanometers ein gewöhnliches Telephon T verwendet werden kann, zu welchem zur Erhöhung oder Erniedrigung der

[1]) R. D. Mershon, El., London, 27, p. 561.

Empfindlichkeit ein Kondensator (C) parallel oder passende Widerstände in Serie geschaltet sind. Die Klemmen der zu untersuchenden Wechselstromquelle werden an einen induktionsfreien Widerstand a b, das Telephon T und den Kontaktbilder K angeschlossen; die Stellung des Kontaktes b auf dem Widerstande a b kann derart verändert werden, dass die E. M. K. einer Gleichstromquelle E gerade der zwischen a und b herrschenden und durch die Stellung von b nach Grösse und Richtung bestimmten Wechselspannung das Gleichgewicht hält. Man wird dann bei jeder Umdrehung von K ein scharfes Knacken im Telephon vernehmen, das bei einer Stellung des Schleifkontakts b ein Minimum wird. Die Grösse der Spannung zwischen a und b kann durch ein elektrostatisches oder ein Cardew-Voltmeter V festgestellt werden. Der ganze Apparat kann in handlicher Form zusammengebaut werden und soll für die Praxis genügend genau arbeiten.

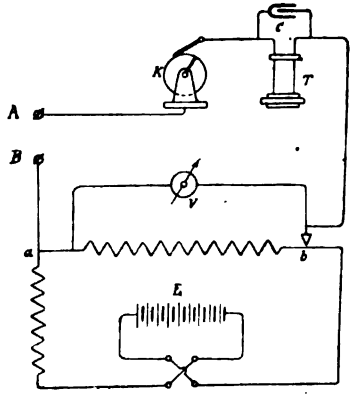


Fig. 203. Schema der Methode von Mershon.

Im Jahre 1888 wurde die Methode von Duncan, Hutchinson und Wilkes[1]) zur Untersuchung von Transformatoren angewandt; die Versuchsanordnung war dabei ähnlich der Joubertschen. Zur Messung der Spannungen diente ein an den rotierenden Kontaktapparat angeschlossenes Elektrometer; zur Messung der Stromstärken wurde die Klemmenspannung eines induktionsfreien, im primären oder sekundären Stromkreise eingeschalteten Widerstandes bestimmt. Dann erschien eine Reihe[2]) interessanter Anwendungen dieser Methode auf das Studium einzelner Wechselstromapparate, unter denen hier

---

[1]) Duncan, Hutchinson u. Wilkes, El. World, II, p. 160. El. Review, London, 22, p. 471, 642.

[2]) Searing u. Hoffmann, El. World 14, p. 168. Humphrey u. Powell, El. World 16, p. 11. Ryan u. Merritt, El., London 24, p. 239, 263. El. Rev., New-York, 16, p. 9, 1890. El. World, 14, p. 419, 16, p. 10. Tobey u. Walbridge, El. World 16, p. 339. Nichols, a. a. O.

besonders die Arbeiten von Duncan, Ryan und Hopkinson Erwähnung verdienen.

Duncan beschrieb im Jahre 1891 eine Methode, mittels welcher eine Reihe von Wechselstrom-Kurven gleichzeitig unter Verwendung eines Kontaktes erhalten werden konnten[1]). Dieselbe bestand darin, dass der Strom einer Akkumulatorenbatterie durch die rotierende Kontaktvorrichtung und durch die ersten Spulen einer Reihe von Dynamometern gesandt wurde, während die zweiten Spulen dieser Instrumente von den zu analysierenden Strömen durchflossen oder an die zu untersuchenden Spannungen angeschlossen waren. Für jede Stellung des rotierenden Kontaktes ergab sich dann eine bestimmte Dynamometerablesung, welche dem Momentanwerte des Wechselstromes in der zweiten Spule proportional war. Die Methode erfordert im allgemeinen spezielle Dynamometer und einen Kontaktapparat für ziemlich starke Ströme, während die Joubert'sche Methode den Kontakt nur zur Schliessung eines Galvanometer- oder Elektrometerkreises verwendet. Doch lassen sich, wie der Verfasser bestätigen kann, unter Verwendung Ganz'scher Wattmeter oder gewöhnlicher Siemensdynamometer[2]) gute Kurven erhalten, wenn man den Strom des Kontaktes auf etwa 0·1 — 0·2 Ampère erhält.

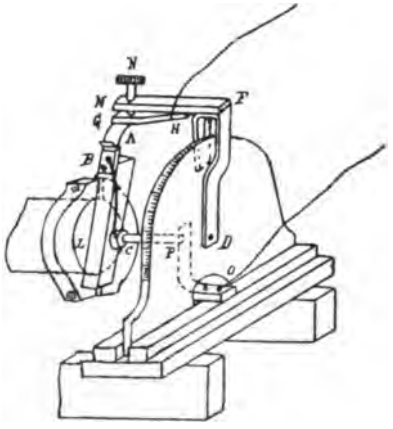


Fig. 204. Kontaktapparat nach Ryan und Merritt.

Ryan und Merritt haben zuerst das Verhalten eines kommerziellen Transformators eingehend studiert, indem sie die Momentanwerte der primären und sekundären Ströme beobachteten. Ihr Kontaktapparat (Fig. 204) bestand aus einem Hartgummiprisma B L, das mittels der zwei angedeuteten Backen auf der Welle der Wechselstrommaschine festgeklemmt werden

[1]) Duncan, El. London 28. p 61 u. 29, p. 209. El. World 20, p. 87.
[2]) Moore u. Tingley, El. World 19, p. 388.

konnte und am oberen Ende das Messingstück B, an der vorderen Fläche den genau in der Wellenmitte angeordneten Metallstab C trug. B war oben zu einer stumpfen Schneide zugefeilt und durch einen Draht mit C verbunden. Über B war ein um den in der Wellenmitte liegenden Punkt D drehbarer Arm D F M angeordnet, welcher mittels des nach unten umgebogenen federnden Teiles an irgend einem Punkte des halb-

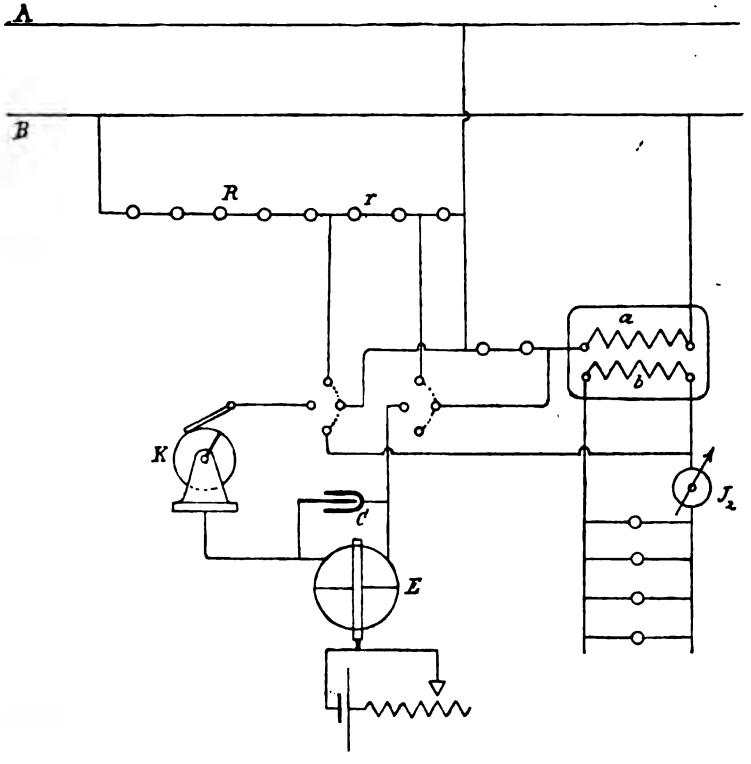


Fig. 205. Schema der Methode von Ryan und Merritt.

kreisförmigen Brettes festgestellt werden konnte; die Stellung konnte an der Teilung am Umfange des Brettes abgelesen werden. Der obere Querbalken M F des Armes war aus Hartgummi hergestellt und trug die mittels der Schraube N einstellbare Kontaktfeder H G A, welche an den einen der zu untersuchenden Punkte angeschlossen wurde. Den zweiten

Anschluss vermittelte eine gebogene Feder O P, gegen welche sich der Stab C leicht reibend anlegte.

Um mit demselben Elektrometer E (Fig. 205) die sämtlichen Messungen durchführen zu können, wurden vor die Primärspule a zwei 50-Voltlampen geschaltet, deren Widerstände für verschiedene Klemmenspannungen vorher genau ermittelt worden waren; diese Lampen dienten zur Aufnahme der Kurve des primären Stromes. Die primäre E. M. K. wurde in bekannter Weise dadurch in den Messbereich des Elektrometers gebracht, dass parallel zu den Hauptleitungen A B ein aus 22 50-voltigen Lampen bestehender Widerstand R eingeschaltet und von einem Teile r desselben die Spannung für E abgenommen wurde. Die sekundäre E. M. K. konnte ohne weiteres von E gemessen werden; die Aufnahme der Kurve des sekundären Stromes war nicht erforderlich, weil die Belastung des untersuchten Transformators aus Glühlampen bestand. Die Kurve des sekundären Stromes ergab sich also aus jener der sekundären E. M. K., indem man die Ordinaten derselben durch den Gesamtwiderstand des Sekundärkreises dividierte. Das Elektrometer selbst musste innerhalb weiter Grenzen genaue Ablesungen ergeben; ausserdem war es wünschenswert, dass seine Konstante bekannt und unveränderlich sei. Ryan verwendete deshalb ein nach der Doppelschaltung verbundenes Quadrantenelektrometer, dessen Aufhängefaden mit einem magnetisierten Stahlspiegel versehen war und dessen Metallgehäuse eine Bewickelung aus dünnem, isoliertem Drahte trug. Diese Hilfsspule erhielt Strom von veränderlicher Stärke durch eine Batterie; wenn dann die Hilfsspule in den magnetischen Meridian eingestellt und der Strom der Batterie entsprechend reguliert wurde, war es möglich, die ablenkende Wirkung der elektrostatischen Kräfte durch die rücktreibende Wirkung der Hilfsspule zu kompensieren, sodass die Spiegelablesung stets denselben Punkt einer Skala ergab. Die Wurzel aus dem Strome in der Hilfsspule war dann zwischen 300 und 600 Volt proportional der E. M. K. am Elektrometer. Wenn das letztere noch so vorzüglich isoliert war und mit dem Kontaktbilder verwendet wurde, zeigte sich, dass ein beträchtlicher Teil der Ladung des Elektrometers verloren ging. Die Elektrometerausschläge (oder bei Ryan's Anordnung die zur Kompensierung derselben erforderlichen Ströme) waren kleiner, als nach den auf das Instrument wirkenden Spannungen zu erwarten gewesen wäre.

Dieser Übelstand verschwand jedoch vollkommen, sobald parallel zum Elektrometer ein Kondensator C angelegt wurde. Die Verwendung eines solchen ist überhaupt überall empfehlenswert, wo mittels Galvanometers oder Elektrometers Messungen mit momentanem Kontakte vorgenommen werden sollen. Fig. 206 stellt die Kurven der primären und sekundären E. M. K. und des Leerstromes eines unbelasteten Transformators für 10 Glühlampen dar.

Die Ergebnisse der Ryan'schen Messungen sind eingehend von Fleming gewürdigt worden; heute sind dieselben jedoch

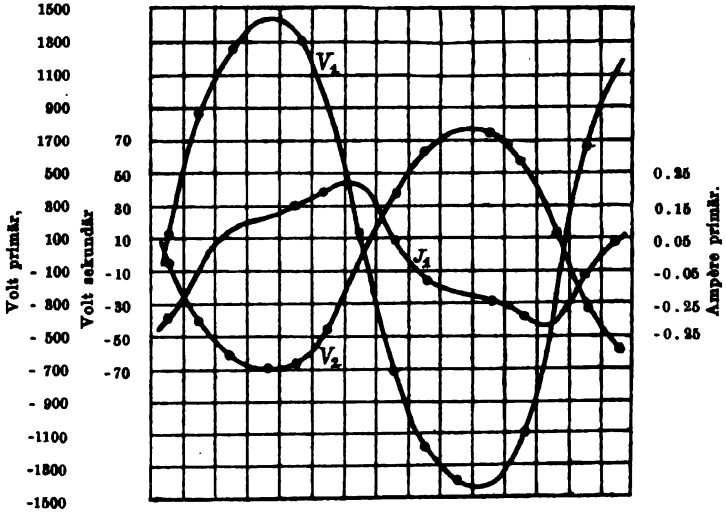


Fig. 206. Kurven der Klemmenspannungen und des Leerstromes eines Transform. nach Ryan und Merritt.

überholt durch die sogleich zu beschreibenden Versuchsresultate Hopkinson's.

A. Blondel[1]) hat die Methode des momentanen Kontaktes noch weiter modifiziert, indem er mittels zweier Kontakte erst einen Kondensator lud und dann denselben durch ein hinter ihn geschaltetes Galvanometer von Deprez d'Arsonval entlud. Die von dem Spiegel des Galvanometers ausgeführten Bewegungen wurden auf einem durch ein Uhrwerk gleichmässig fortbewegten, lichtempfindlichen Streifen photographisch re-

[1]) El., London 27, p. 598, 603.

gistriert. Dadurch bildet seine Methode den Übergang zu den Untersuchungsmethoden der zweiten Art.

Die zweite Methode umfasst eine Reihe von Vorschlägen und Versuchen, welche die direkte Bestimmung und Registrierung des ganzen Cyklus ermöglichen. Die ersten Anfänge dieser Methode gehen auf Wheatstone's Erfindung des rotierenden Spiegels und auf Feddersen's Verwendung desselben zum Studium der oscillatorischen Entladung einer Leydener Flasche zurück. Feddersen's Experimente sind auch deshalb beachtenswert, weil es ihm schon 1862 gelang, die Bilder des rotierenden Spiegels zu photographieren. 1887 beschrieb Frölich[1]) zum ersten Male vor der Elektrotechnischen Gesellschaft in Berlin seine Versuche zur optischen Darstellung der Bewegungen der Telephonmembran, 1889[2]) wurden die Versuche zusammen mit den Photographien der im rotierenden Spiegel erzeugten Bilder veröffentlicht, und 1891 wurden dieselben gelegentlich der Ausstellung in Frankfurt einem grösseren Publikum zugänglich gemacht. Frölich sendet den zu untersuchenden Strom um die Spulen eines Telephons, dessen Membran m einen excentrisch gelagerten Spiegel s trägt. Dieser Spiegel empfängt das Licht einer starken Lichtquelle l mittels eines Linsensystems p und reflektiert dasselbe auf den rotierenden Spiegel S, dessen Bewegung mit den Schwingungen der Membran derart abgestimmt ist, dass er auf dem Schirme t ein stillstehendes Bild der Bewegungen der Membran ergiebt. Frölich weist jedoch selbst darauf hin, dass sich leicht die natürliche Schwingungsperiode der Platte den vom Wechselstrome hervorgerufenen Schwingungen zufüge, sodass die Kurven stark von der wahren Kurvenform abweichen.

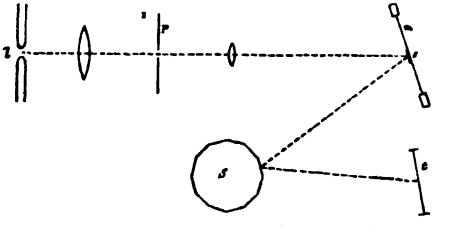


Fig. 207. Schema der Methode von Frölich.

Nichols hat bei Untersuchung einer Wechselstrommaschine nach Frölich's Methode statt der richtigen Sinuskurven meistens

[1]) El. Zeitschr. 1887, p. 210.
[2]) „ „ 1889, p. 65.

verzerrte Kurven erhalten. Er schlägt deshalb eine Anordnung vor, bei welcher Fehler infolge der Trägheit des schwingenden Körpers unmöglich sind, weil dieser ein Flüssigkeitsfaden ist. Nichols sandte den zu untersuchenden Wechselstrom durch einen Quecksilberfaden A B, welcher frei durch das Interferrikum eines starken, vom konstanten Strome erregten Feldes C D fiel. Der Quecksilberfaden wurde von hinten stark beleuchtet, und die unter der Wechselwirkung des Feldes und des zu untersuchenden Stromes auftretenden Ablenkungen desselben wurden durch einen horizontalen Schlitz mittels einer photographischen E Kammer, deren optische Axe parallel den Linien des Feldes stand, registriert.

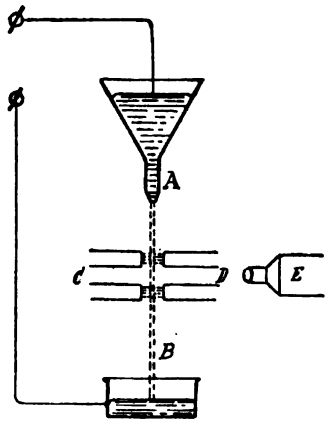


Fig. 208. Methode von Nichols.

b) Die Differentialmethode Hopkinson's.[1])

Der hier verwendete Kontaktbilder bestand aus einer Ebonitscheibe, in welche ein $^3/_4{}^0$ umfassender Metallstreifen eingebettet war; die Stellung des Kontaktes konnte durch Verdrehen der Scheibe geändert und an einer geteilten Scheibe auf $^1/_{20}{}^0$ abgelesen werden. Die Grösse des Ladungsverlustes im Elektrometer E ergab sich daraus, dass bei Parallelschaltung eines Kondensators C von 1·0, 0·5 und 0·2 Mikrofarad die Ablesungen für die Stellung maximaler E. M. K. 138, 136 und 132 Grad waren. Da der Verlust umgekehrt proportional der Kapazität ist, lässt sich berechnen, dass bei vollkommener Isolierung die Ablesung 139·5 hätte sein müssen. Die Ablesungen wurden deshalb stets um 1% erhöht. Zur Ausführung der Versuche wurden zwei gleiche Westinghouse-Transformatoren T_1 und T_2 gegeneinander geschaltet; diese Anordnung war aus denselben Gründen gewählt worden, welche die Sumpner'sche Anordnung veranlasst hatten. Mit Rücksicht auf die vorhandenen Widerstände wurde dabei der erste Transformator zur Aufnahme von

[1]) El. Zeitschr. 1889, p. 345. Lum. él. 45, p. 180. El., London 28, p. 59.
[2]) El. London 29, p. 196 und 225.

100 und Abgabe von 2400 Volt bestimmt, während der zweite Transformator mit dem 100 voltigen Kreise auf induktionsfreie

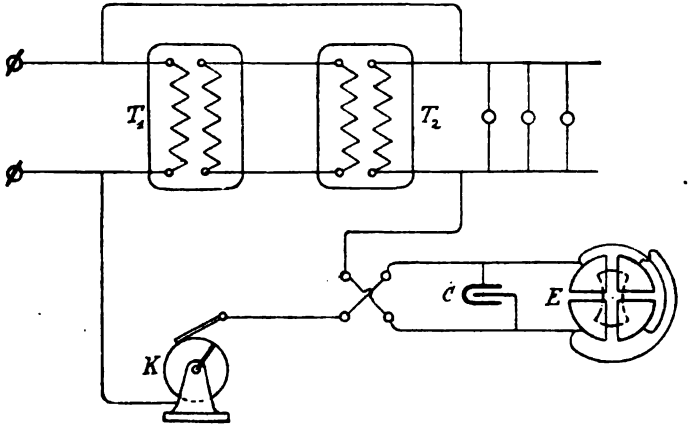


Fig. 209. Messung der Differenzen der Klemmenspannungen.

Widerstände arbeitete. Man mass dann nach Fig. 209 die Differenzen der Klemmenspannungen der dickdrähtigen Spulen,

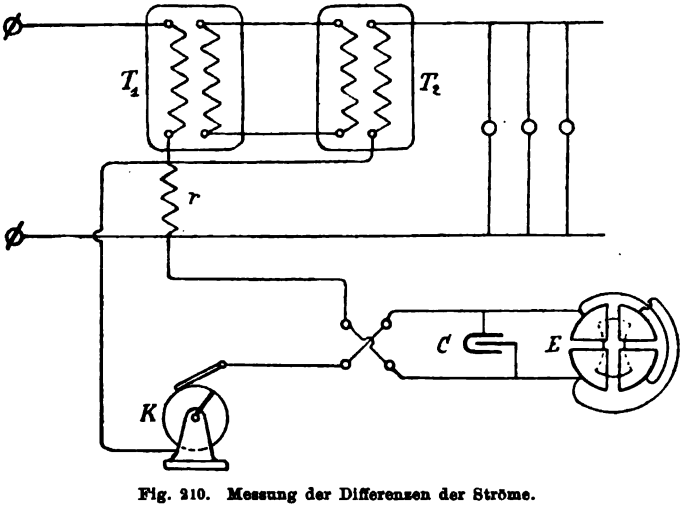


Fig. 210. Messung der Differenzen der Ströme.

nach Fig. 210 die Differenzen der Ströme dieser Spulen unter Zuhilfenahme eines induktionsfreien Widerstandes r. In dieser

letzten Anordnung stören die Ströme einander ein wenig; doch kann dies leicht rechnerisch berücksichtigt oder experimentell umgangen werden, indem man nach der in Fig. 211 dargestellten

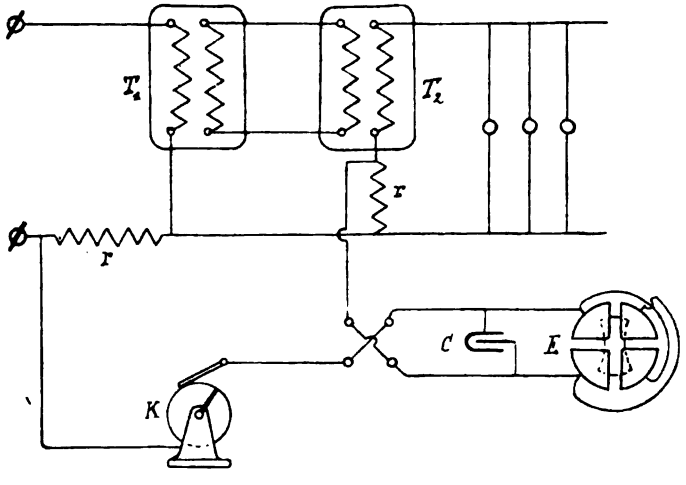


Fig. 211. Messung der Differenzen der Ströme.

Art zwei induktionsfreie Widerstände r und r von genau gleicher Grösse verwendet. Schliesslich wurde durch Anlegen des Kontaktapparates an einen induktionsfreien Widerstand, der im Stromkreise der dicken Spule von No. 2 angebracht war, der Strom in dieser Spule und durch direkte Messung die Spannung derselben ermittelt. Aus den so erhaltenen vier Kurven konnten alle übrigen Grössen des Transformators leicht berechnet werden. Der Strom wurde von einer 12poligen Siemensmaschine mit 830 bis 840 Touren erzeugt, sodass 5000 Perioden pro Minute oder 83·3 Perioden pro Sekunde entstanden. Eine Verstellung

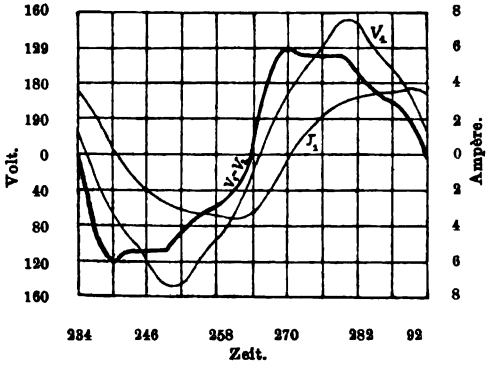


Fig. 212. Kurve eines Westinghouse-Transformators bei Leerlauf.

der Kontaktbürste um 60^0 entsprach einer ganzen Periode, eine Verstellung um 3^0 entsprach also $\frac{3}{83{\cdot}3 \times 60}$ Sekunde. Beobachtungsreihen wurden bei offenem Sekundärkreise von

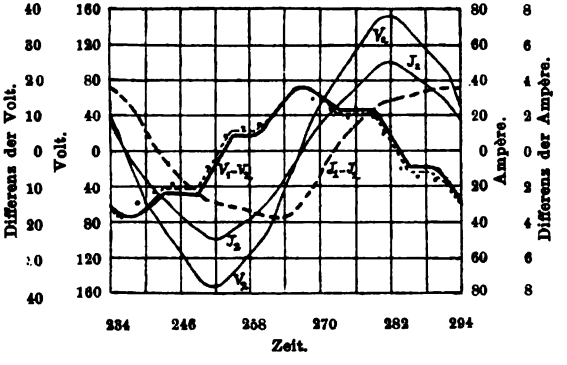


Fig. 213. Kurven eines Westinghouse-Transformators bei $^1/_2$ Belastung.

Transformator 2, bei $^1/_2$, $^3/_4$ und $^1/_1$ Belastung desselben vorgenommen. Die Resultate derselben sind in den Fig. 212 bis 215

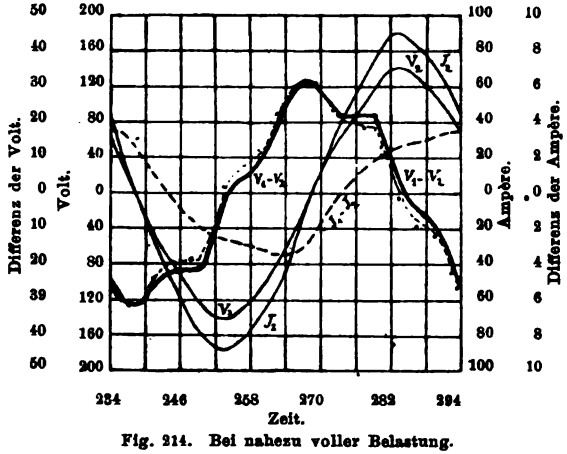


Fig. 214. Bei nahezu voller Belastung.

niedergelegt, und ausserdem sind für Leerlauf und nahezu volle Belastung zwei Beobachtungsreihen ausführlich mitgeteilt.

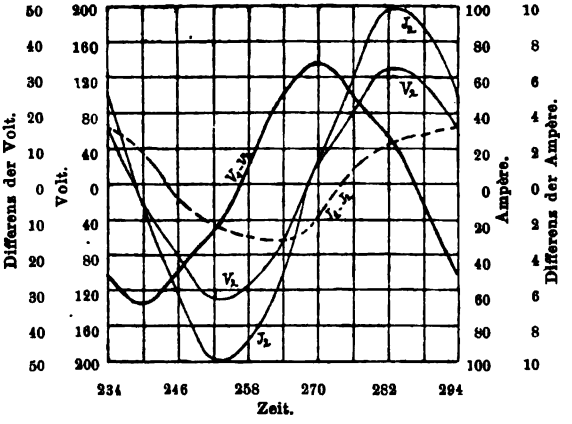


Fig. 215. Bei voller Belastung.

Tabelle 1.

Leerlauf.

Spalte 1. Stellung der Kontaktbürste auf dem geteilten Kreise	2. Strom in der dicken Spule von No. 1, Ampère	3. Spannung der dicken Spule von No. 2, Volt	4. Quadrate der Spannungen von No. 2	5. Differens zwischen den Spannungen d. dick. Spulen von No. 1 und 2 Volt	6. Spannung der dicken Spule von No. 1, Volt	7. Quadrate der Spannungen von No. 1	8. Von No. 1 aufgenommener Effekt in Watt
267	— 2·2	+ 25·4	645	+ 0·9	+ 26·3	692	— 57·9
270	— 0·3	+ 70·2	4928	+ 1·2	+ 71·4	5098	— 21·4
273	+ 1·1	+ 95·3	9082	+ 1·1	+ 96·4	9292	+ 106·0
276	+ 2·1	+ 120·4	14496	+ 1·1	+ 121·5	14761	+ 255·1
279	+ 2·8	+ 147·7	21816	+ 1·1	+ 148·8	22935	+ 416 6
282	+ 3·2	+ 147·2	21668	+ 0·9	+ 148·1	21935	+ 473·9
285	+ 3·4	+ 119·8	14351	+ 0·7	+ 120·5	14520	+ 407·9
288	+ 3·5	+ 97·8	9565	+ 0·6	+ 98·4	9683	+ 344·4
291	+ 3·7	+ 71·3	5084	+ 0·4	+ 71·7	5140	+ 260·3
294	+ 3·5	+ 26·0	676	+ 0·3	+ 25·79	674	+ 90·9

Summe der Quadrate: 102311; der Quadrate: 103935 der Watt: 2282·6

Mittelwerte . . . . $\sqrt{10231{\cdot}1} = 101{\cdot}1$ $\sqrt{10393{\cdot}5} = 101{\cdot}9$ $\frac{2282{\cdot}6}{10} = 228{\cdot}26$

Tabelle 2.

Nahezu volle Belastung.

1. Stellung der Kontaktbürste auf dem geteilten Kreise	2. Strom in der dicken Spule von No. 2 in Ampère	3. Differenz der Ströme in den dicken Spulen von No. 1 und 2 in Ampère	4. Strom in der dicken Spule von No. 1 in Ampère	5. Spannung der dicken Spule von No. 2 in Volt	6. Quadrate der Spannungen von No. 2	7. Differenz zwischen den Spannungen in den dickdrähtig. Spulen von No. 1 u. 2 in Volt	8. Spannung der dicken Spule von No. 1 in Volt	9. Quadrate der Spannungen von No. 1	10. Mittel der Spannungen von No. 1 und 2, dicke Spulen	11. Von No. 1 aufgenommener Effekt, in Watt	12. Von No. 2 abgegebener Effekt, in Watt	13. Verlust im Widerstand in Watt	14. Nicht nachgewiesener, vermutl. vom Streufelde herrührender Verlust, in Watt	15. Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme, in Watt	16. Vom Streufelde herrührend. Spannungsdifferenz, in Volt	17. Quadrate des Mittels der Spannungen von T_1 u. T_2 (Spalte 10).
267	— 15·0	— 3·1	— 18·1	— 20·6	424	+ 31·2	— 10·6	112	— 5·0	— 192	+ 309	10·4	— 525·1	+ 15·5	+ 31·8	25
270	+ 15·0	— 1·6	+ 13·4	+ 26·5	702	+ 29·7	+ 56·2	3305	+ 41·3	+ 753	+ 397	7·6	+ 414·1	— 66·1	+ 29·2	1706
273	+ 38·5	— 0·2	+ 38·3	+ 63·0	3969	+ 22·7	+ 85·7	7345	+ 74·3	+ 3282	+ 2425	55·9	+ 815·7	— 14·9	+ 21·2	5520
276	+ 57.1	+ 1·0	+ 58·1	+ 91·8	8427	+ 21·7	+ 113·5	12880	+ 102·6	+ 6595	+ 5242	125·7	+ 1124·3	+ 102·6	+ 19·5	10530
279	+ 75·2	+ 1·9	+ 77·1	+ 120·2	14440	+ 22.2	+ 142·4	20280	+ 131·3	+ 10980	+ 9038	219·4	+ 1470·1	+ 249·5	+ 19·3	17240
282	+ 88·8	+ 2·5	+ 91·3	+ 141·6	20050	+ 11·0	+ 152·6	23285	+ 147·1	+ 13930	+ 12575	307·0	+ 683·0	+ 367·7	+ 7·6	21640
285	+ 86·9	+ 2·8	+ 89·7	+ 138·1	19070	— 2·3	+ 135·8	18440	+ 136·9	+ 12180	+ 12000	295·4	— 498·5	+ 383·3	— 5·7	18770
288	+ 77·5	+ 3·1	+ 80·6	+ 122·4	14980	— 6·2	+ 116·2	13502	+ 119·3	+ 9365	+ 9486	236·4	— 726·2	+ 369·8	— 9·2	14230
291	+ 64·6	+ 3·4	+ 68·0	+ 101·0	10200	— 11·8	+ 89·2	7957	+ 95·1	+ 6066	+ 6524	166·5	— 948·8	+ 323·3	— 14·3	9040
294	+ 42·9	+ 3·5	+ 46·6	+ 65·5	4290	— 24·2	+ 41·3	1705	+ 53·4	+ 1916	+ 2810	70·4	— 1154·6	+ 186·9	— 25·9	2850
Summe der Quadrate:					96552			10881	der Watt	64875	60806	1499·7	654·0	1917·6	73·5	101551
Mittelwerte:					$\sqrt{9655·2}$ =			$\sqrt{10881·1}$ =		$\eta = \frac{60806}{64875}$ =		93·73 %	2·31 %	1·01 %	2·95 %	$\sqrt{10155·1}$
53·15	1·33	54·28	84·95		98·2		94·35	104·3	89·6							= 100·8

Wenn die Transformatoren genau gleich gewesen wären, hätten die in Tabelle I angeführten Spannungen derselben gleich sein müssen, obgleich dieselben wegen der in den Transformatoren auftretenden Streuung nicht genau die gleiche Phase besassen. Die Spalten 6 und 7 enthalten die Quadrate der Spannungen von T_2 und T_1; die Wurzeln aus den Mittelwerten derselben betragen 101·1 und 101·9 Volt. Die Spannung von T_1 liegt also bei Leerlauf um 0·8 Volt höher als jene von T_2. Der Gesamtverlust der beiden Transformatoren entspricht, solange T_2 unbelastet ist, dem Mittelwert des von T_1 aufgenommenen Effektes; dieser Mittelwert ist in Spalte 8 berechnet worden aus der Summe der Produkte der Ströme (Spalte 2) und Spannungen von T_1. Darauf wurde für einen der Transformatoren mittels einer Batterie und eines ballistischen Galvanometers der Hysteresisverlust innerhalb der den Spannungen in Spalte 6 entsprechenden Grenzen der Induktion zu 63 Watt bestimmt; die zwei Transformatoren verbrauchten somit für Hysteresis 126, für Wirbelströme 228 — 126 = 102 Watt.

Von den Spalten der Tabelle II sind die ersten durch ihre Überschriften hinlänglich erläutert, doch müssen zu den letzten sechs Spalten einige Erklärungen beigefügt werden. Die von T_1 aufgenommenen Effekte (Spalte 11) sind gleich dem Produkte aus den Strömen (Spalte 4) und Spannungen (Spalte 8); die von T_2 abgegebenen Effekte (Spalte 12) berechnen sich analog aus den Werten der Spalten 2 und 5. Das Verhältnis der Mittelwerte ergiebt den Wirkungsgrad $\eta = 93{\cdot}73\,\%$; wenn also die Verluste der beiden Transformatoren vollkommen gleich wären, würde der Wirkungsgrad eines jeden derselben $\sqrt{\eta} = 96{\cdot}9\,\%$ betragen. Der Spannungsverlust der ganzen Anordnung ergiebt sich (aus 9 und 6) zu 6·1 Volt, wovon 0·8 Volt schon bei Leerlauf beobachtet wurden.

Wenn also die Spannungsverluste in beiden Transformatoren gleich wären, was nicht der Fall ist, entfielen auf jeden derselben $\frac{6{\cdot}1 - 0{\cdot}8}{2} = 2{\cdot}65$ Volt. Der Verlust in den Widerständen (13) beträgt 150 Watt, der Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme (15) wegen der niedrigeren Spannung nur noch 192 Watt. Die dem Streufelde entsprechenden Verluste betragen 65·4 Watt und sind in Spalte 14 zusammengestellt; Spalte 16 enthält schliesslich die vom Streufelde herrührenden

Differenzen der Spannungen von T_1 und T_2 (Spalte 8 und Spalte 5), bei welcher der Verlust in den Widerständen entsprechend berücksichtigt ist. Die Werte dieser Spalte sind in den Figuren durch die punktierte Kurve angedeutet und müssten aus der Kurve des Stromes abgeleitet werden können, da die E. M. K. des Streufeldes der Änderung der Stromstärke entspricht. Die Rate der Änderung des mittleren Stromes lässt sich leicht berechnen, indem man die halben Differenzen zweier einander folgenden Werte des mittleren Stromes auswertet; so ergiebt sich die Rate der Änderung z. B.

für 268·5° gleich $^1/_2$ (15·0 + 13·4 — (— 15·0 — 18·1) = 30·7,

für 271·5 274·5 277·5 280·5 283·5 286·5 289·5 292·5

gleich: 28·2 19·2 18·5 13·9 1·7 —9·3 —12·7 —21·8 —28·1

Diese Werte sind in den Figuren durch starke Punkte angedeutet, und man erkennt die Übereinstimmung derselben mit den punktierten Kurven. Bildet man die Summe der Quadrate der Spannungen in Spalte 10 und zieht man die Wurzel aus dieser Summe, so erhält man als Wurzel aus dem Mittel der Spannungen von T_1 und T_2 100·8 Volt. Daraus folgt, dass T_1 104·3 — 100·8 = 3·5 Volt und T_2 = 100·8 — 98·2 = 2·6 Volt Spannungsabfall im ganzen aufweist. Vermindert man diese Werte noch um die Hälfte des bei Leerlauf beobachteten Spannungsabfalles (0·8 Volt), so erkennt man, dass der Spannungsabfall zwischen Leerlauf und der in Tabelle II vorhandenen Belastung 3·1 Volt für T_1 und 2·2 Volt für T_2 beträgt. Im praktischen Betriebe arbeiten die Transformatoren natürlich unter den Bedingungen wie T_2. Und es ist ohne weiteres klar, dass der durch Streuung bewirkte Spannungsabfall für T_1 nahezu dreimal so gross sein muss als für T_2.

Aus verschiedenen in dieser Weise durchgeführten Beobachtungsreihen ermittelte Hopkinson den Wirkungsgrad jedes der zwei 6500 Watt-Transformatoren.

Einer dieser Westinghouse-Transformatoren war vorher in Pittsburg geprüft und dann Prof. Fleming zur Verfügung gestellt worden. Fleming untersuchte denselben bei 82·5 Perioden pro Sekunde mit einem Wattmeter[1]); er beobachtete eine Endtemperatur von 96° F. und einen Eisenverlust von 98 Watt (gegen 114 Watt bei Hopkinson). Die Ergebnisse der drei Beobachter sind in der folgenden Tabelle vereinigt.

[1]) Fleming, Journ. Inst. El. Eng. 21, p. 632, 633, 654. Tabelle 13 und 14 und Fig. 15—18 seiner Abhandlung.

Ergebnisse der Messungen an einem Westinghouse-Transformator für 6500 Watt:

	Westinghouse	Hopkinson	Fleming
Verlust bei Leerlauf in Watt . . .	91	114	98
» » halber Belastung in Watt	—	149	141
» » voller » » »	—	236	209
Spannungsabfall bei voller Belastung	2%	2·2%	2·4%
Wirkungsgrad » halber »	96·4%	96%	96%
» » voller »	97%	96·9%	96·9%

Daraus folgt, dass die Beobachtungen mit dem Wattmeter vorzügliche Übereinstimmung mit der eleganten, aber mühsamen graphischen Methode Hopkinson's ergeben.

Anhang.

Über die wahre Gestalt der periodischen Kurven der E. M. K. und des Stromes.

1. Allgemeines.

Die wahre Gestalt der E. M. K. der Wechselstrommaschinen weicht im allgemeinen von der reinen Sinuslinie etwas ab. Die allgemeine Form derselben lässt sich jedoch wie jede periodisch veränderliche Funktion nach dem Fourier'schen Theorem stets darstellen als eine Reihe von Sinuslinien, deren Amplituden verschieden sind und deren Perioden Vielfachen der Periode p des ersten Ausdruckes entsprechen. Es ist also

$$E = E_1 \cdot \sin(\omega t - \varphi_1) + E_2 \cdot \sin(2\omega t - \varphi_2) + E_3 \sin(3\omega t - \varphi) + \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

worin

$$\omega = 2\pi p \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Da bei den meisten Maschinen der erste Ausdruck bei weitem der bedeutendste ist und zudem seine Schwingungsperiode die Periode der anderen Ausdrücke bestimmt, so kann man die ihm entsprechende Sinuslinie als Grundschwingung betrachten, welche durch die gleichzeitig auftretenden Neben- oder Oberschwingungen deformiert wird. Diese Anschauungsweise entspricht einer Analogie mit der bekannten akustischen Erscheinung, dass die Klangfarbe eines Tones durch die dem Grundtone beigesellten Obertöne modifiziert wird.

In den Wechselstrommaschinen giebt es drei Ursachen für die Deformation der Sinuslinie, wenn die Geschwindigkeit der Rotation des bewegten Armatur- oder Magnetfeldes derselben innerhalb einer Periode als konstant angesehen werden kann. Diese Ursachen sind die Wechselwirkung zwischen Armatur- und Magnetfeld, die Form der periodischen Variation des Koëffizienten der gegenseitigen Induktion zwischen beiden un

die Inkonstanz der Koëffizienten der Selbstinduktion der Armatur und des Feldes.

Um die Betrachtungen zu vereinfachen, werden wir nach Boucherot's[1]) Vorgang jeden der Einflüsse gesondert betrachten. Die Zeichen und Sprache der höheren Mathematik werden wir auch hier leicht vermeiden können; unvermeidlich aber ist es, dass dieses Kapitel mathematischer im Inhalte wird als irgend eins der früheren.

2. Wechselwirkung zwischen Armatur und Feld.

Zum Studium dieser Wechselwirkungen setzen wir eine Maschine voraus, deren Armatur- und Magnetkreis konstante Selbstinduktionskoëffizienten L_a und L_m besitzen und deren E. M. K. bei Leerlauf sinusförmig verläuft. Wenn dann J_0 die Intensität des konstanten Erregerstromes bei Leerlauf, N_0 die maximale Kraftlinienzahl, ω die Geschwindigkeit der Kraftlinienänderung bedeuten, kann die E. M. K. bei Leerlauf ausgedrückt werden durch

$$E_1 = N_0 \cdot \omega \sin \omega t = J_0 \cdot m_0 \omega \sin \omega t \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

wo $m_0 = \frac{N_0}{J_0}$ der Maximalwert des sinusförmig verlaufenden Koëffizienten der gegenseitigen Induktion ist. Wird der Stromkreis der Armatur geschlossen, so gestattet die Impedanz

$$X_a = \sqrt{R_a^2 + L_a^2 \omega^2}$$

desselben die Entstehung eines Stromes

$$J_1 = \frac{E_1}{X_a} \sin (\omega t - \varphi_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

dessen Verschiebung φ_1 gegeben ist durch

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_a \omega}{R_a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Dieser Strom, der selbst sich mit der Geschwindigkeit ω ändert, ruft in dem Stromkreise der Magnete eine E. M. K. E_2 und einen Strom J_2 hervor, welche gegeben sind durch

$$E_2 = J_1 \cdot m_0 \omega \sin\left(2 \omega t - \varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) \quad . \quad . \quad 6)$$

und

$$J_2 = E_2 \sin\left(2 \omega t - \varphi_1 - \varphi_{2,1} - \frac{\pi}{2}\right) \quad . \quad . \quad 7)$$

worin

$$\operatorname{tg} \varphi_{2,1} = \frac{2 \omega L_m}{R_m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

[1]) P. Boucherot, Lum. él. 47, p. 551 und 48, p. 206, 1893.

Der Strom J_2 hat die doppelte Periode des Grundstromes J_1, entspricht also der Oktave desselben; er superponiert sich dem konstanten Erregerstrome J_0, macht also den gesamten Erregerstrom undulierend und wirkt auf den Armaturkreis zurück, indem er dort eine E. M. K. E_s und einen Strom J_s

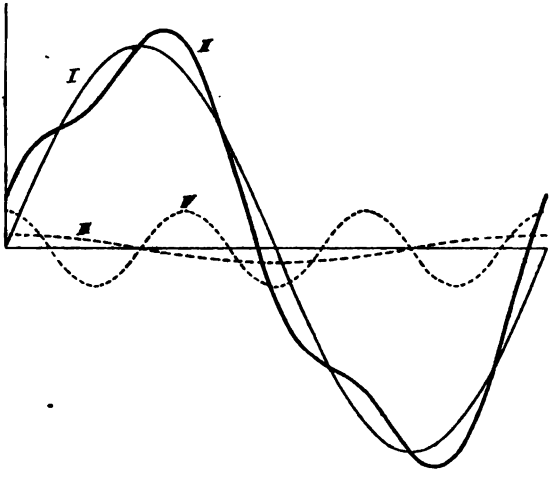


Fig. 216. E. M. K. einer Maschine mit altern. Polen ohne Selbstind. im Anker: für konstante Spannung.

erzeugt. Die Ausdrücke für diese E. M. K. und den ihr entsprechenden Strom müssen aus zwei Gliedern bestehen, da sowohl die jetzt betrachtete Komponente J_2 des Erregerstromes als auch die Kraftlinienzahl pro Stromeinheit m periodisch veränderlich sind. Es ist also

$$E_s = \frac{J_2 \cdot m_0 \omega}{2} \sin(\omega t - {}_1 - \varphi_{2,1} - \pi) +$$

$$+ \frac{3 J_2 \cdot m_0 \omega}{2} \sin(3 \omega t - \varphi_1 - \varphi_{2,1} - \pi) \quad . \quad 9)$$

und $$J_s = \frac{J_2 \cdot m_0 \omega}{2 \sqrt{R_s^2 + L_s^2 \omega^2}} \sin(\omega t - \varphi_1 - \varphi_{2,1} - \varphi_{s,1} \pi) +$$

$$+ \frac{3 J_2 m_0 \omega}{2 \sqrt{R_s^2 + 9 L_s^2 \omega^2}} \sin(3 \omega t - \varphi_1 - \varphi_{2,1} - \varphi_{s,2} - \pi) \; 10)$$

worin $$\operatorname{tg} \varphi_{s,1} = \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_s \omega}{R_s} \text{ und } \operatorname{tg} \varphi_{s,2} = \frac{3 L_s \omega}{R_s} \quad . \quad 11)$$

Führt man die Überlegung weiter, so erkennt man, dass jeder paarige Ausdruck der Fourier'schen Reihe, welcher als Strom

$$J_n = A \sin (n \omega t - \varphi_n) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

im einen Stromkreise wirkt, im anderen Kreise als E. M. K. die zwei benachbarten unpaarigen Ausdrücke erzeugt.

$$E_{n+1} = \frac{A m_0 \omega}{2} \left[(n+1) \sin \left((n+1) \omega t - \varphi_{n+1} - \frac{\pi}{2} \right) + \right.$$

$$\left. + (n-1) \sin \left((n-1) \omega t - \varphi_{n-1} - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad 13)$$

Daraus ergiebt sich, dass bei den betrachteten Maschinen mit alternierenden Polen die E. M. K. und der Strom im Armaturkreise nur unpaarige, jene im Magnetkreise nur paarige Ausdrücke enthalten können. Dieses Verhalten wird durch das

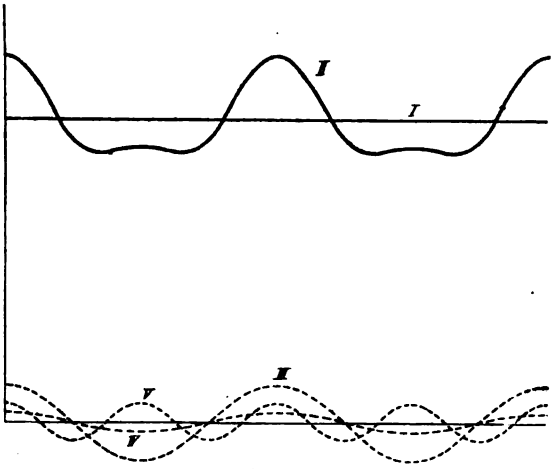


Fig. 217.

I. Erregerstrom bei Leerlauf.
II. „ „ „ Belastung.
III, IV, V. Komponenten von II.
} für die Maschine ohne Selbstinduktion.

Vorhandensein der Hysteresis etwas beeinflusst, doch macht sich der Einfluss derselben bei den Ausdrücken mit 2 ω und 3 ω kaum bemerkbar. Und gerade diese sind es, die bei den guten Wechselstrommaschinen für Magnete oder Armatur in Betracht kommen. Es werden also in der Armatur die Grundschwingung (ω), die Quinte ihrer Oktave (3 ω) und die Terz der doppelten Oktave (5 ω), in den Magneten die Oktave (2 ω),

die doppelte Oktave (4 ω) und die Quinte der doppelten Oktave (6 ω) vorhanden sein.

Der experimentelle Nachweis des undulierenden Charakters des Erregerstromes ist leicht dadurch möglich, dass man das Ampèremeter des Erregerkreises bei langsamer Drehung der Maschine beobachtet; wenn die Schwingungsperiode desselben klein genug ist, erkennt man deutlich, dass der Zeiger desselben mit der doppelten Periodenzahl schwingt.

Der Einfluss der Ausdrücke mit 2 ω und 4 ω in den Magneten und mit 3 ω und 5 ω in der Armatur ist in den Figuren 216 –219 dargestellt, von welchen sich die ersten zwei auf eine Maschine mit nahezu eisengeschlossenem magnetischen Kreise, die letzten zwei auf eine Maschine ohne Eisen in der Armatur beziehen. Die Figuren entsprechen ziemlich genau thatsächlichen Maschinen, nur dass im Interesse des deutlicheren

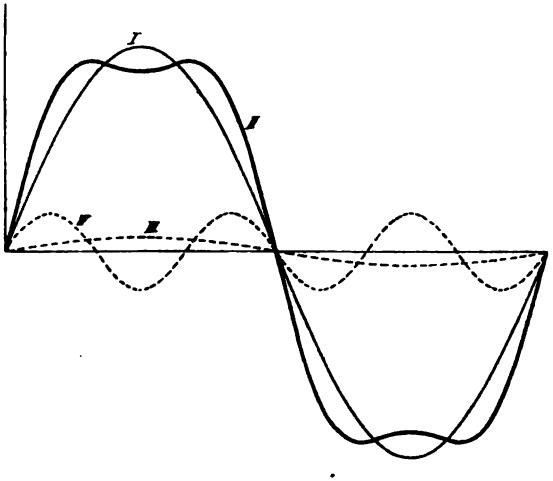


Fig. 218. E. M. K. einer Maschine mit altern. Polen mit sehr grosser Selbstind. im Anker: für konstanten Strom.

Hervortretens der Deformationen der Selbstinduktionskoëffizient der Magnete, $\lambda = 4$ Henry, etwas zu klein gewählt wurde. Vorausgesetzt sind ferner $J_0 = 10$ Ampère, $m = 0{\cdot}2$ Henry, $\omega = 2\pi p = 500$, $E_1 = 1000$ Volt, $J_1 = 20$ Ampère, also $\sqrt{R_a^2 + L_a^2 \omega^2} = 40$ (in 10^9 cs^{-1} Einheiten). Der letzten Bedingung entsprechen die Grenzfälle $R_a = 40$ Ohm und $L_a = 0$, oder $R_a = 0$ und $L_a = 40$ Henry. In diesen beiden Fällen

sind die Koëffizienten der ersten Ausdrücke sehr wenig voneinander verschieden, doch weichen die Werte von φ_1 und φ_3 um $\frac{\pi}{2}$ voneinander ab; es ist nämlich angenähert in beiden Fällen

$$J_0 = 10 \quad J_1 = 25 \quad J_3 = 1{\cdot}25 \quad \text{und} \quad \varphi_2 \cong \varphi_4 \cong \frac{\pi}{2}$$

aber $\varphi_1 = \varphi_3$ im ersten Falle $= 0$, im zweiten Falle $= \frac{\pi}{2}$.

Im ersten Falle (Fig. 217 und 218) besitzen Armaturstrom und Spannung gleiche Form, weil keine Selbstinduktion vorhanden ist; die Nebenschwingungen lassen in diesem Falle die Kurve

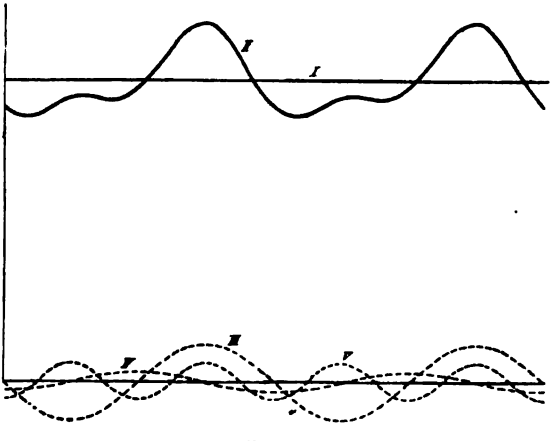


Fig. 219.

I. Erregerstrom bei Leerlauf.
II. „ „ voller Belastung.
III, IV, V. Komponenten von II.
} für die Maschine mit grosser Selbstinduktion

der E. M. K. bei Vollbelastung zugespitzt erscheinen (II, Fig. 217) und verleihen dem Erregerstrome (II, Fig. 218) und der ihm entsprechenden Kurve der totalen Kraftlinienströmung abgeflachte Form. Im zweiten Falle, wo infolge des Aufwandes einer sehr hohen Selbstinduktion der mittlere Strom für konstante E. M. K. und variablen Widerstand innerhalb gewisser Grenzen konstant gehalten wird, würde die Kurve desselben sich ziemlich genau einer Sinuslinie anschmiegen, würde aber infolge seiner Verschiebung gegen die E. M. K., statt abgeflacht, etwas zugespitzt erscheinen; denn die Selbstinduktion übt den grössten Einfluss

auf die Komponenten mit höherer Winkelgeschwindigkeit (3 ω, 5 ω . . .) aus und gleicht somit die Deformation der E. M. K.-Kurve etwas aus. Die letztere erscheint hier abgeflacht, weil φ_1 und $\varphi_3 = \frac{\pi}{2}$ sind; dementsprechend aber sind die Kurve des undulierenden Erregerstroms und die ihr entsprechende Kurve der gesamten Kraftlinienströmung zugespitzt. Auf den Einfluss der Gestalt dieser Kurven werden wir später zurückkommen.

3. Form des Koëffizienten der gegenseitigen Induktion.

Im Vorhergehenden haben wir uns den Verlauf des Koëffizienten m sinusförmig gedacht und die Wechselwirkungen zwischen Armatur und Feld ins Auge gefasst. Jetzt vernachlässigen wir die letzteren und betrachten nur jene Ausdrücke, welche durch die wahre Form von m eingeführt werden.

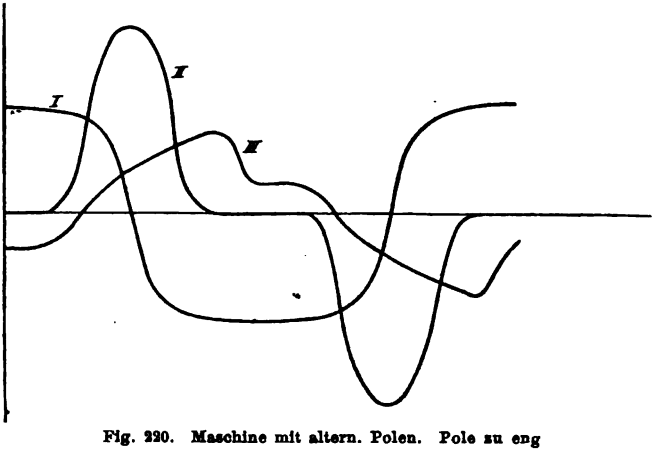


Fig. 220. Maschine mit altern. Polen. Pole zu eng
I. Koëffizient m.
II. E. M. K.
III. Strom.

Der periodische Verlauf von m hängt von Form und Entfernung der polaren Massen ab. Wenn wir wieder uns auf Maschinen mit alternierenden Polen beschränken, so erstreckt sich die Dauer einer Periode von einem Polstück zum zweitfolgenden. Bei der Darstellung werden also auch die deformierten Linien noch symmetrisch gegen die der Axe des mittleren Polstückes entsprechende Nulllinie gelegen sein. Sind die Ent-

fernungen der Polmassen grösser als die Breite der Armaturspulen, so genügt die zugespitzte Kurve von m der Beziehung

$$m = m_0 (a \cos \omega t + b \cos 3 \omega t) \quad . \quad . \quad . \quad 14);$$

sind die Entfernungen kleiner als die Spulenbreite, so entspricht die abgeflachte Kurve von m der Gleichung

$$m = m_0 (a \cos \omega t - b \cos 3 \omega t) \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

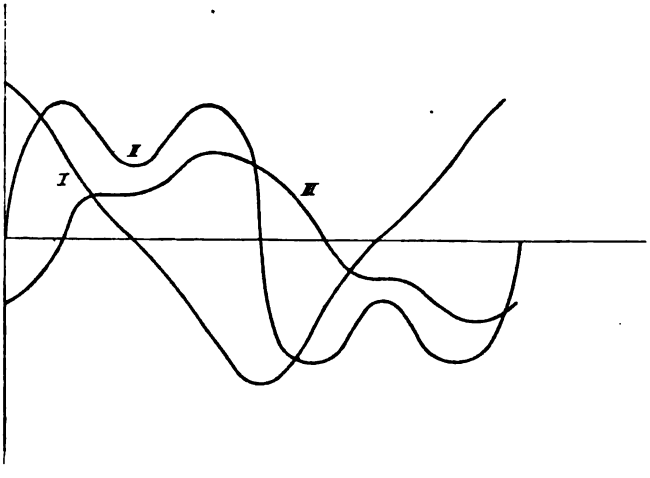


Fig. 221. Maschine mit alt. Polen. Pole zu weit.
I. Koëffizient.
II. E. M. K.
III. Strom.

worin a und b positive Werte bedeuten. Diesen Formeln entspricht eine E. M. K.

$$E = J_0 \cdot m_0 \omega (a \sin \omega t \mp b \sin 3 \omega t) \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

welche, wie auch die Figuren 220 und 221 erkennen lassen, noch stärker deformiert ist als der Koëffizient. Dabei entspricht der spitzen Gestalt der einen Kurve die abgeflachte der anderen[1]). Wenn keine Selbstinduktion vorhanden ist, decken sich natürlich die Kurven der E. M. K. und des Stromes; ist aber der Armaturkreis mit Selbstinduktion behaftet, so ist der Strom

$$J_1 = J_0 \cdot m_0 \omega \left[\frac{a \sin (\omega t + \varphi_1)}{\sqrt{R_a^2 + L_a^2 \omega^2}} - \frac{3 b \sin (3 \omega t + \varphi_2)}{\sqrt{R_a^2 + 9 L_a^2 \omega^2}} \right] \quad 17)$$

[1]) Vergleiche C. Feldmann, Centrbl. f. El. 12, p. 87. Tobey u. Walbridge, El. World 16, p. 339. El. Zeitschr. 11, p. 633. W. B. Lewis, El., London, 28, p. 90. Lum. él. 47, p. 482.

wo $$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{L_a\,\omega}{R_a} \text{ und } \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{3\,L_a\,\omega}{R_a} \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

Der Einfluss der relativen Grösse der Polentfernungen und Armaturspulenbreiten ist von G. Kapp[1]) rechnerisch und von

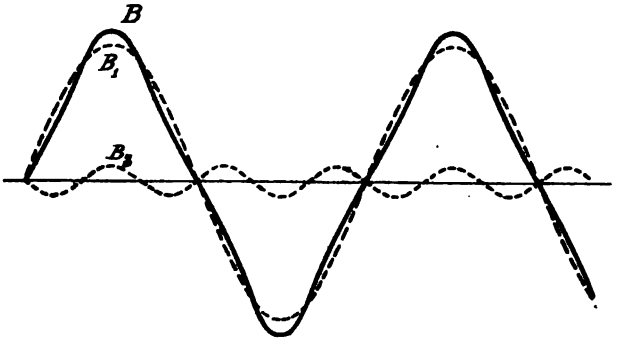


Fig. 221. Kurve des Feldes einer Maschine mit alt. Polen.

W. B. Lewis experimentell untersucht worden. Die folgenden Figuren 222 und 223 zeigen die von Neustadt an einer Ver-

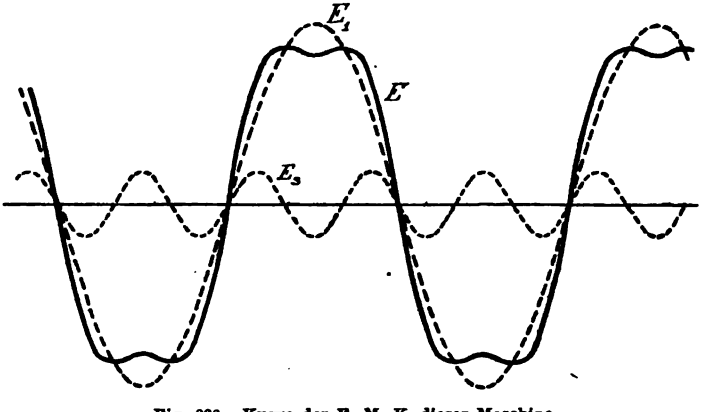


Fig. 223. Kurve der E. M. K. dieser Maschine.

suchsdynamo des Ganz'schen Typus 1889 erhaltenen Resultate; die Kurve des Magnetismus verläuft spitz, jene der E. M. K. erscheint abgeflacht.

---

[1]) Gisbert Kapp, El. Wechselströme, Deutsch von H. Kauffmann, p. 68.

4. Einfluss des Eisens [1]).

In den Maschinen mit stark entwickelten Polformen, deren Armaturspulen Eisen enthalten, variiert im allgemeinen der Selbstinduktionskoëffizient der Armatur wegen der wechselnden Permeabilität des Armatureisens und des Interferrikums. Die erstere Ursache tritt nur in Maschinen mit nahezu eisengeschlossenem Kreise auf, deren Induktion ziemlich hoch liegt; der Selbstinduktionskoëffizient wird dabei seinen niedrigsten Wert dann erreichen, wenn die Stromstärke und somit auch die Induktion ihren maximalen, die Permeabilität ihren minimalen Wert besitzen. Da aber die Induktion mit Rücksicht auf Hysteresis- und Wirbelstromverluste nur bis zu niedrigen Werten gebracht werden kann und da die Permeabilität des weichen Eisenblechs zwischen $B = 2000$ und $B = 10000$ nur wenig variiert, kann diese Ursache bei Maschinen praktisch vernachlässigt werden.

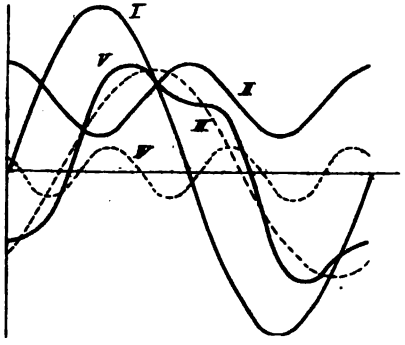


Fig. 224. Deform. Einfluss der Variation an L_a.
I. E. M. K.
Selbstind. Koëff, L_a
III, IV. Kompon. des Stromes.
V. Strom.

Die Änderung des magnetischen Widerstandes des Interferrikums kommt dadurch zu stande, dass bei Annäherung der Pole an das Armatureisen die Induktionslinien den Polen voreilen, bei Entfernung derselben ihnen folgen, während sie bei Maschinen ohne Eisenkerne in den Armaturspulen im Raume nahezu feststehen. Wenn die E. M. K. der Maschine sinusförmig verläuft

$$E = E_1 . \sin \omega t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1a)$$

lässt sich der Einfluss des wechselnden magnetischen Widerstandes des Interferrikums dadurch darstellen, dass man den Koëffizienten

$$L_a = l_0 + l_2 \cos 2 \omega t + l_4 \cos 4 \omega t + \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

setzt. Die Variation von L_a vermag offenbar nur den Strom zu beeinflussen; aber sie wird selbst bei sinusförmig verlaufender

[1]) P. Boucherot, Lum. él. 48, p. 206.

E. M. K. den Strom derart deformieren, dass er ausser der Grundschwingung (ω) die ungeraden Nebenschwingungen (3ω, 5ω . . .) enthält. Die nebenstehende Figur 224 zeigt den Sonderfall, dass $R_a = \omega l_0 = 2\omega l_2$ ist und L_a 50% ober- und unterhalb seines Mittelwertes variiert.

Bei Transformatoren kommt nur die erste Ursache in Betracht, weil der magnetische Kreis derselben entweder fast ganz aus Eisen oder fast ganz aus Luft besteht und ein Interferrikum mittlerer Grösse in der Regel nicht vorhanden ist. Nur bei Drosselspulen gelangt ein solches mitunter zur Verwendung.

Besteht der magnetische Kreis, wie bei kernlosen oder magnetisch offenen Transformatoren, aus einem Medium von konstanter Permeabilität, so entspricht einer sinusförmig verlaufenden E. M. K. ein ebenso gestalteter Strom. Sobald aber der Transformator eisengeschlossen ist, wird der Strom wegen der innerhalb einer Periode variierenden Permeabilität und wegen der Hysteresis deformiert sein. Lässt man für einen Moment die Hysteresis ausser Betracht, so erkennt man, dass die Kurve des Stromes bei niedriger Induktion nur etwas weniger steil ansteigt als zuvor und erst bei Annäherung an die Sättigung des Eisens die Gestalt der Kurve I, Fig. 225 annimmt. Sobald jedoch Hysteresis auftritt, wächst die durch die Kurve des Stromes begrenzte Fläche und nimmt die Verschiebung zwischen dieser Kurve und jener der E. M. K. ab. Die Änderung in der Gestalt der Stromkurve hängt, ausser von der Grösse der Hysteresisfläche, von dem Verlaufe der Hysteresiskurve und insbesondere von der Grösse des remanenten Magnetismus ab; die Stromkurve wird deshalb für Weicheisen (Kurve II, Fig. 225) weniger deformiert als für harten Stahl (Kurve III, Fig. 225). Die

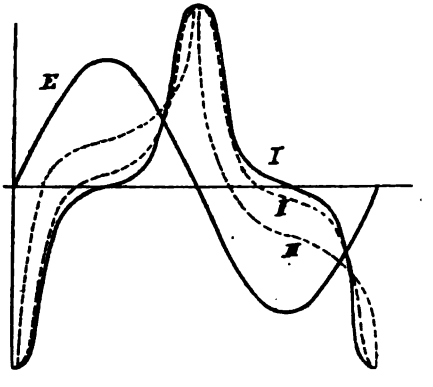


Fig. 225. Deform. Einfluss der Variation der Permeabilität.

E = E. M. K.
I = Stromkurve bei Weicheisen ohne Hysteresis.
II = „ „ „ mit „
III = „ „ Strom „ „

Kurven lassen erkennen, dass die ursprüngliche Sinuslinie um so mehr zu einer spitzen Kurve verzerrt wird, je höher die Sättigung und je geringer die Qualität des Eisens sind.

5. Die Zerlegung der harmonischen Kurven

in ihre Komponenten mit den Winkelgeschwindigkeiten ω, 3ω, 5ω für die Armatur und 2ω, 4ω . . . für die Magnete einer Wechselstrommaschine mit alternierenden Polen kann entweder mittels besonderer, den Integraphen und Planimetern verwandten Apparaten oder auf rechnerischem Wege vorgenommen werden. Solche Apparate sind von Boucherot[1]) und Sharp und Henrici[2]) beschrieben worden. Prof. Perry[3]) hat ausserdem eine einfache Methode angegeben, um eine periodisch variierende, beliebig deformierte Kurve in ihre Komponenten zu zerlegen. Diese Methode erfordert zwar umständliche Rechnungen vermeidet aber die Sprache und Methoden der höheren Mathematik und kann am besten durch ein Beispiel erläutert werden.

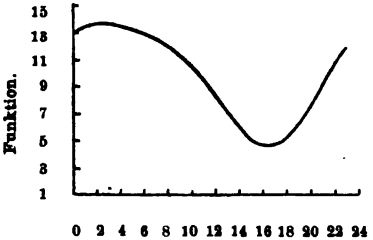


Fig. 226.

Gegeben sei eine periodische Funktion F von der in Fig. 226 dargestellten Gestalt, deren Werte in jedem Vierundzwanzigstel einer ganzen Periode die folgenden sind:

Tabelle I.

Zeit	Wert von F	Zeit	Wert von F
0	13·3660	12	8·3660
1	14·0355	13	6·9645
2	14·3300		5·6700
3	14·3295	15	4·6705
4	14·1340	16	4·1330
5	13·8295	17	4·1705
6	13·4640	18	4·8030
7	13 0355	19	5·9645
8	12·5000	20	7·5000
9	11·7940	21	9·3940
10	10·8660	22	10·8660
11	9·7060	23	12·2940

[1]) P. Boucherot, Lum. él. 49, p. 252, 1893.
[2]) Sharp und Henrici, El. London 33, p. 544, 1894.
[3]) J. Perry, El. London 28, p. 362.

Nun lässt sich die Funktion darstellen durch die Reihe

$$F = A_0 + A_1 . \sin \omega t + B_1 \cos \omega t + A_2 \sin 2\omega t + B_2 \cos 2\omega t + \ldots \quad 19)$$

deren Koëffizienten A_0, A_1, B_1, A_2, B_2 ... zu finden sind. Hat man dieselben ermittelt, so kann man F auch in der bisher verwendeten Form

$$F = A_0 + F_1 \sin (\omega t + \varphi_1) + F_2 \sin (2 \omega t + \varphi_2) + \ldots \quad 20)$$

darstellen, in welcher die neuen Grössen F_1, F_2, φ_1, φ_2 sich durch die eben bestimmten Faktoren ausdrücken lassen. Es ist nämlich

$$F_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \qquad F_2 = \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \quad 21)$$

$$\text{und } \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{B_1}{A_1} \qquad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{B_2}{A_2} \text{ u. s. w.} \quad 22)$$

Zur Ermittelung von A_0, A_1, B_1 ... giebt Perry folgende Regel:

Man bilde eine neue Tabelle, deren erste und zweite Spalte die Zahlen der Tabelle I wiederholen und deren dritte Spalte die Werte von ωt in Graden enthält; der erste Wert dieser Tabelle ist 0^0, der letzte 345^0. Die folgenden Spalten enthalten die Werte des Sinus und Cosinus von ωt, $2\,\omega t$, $3\,\omega t$, $4\,\omega t$ ... und die Produkte dieser Werte und der Einzelwerte von F.

Tabelle II.

1	2	3		5	6	7	8	9	10	11
Zeit	F	ωt in °	$\sin \omega t$	F $\sin \omega t$	$\cos \omega t$	F $\cos \omega t$	$\sin 2\omega t$	F $\sin 2\omega t$	$\cos 2\omega t$	F $\cos 2\omega t$
0	13.3660	0	0.0000	0.0000	1.0000	13.3660	0 0000	0.0000	1.0000	13.3660
1	14.0355	15	0 2588	3.6324	0 9659	13.5569	0.5000	7.0177	0.8660	12.1543
2	14.3300	30	0 5000	7.1650	0.8660	12.4098	0.8660	12.4078	0.5000	7.1650
3	14.3295	45	0.7071	10.1324	0.7071	10 1324	1.000	14.3295	0.0000	0.000
4	14.1340	60	0.8660	12.2400	0.5000	7.0670	0.8660	12.2400	—0.5000	—7.0670
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	A_0			A_1		B_1		A_2		B_2

Dann ist A_0 der Mittelwert der 24 Zahlen in Spalte 2
A_1 » » » » » » » 5
B_1 » » » » » » » 7
A_2 » » » » » » » 9
B_2 » » » » » » » 11 u. s. w.

Die abgebildete Kurve (Fig. 226) ergab auf diese Weise die Gleichung

$$F = 10 + 5 \cdot \sin(\omega t + 30^0) - \sin(2\omega t - 60^0).$$

Das Verfahren ist zwar mühsam, weil man stets mit mehreren Dezimalen rechnen muss, wenn man die Werte einigermassen genau erhalten will; aber es ist einfach und mit jeder trigonometrischen oder logarithmischen Tafel durchführbar.

6. Kompensation der deformierenden Schwingungen.

Wenn wir auf analytischem oder graphischem Wege eine deformierte Kurve ableiten, erkennen wir, dass die abgeleitete Kurve stärker deformiert ist als die Grundkurve; und umgekehrt, wenn wir die gegebene Kurve als abgeleitete betrachten und zu ihr die Grundkurve ermitteln, ist diese weniger deformiert als die gegebene. Dieses Verhalten ist darauf zurückzuführen, dass bei Ableitung einer Fourier'schen Reihe sich eine neue Reihe ergiebt, bei welcher die Amplituden der einzelnen Ausdrücke um so mehr vergrössert werden, je höher die Periodenzahl des betreffenden Ausdruckes ist.

Wenn wir also mit einer stark deformierten E. M. K. einen nahezu oder ganz sinusförmigen Strom erzeugen wollen, müssen wir den Stromkreis so gestalten, dass die überwiegende Komponente der E. M. K. von der Änderung des Stromes abhängt. Denn dann wird die Kurve des Stromes weniger deformiert sein als jene der E. M. K. Als einfaches Mittel hierfür ist die Einführung der Selbstinduktion bekannt. Die E. M. K.

$$E = E_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + E_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \\ + \ldots E_n \sin(n\omega t + \varphi_n) + \ldots \quad 23)$$

wird in einem Stromkreise vom Widerstande R und Induktionskoëffizienten L einen Strom hervorrufen

$$J = \frac{E_1}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t + \varphi_1') + \\ + \frac{E_3}{\sqrt{R^2 + 9\omega^2 L^2}} \sin(3\omega t + \varphi_3') + \ldots \\ \ldots + \frac{E_n}{\sqrt{R^2 + n^2\omega^2 L^2}} \sin(n\omega t + \varphi_n') = J_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1') \\ + J_3 \sin(\omega t + \varphi_3') + \ldots J_n \cdot \sin(n\omega t + \varphi_n') \quad 24)$$

Hierin ist $\operatorname{tg} \varphi_n' = \dfrac{R \operatorname{tg} \varphi_n - n \omega L}{R + n \omega L \operatorname{tg} \varphi_n}$ . . . . . 25)

$\sqrt{R^2 + n^2 \omega^2 L^2}$ kann dann als Impedanz X_n für den n-ten Ausdruck aufgefasst werden.

Es werden sich also die Amplituden des n-ten und ersten Ausdruckes verhalten wie

$$\frac{J_n}{J_1} = \frac{E_n}{E_1} \cdot \frac{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{\sqrt{R^2 + n^2 \omega^2 L^2}} = \frac{E_n}{E_1} \cdot \frac{X_1}{X_n} \quad . . \quad 26)$$

und die maximale abgleichende Wirkung wird dann eintreten, wenn R gegen ωL vernachlässigbar ist; die Schwächung der Amplitude des n-ten Ausdrucks würde in diesem Falle $\frac{1}{n}$ betragen.

Hätten wir statt der positiven Selbstinduktion L die negative $-L = \frac{1}{\omega C}$ eingeführt, so wären die deformierenden Ausdrücke n-mal verstärkt worden gegenüber dem ersten Ausdrucke. Dies lässt sich auch deshalb voraussehen, weil bei Einführung einer Kapazität der Strom von der Änderung der E. M. K. abhängt, also stärker deformiert sein muss als diese. Selbstinduktion bewirkt also eine Schwächung, Kapazität bewirkt eine Erhöhung der deformierenden Ausdrücke; beide zusammen aber vermögen infolge einer Resonanzwirkung einen Ausdruck von bestimmter Periodenzahl auf Kosten der anderen zu erhöhen. Ein Stromkreis, der passend abgeglichene Selbstinduktion und Kapazität in Serie enthält, ergiebt für eine bestimmte Periodenzahl Resonanz und verstärkt den Ausdruck dieser Periodenzahl, indem er alle anderen Ausdrücke unterdrückt. Für die Grundschwingung tritt Resonanz ein, wenn

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L \quad . . . . . 27)$$

Der erste Ausdruck der Reihe des Stromes

$$J_1 = \frac{E_1}{R} \sin (\omega t + \varphi_1)$$

ist dann unabhängig von C und L. Der n-te Ausdruck aber ist

$$J_n = \frac{E_n}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2 \left(\frac{1}{n} - n\right)^2}} \sin (n \omega t + \varphi_n') \quad . . \quad 28)$$

wo $$\operatorname{tg}\varphi_n' = \frac{\left(\frac{1}{n\omega C} - n\omega L\right) + R\operatorname{tg}\varphi_n}{R - \operatorname{tg}\varphi_n\left(\frac{1}{n\omega C} - n\omega L\right)}$$

$$= \frac{\omega L\left(\frac{1}{n} - n\right) + R\operatorname{tg}\varphi_n}{R - \omega L\operatorname{tg}\varphi_n\left(\frac{1}{n} - n\right)} \quad \ldots\ldots 29)$$

und das Verhältnis der Amplituden des n-ten und ersten Ausdruckes,

$$\frac{J_n}{J_1} = \frac{E_n}{E_1}\,\frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2\left(\frac{1}{n} - n\right)^2}} \quad \ldots\ldots 30)$$

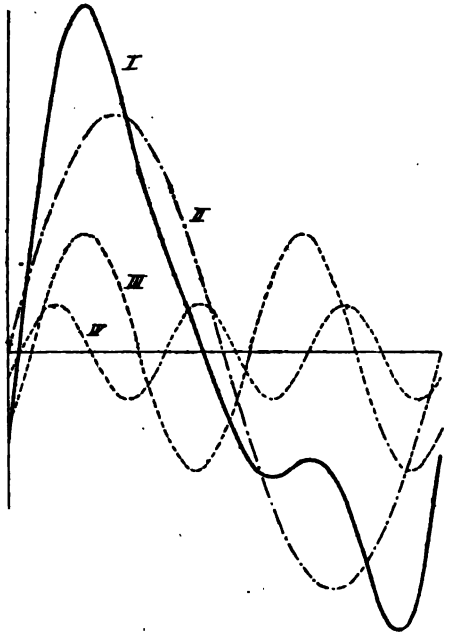


Fig. 227. I-Kurve der E. M. K. bei einer Maschine mit nicht altern. Polen.
II, III, IV Kompon. von I.

geht, sobald R klein ist gegen ω L, über in $\pm\frac{n R}{\omega L(1 - n^2)}$. Die Zufügung entsprechend abgeglichener Induktion und Kapazität genügt also, um ohne Änderung der Hauptschwingung alle deformierenden Schwingungen im Verhältnisse $\pm\frac{n R}{\omega L(1 - n^2)}$ abzuschwächen, dessen Wert beliebig der Null genähert werden kann. Nimmt man z. B.

L = 2 Henry, ω = 500, R = 10 Ohm,

so werden die Ausdrücke mit ω 2ω 3ω 4ω 4ω

[1]) A. Hess, Lum. él. 48, p. 501.

reduziert im Verhältnis $\frac{1}{1}\ \frac{1}{150}\ \frac{1}{267}\ \frac{1}{375} \ldots \pm \frac{1}{100} \cdot \frac{n}{1-n^2}$.

Figur 227 stellt graphisch Grundkurve und deformierende Kurven für den Fall dar, dass L = 2 Henry, ω = 500, R = 100 Ohm und eine Maschine vom Mordeytypus mit nicht alternierenden Polen gegeben ist. Die E. M. K. I dieser Maschine enthält ausser der Grundkurve II auch die Nebenschwingungen III und IV von doppelter und dreifacher Periode. Unter dem Einflusse dieser E. M. K. entsteht der abgeglichene Strom I, Fig. 228, dessen Komponenten II, III, IV sind.

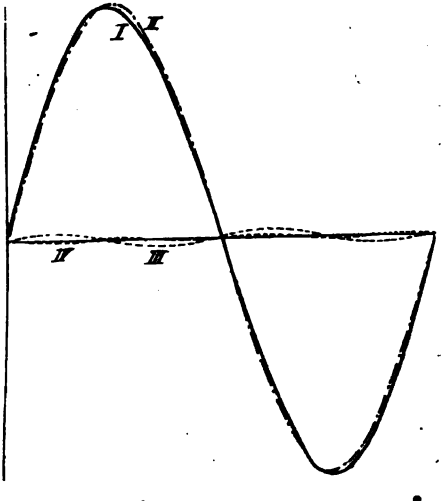


Fig. 228. I Strom dieser Maschine nach Kompensation der deform. Schwingungen durch Selbstind. II, III, IV. Komponenten von I.

Diesen Ableitungen haftet der Mangel an, dass sie ein Medium mit konstanter Permeabilität voraussetzen, dessen Induktionskoëffizient L konstant ist. Aber selbst dann sind alle auf Resonanzwirkungen beruhenden Abgleichungsmethoden nur für eine bestimmte Periode durchführbar. Bei geschickter Anwendung indessen kann man die bedeutendste Amplitude noch mehr verstärken, sodass die resultierende Kurve sich der Sinusgestalt nähert.

7. Einfluss der Deformation auf die von den Messinstrumenten angegebenen Mittelwerte.

Die von den Dynamometern und Cardewvoltmetern angegebenen Mittelwerte der resultierenden Ströme und Spannungen ergeben sich aus den einfachen Beziehungen

$$J = \sqrt{M(i^2)} = \frac{1}{2}\sqrt{J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 + \ldots} \qquad 31)$$

und

$$E = \sqrt{M(e^2)} = \frac{1}{2}\sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \ldots} \qquad 32)$$

in welchen nur die Amplituden der verschiedenen Komponenten enthalten sind. Wenn nun ein Cardew- oder elektrostatisches Voltmeter für eine sinusförmige und eine deformierte E. M. K. gleiche Ablenkung zeigt, werden die Wurzeln aus den Mittelwerten der Quadrate der Spannungen einander gleich sein müssen. Es wird also die Sinuslinie von der Amplitude E_0 in Bezug auf die mittlere Spannung der deformierten Linie äquivalent sein

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \ldots E_n^2}}{\sqrt{2}} \quad \ldots \quad 32a)$$

trotzdem ihr Maximalwert E_0 grösser oder kleiner sein wird als der Maximalwert E_{max} der deformierten Kurve, je nachdem letztere abgeflacht oder zugespitzt ist.

Der Wert des Stromes ergiebt sich für eine E. M. K. aus drei Gliedern zu

$$J = \frac{E_1}{X_1} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + \frac{E_3}{X_3}\sin(3\omega t + \varphi_3) + \frac{E_5}{X_5}\sin(5\omega t + \varphi_5)$$

Die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate kann also wieder durch eine äquivalente Sinuslinie ersetzt werden, deren Maximalwert J_0 grösser oder kleiner sein wird als jener J_{max} der Stromkurve, je nachdem diese abgeflacht oder zugespitzt ist.

$$\frac{J_0}{\sqrt{2}} = \frac{E_0}{R\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\frac{E_1}{X_1}\right)^2 + \left(\frac{E_3}{X_3^2}\right)^2 + \left(\frac{E_5}{X_5}\right)^2} \quad 31a)$$

Da nun bei sinusförmiger E. M. K. die Gleichung für den Strom

$$\frac{J'_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{E_1^2 + E_3^2 + E^5}{R^2}} \quad \ldots \quad 31b)$$

wäre, müssen die Angaben eines durch den Strom bethätigten Instrumentes für gleiche Werte der $\sqrt{M(e^2)}$ je nach den verschiedenen Formen der E. M. K. verschieden sein.

Technische Voltmeter mit Weicheisenkern und Dynamometer für Spannungsmessung werden also für gleiche Spannungen um so verschiedenere Angaben zeigen, je stärker die Impedanzen X_1, X_3, X_5 vom Widerstande abweichen und je grösser die Amplituden der Nebenschwingungen sind. Ein mit sinusförmigem Wechselstrom geaichtes Instrument wird für eine spitz verlaufende E. M. K. zu wenig, für eine flach verlaufende

E. M. K. zu viel anzeigen[1]). So war bei Ryan und Merritt für die spitzer als die äquivalente Sinuslinie verlaufende Kurve der primären Spannung

$$\frac{E}{E_{max}} = \frac{1064}{1450} = 0{\cdot}734 = \frac{1{\cdot}038}{\sqrt{2}}$$

für die flacher als die äquivalente Sinuslinie verlaufende Kurve des primären Leerstromes

$$\frac{J}{J_{max}} = \frac{0{\cdot}202}{0{\cdot}22} = 0{\cdot}65 = \frac{0{\cdot}92}{\sqrt{2}}.$$

Ein mit sinusförmigen Kurven geaichtes Voltmeter hätte also um 3·8% zu wenig, ein entsprechendes Ampèremeter hätte um 8% zu viel angezeigt. Es ist deshalb wichtig, dass technische Instrumente, insbesondere wenn sie Eisenkerne enthalten, nicht nur mit Wechselstrom entsprechender Periodenzahl, sondern auch mit Wechselstrom von entsprechendem Verlaufe geaicht werden.

Cardew-Voltmeter, Siemensdynamometer für stärkere Ströme und Elektrometer sind frei von beachtenswerten Fehlern für die praktisch vorkommenden Wechselstromkurven. Dasselbe gilt von Wattmetern um so vollkommener, je besser sie den an ein gutes Instrument zu stellenden Anforderungen genügen. Für einen Strom von der Form

$$J = J_1 . \sin(\omega t + \varphi_1) + J_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \ldots$$

und eine E. M. K. von der Form

$$E = E_1 . \sin(\omega t + \psi_1) + E_3 \sin(3\omega t + \psi_3) + \ldots$$

nimmt der Effekt die Gestalt

$$W = \frac{1}{2} [J_1 . E_1 \cos(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) + J_3 . E_3 . \cos(3\omega t + \psi_3 - \varphi_3) + \ldots] \quad 33)$$

Die Formeln für den Korrektionsfaktor eines Wattmeters sind von Stefan[2]) und H. F. Weber entwickelt worden; der letztere hat auch nachgewiesen, dass ein für Sinusstrom als gut bezeichnetes Wattmeter bei den praktisch vorkommenden Deformationen der periodischen Kurven richtige Werte des Effektes ergab.

[1]) Vergl. auch die Angaben von Roessler und Wedding, El. Zeitschr. 1894, p. 315 und Szapiro, El. Zeitschr. 1893, p. 466, 588.

[2]) Stefan, Off. Bericht Intern. El. Ausstellung Wien 1883, p. 207 und 208. E. Kittler, Handbuch d. Elektrot. 2, p. 138. H. F. Weber, Off. Bericht Intern. El. Ausstellung, Frankfurt a. M. 1891, 2. p. 362.

7. Einfluss der Deformationen auf Transformatoren.

Betrachten wir zunächst die Deformationen, welche bei sinusförmiger E. M. K. im Leerstrome auftreten. Der sinusförmigen E. M. K. entspricht eine ebenso gestaltete Kurve der gesamten Kraftlinienzahl oder des Magnètismus m (Fig. 229). Aus der zugehörigen Hysteresiskurve (Fig. 230) des Eisens kann dann für jeden Punkt von m der zugehörige Wert des

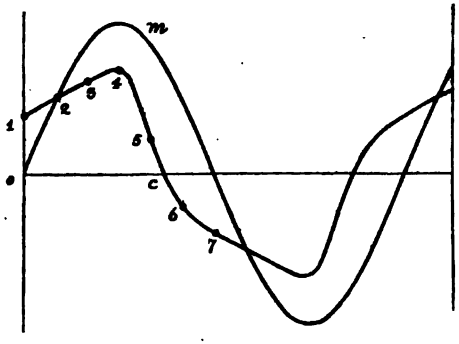


Fig. 229. Ermittelung des Leerstromes eines Transform. aus der Hysteresiskurve.

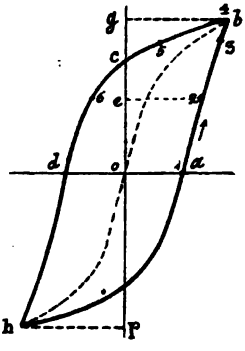


Fig. 230. Hysteresiskurve zu Fig. 229.

Erregerstromes ermittelt werden. Zu diesem Zwecke wählt man die Massstäbe und die Grenzen der Hysteresiskurve derart, dass ihr Maximum o g = — o h der Höhe und dem Werte nach übereinstimmt mit dem Maximum der Kurve m. Als Abscissen wählt man statt der magnetisierenden Kraft H in passendem Massstabe den Leerstrom $J_{g,o}$, dessen Wert $= 0{\cdot}8 \frac{H\,l}{n}$ ist. n bedeutet hierin die Zahl der Windungen, l die Länge der magnetisierenden Spule. Man entnimmt dann aus den beiden Kurven die entsprechenden Punkte 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 . . . als Ordinaten und trägt als Abscissen die aus der Hysteresiskurve entnommenen Abscissenwerte o 1, e 2 . . . mit entsprechendem Vorzeichen auf; die so erhaltene Kurve des Leerstromes $J_{g,o}$ schneidet die Abscissenaxe im Punkte c (Fig. 229) und zeigt den für Hysteresis und variable Permeabilität charakteristischen Verlauf. Die Zerlegung der Wirkung in diese beiden Ursachen ist leicht möglich, wenn man die Mittellinie h o b der Hysteresiskurve ermittelt und ihre Abscissenwerte zur Zeichnung der Kurve J_0 verwendet. Diese Kurve entspricht der Variation der Permeabilität und ist der

eigentliche wattlose oder Erregerstrom; die aus der algebraischen Summe der Einzelwerte von J_0 und $J_{g,o}$ abgeleitete Kurve $J_{n,o}$

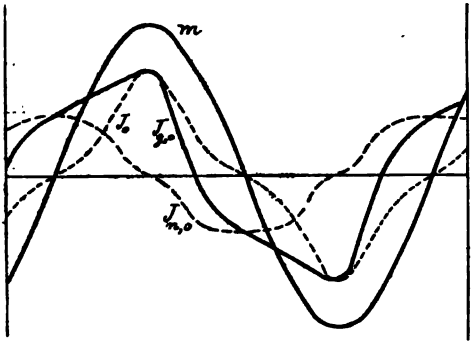


Fig. 231. Ermittelung der Komponenten des Leerstromes eines Transform.

entspricht der Hysteresis und ist der Wattstrom. Für die Beziehung zwischen den Strömen ist

$$J_{g,o} = \sqrt{J_0^2 + J_{n,o}^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 34)$$

Diese Trennung in zwei um 90^0 verschobene Komponenten lässt erkennen, dass Hysteresis zwar die Verschiebung zwischen E. M. K. und Leerstrom verringert und somit den Energieaufwand vergrössert, dass sie aber weder den Wert noch die Lage des Maximalwertes von $J_{g,o}$ verändert (Fig. 231).

Wenn die primäre E. M. K. nicht mehr sinusförmig, sondern deformiert ist, werden sich die Kurven des Magnetismus und der sekundären E. M. K. auf graphischem Wege leicht ableiten lassen. Hat man die Kurve des Magnetismus ermittelt, so kann man nach dem eben beschriebenen Verfahren aus dem entsprechenden Hysteresisdiagramme die Werte des Leerstromes für jeden Wert des Magnetismus entnehmen. Wenn die Sättigung des Eisens sehr weit getrieben ist, die Variationen der Permeabilität also sehr beträchtliche sind, wird die Kurve des Leerstromes eine ganz eigentümliche Gestalt annehmen. Fig. 232 stellt einen von Fortenbaugh & Sawyer beobachteten Fall dar, bei welchem

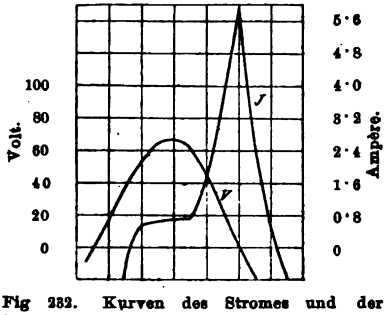


Fig 232. Kurven des Stromes und der Spannung einer Drosselspule mit gesättigtem Kern.

die Induktion B in einer aus feinem Drahte gewickelten Drosselspule bis auf 17800 Kraftlinien pro Quadratcentimeter getrieben war; ein Elektrodynamometer hätte als Mittelwert dieses Stromes J = 2·3 Ampère ergeben, während sein Maximalwert J_{max} = 5·9 Ampère war. Das Verhältnis $\frac{J}{J_{max}}$, das bei Sinusstrom 0·707 ist, war hier also nur 0·39.

Ryan und Merritt[1]) haben die von ihnen erhaltenen Kurven der Spannungen und Ströme (Fig. 233—235) der

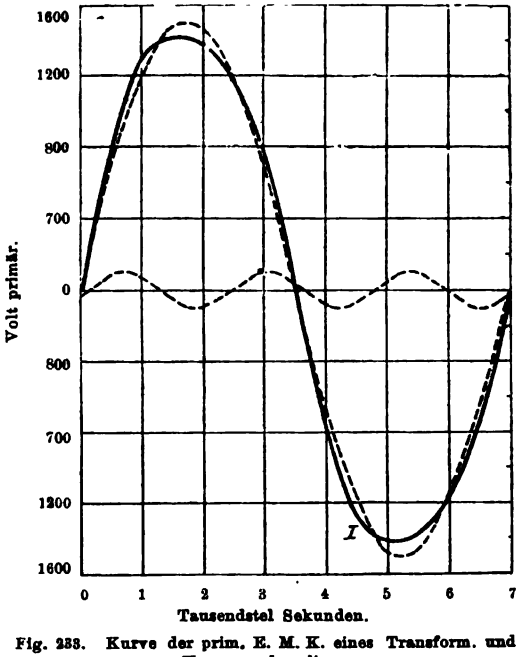


Fig. 233. Kurve der prim. E. M. K. eines Transform. und Kompon. derselben.

harmonischen Analyse unterworfen. Sie fanden dabei für die primäre und sekundäre E. M. K., deren Verlauf und Komponenten in Fig. 233 und 234 dargestellt sind, die Beziehungen

$E_{prim} = 1500 \sin(\omega t + 1^0\,40') + 103{\cdot}8 \sin(3\,\omega t + 15^0\,40')$ 35)

$E_{sek} = -76{\cdot}25 \sin(\omega t - 2^0) - 4{\cdot}8 \sin(3\,\omega t + 1^0\,10')$. 36)

Der primäre Leerstrom des betrachteten Transformators besass die in Fig. 235 dargestellte Form und enthielt drei

[1]) Vergl. Fleming, Altern. current Transf. Vol. II, p. 452 ff.

Komponenten, welche durch die punktierten Sinuslinien und die Glieder der folgenden Reihe ausgedrückt werden können.

$$J_{g,o} = 0{\cdot}196 \sin(\omega t - 49^0) + 0{\cdot}048 \sin(3\omega t - 76^0\,50') + \\ + 0{\cdot}016 \sin(5\omega t + 90^0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 37)$$

Da nun der Widerstand R_1 der primären Bewickelung bekannt war, konnte man aus der Kurve der E. M. K. (an den primären Klemmen) durch Subtraktion der Einzelwerte des Spannungsverlustes $V_1 = R_1 . J_{g,o}$ die Kurve der gegenelektromotorischen Kraft bestimmen, welche der Ableitung der Kurve der primären Gesamtinduktion (Fig. 236) entsprach. Wenn man in ähnlicher Weise für die sekundäre E.M.K. des belasteten Transformators vorging, so erhielt man eine Kurve für den Verlauf der sekundären Gesamtinduktion, welche wegen der Streuung nicht mit der Kurve der primären Gesamtinduktion zusammenfallen konnte. Durch Zusammenfassung der Einzelwerte beider Kurven war es möglich, den Verlauf der

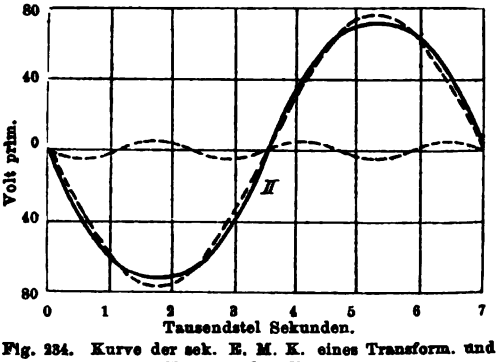


Fig. 234. Kurve der sek. E. M. K. eines Transform. und Kompon. derselben.

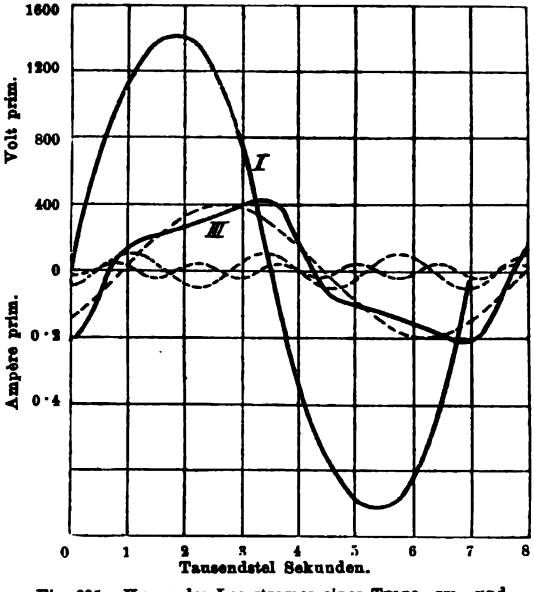


Fig. 235. Kurve des Leerstromes eines Trans rm. und Kompon. desselben.

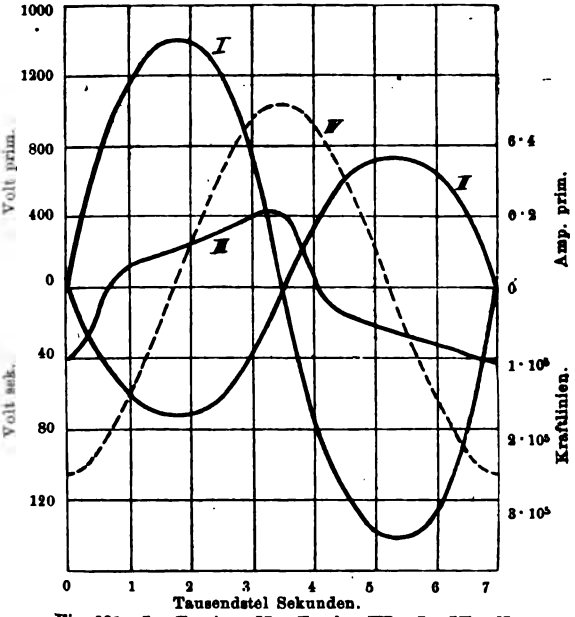


Fig. 236. I = E prim. II = E. sek. III = Ig. IV = N.

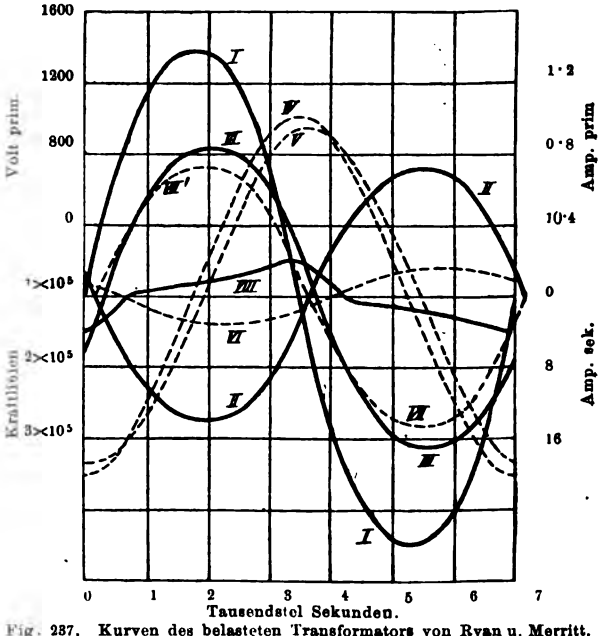


Fig. 237. Kurven des belasteten Transformators von Ryan u. Merritt.
I = E prim. II = T sek I11 = I prim IV = N prim. V = N sek.
VI = Streuung. VII = Wattkomp. v I prim. VIII = Erregerkomp. v. I prim.

magnetischen Streuung zu ermitteln (Fig. 237). Aus den gegebenen Kurven des primären und sekundären Stromes ergab sich die magnetisierende Komponente desselben durch Addition der Einzelwerte. Schliesslich war es aber auch möglich, durch eine Umkehrung des an Hand von Fig. 229 und 230 erläuterten Verfahrens aus den Werten der magnetischen Induktion oder gesamten Kraftlinienströmung und des Leerstromes die Hysteresiskurve des Transformatoreisens zu entwerfen (Fig. 238).

Sucht man aus den Gleichungen 35 u. 37 (nach Gleichung 33) den durch Hysteresis bewirkten Leerverlust zu bestimmen, so findet man

$$W = \frac{1}{2} \; (1500 \times 0{\cdot}196 \cos 50^0\, 40' + \\ + 103{\cdot}8 \times 0{\cdot}048 \cos 92^0\, 30') \cong 93 \text{ Watt} \quad . \quad . \quad 38)$$

während die direkte Beobachtung 95·7 Watt ergeben hatte.

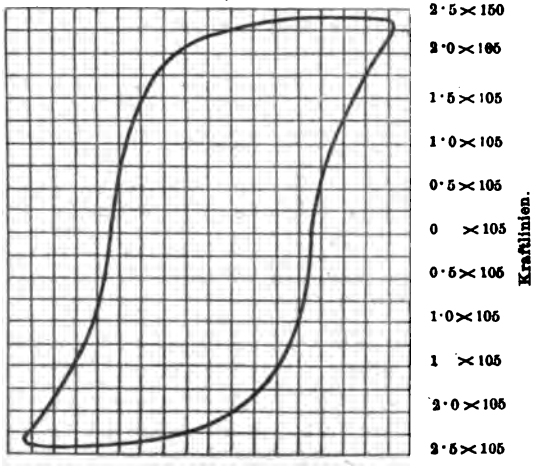


Fig. 238. Hysteresiskurve für den Transform. von Ryan und Merritt.

Versuchen wir nun zu ermitteln, welchen Wert der Kernverlust angenommen hätte, wenn statt der spitzen E. M. K. eine rein sinusförmige oder eine flache E. M. K.-Kurve angewandt worden wäre. Als letztere soll die Kurve Fig. 223 verwendet werden; zum Zwecke des Vergleiches setzen wir

dabei voraus, dass alle drei E. M. K. am elektrostatischen Voltmeter gleiche Ausschläge ergeben. Es werden dann

	die Mittelwerte			die Maximalwerte	
der spitzen E. M. K. . .	0·747	$E_{max'}$ =	1064 Volt;	$E_{max'}$ =	1450 Volt
» sinusförmigen E. M. K.	0·707	$E_{max''}$ =	1064 »	$E_{max''}$ =	1504 »
» flachen E. M. K. . . .	0·672	$E_{max'''}$ =	1064 »	$E_{max'''}$ =	1582 »

Die Maximalwerte der Induktion werden offenbar in diesen drei Fällen verschieden sein, und da die Hysteresisverluste nur von den Maximalwerten der Induktion abhängen, wird die spitze E. M. K. den kleinsten, die flache E. M. K. den grössten Kernverlust ergeben. Um ein angenähertes Bild über die Grösse der Unterschiede zu erhalten, kann man die maximale Induktion für jeden Fall ermitteln aus der Beziehung

$$B = \frac{10^8 \cdot E_{max}}{\omega \cdot n \cdot f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 39)$$

in welcher E_{max} die E. M. K. in Volt, f = den Querschnitt in Quadratcentimetern, n die Zahl der Windungen der magnetisierenden Spule bedeutet. Für den von Ryan und Merritt untersuchten Transformator war die primäre Windungszahl $n_1 = 675$, der Eisenquerschnitt = 63·3 *qcm*, $\omega = 2\pi \cdot 138 = 865$.

Daraus folgt

für die spitze	E. M. K.	B′ = 3850	und für die Kernverluste	$W_{Hyst.}$ = 96 Watt
» » sinusförmige	» » »	B″ = 4050		» » = 104 »
» » flache	» » »	B‴ = 4250		» » = 110 »

Die Deformation der Sinuslinie mag also für einzelne Zwecke, insbesondere für die mathematische Behandlung der Probleme und für den Betrieb von Induktions- oder Drehfeldmotoren unerwünscht sein; für den Betrieb grösserer Transformatorenanlagen aber giebt die Verwendung einer spitz verlaufenden E. M. K. den Vorteil verminderter Magnetisierungsarbeit und damit auch den Vorteil höheren Jahreswirkungsgrades. Die modernen, nahezu eisengeschlossenen Typen von Wechselstrommaschinen ergeben fast durchweg zugespitzt verlaufende E. M. K.-Kurven; der Vorteil, den dieselben gegenüber den Maschinen mit sinusförmiger E. M. K. darbieten, wird durch die folgenden von Steinmetz publizierten Messresultate bestätigt.

Steinmetz[1]) fand bei einem 200 Kilowatt-Transformator und bei 25 Perioden pro Sekunde einen Kernverlust von

[1]) Steinmetz, El. World 24, p. 278.

3300 Watt, wenn die E. M. K. sinusförmig, und von 2860 Watt, wenn sie spitz verlief. Der Unterschied zu Gunsten der spitzen Kurve betrug hier, wegen der eine besonders starke Deformation verursachenden geringen Periodenzahl 13 %. Bei einer Reihe von Messungen aus dem August 1891 ergab sich

für die Sinuswelle		für die spitze Welle		also eine Differenz von	
42·3	Watt,	38·6	Watt,	9·8	%
41.1	»	37·8	»	8·95	»
36·8	»	33·9	»	8·7	»
36·6	»	33·7	»	8·7	»

im Mittel 9 % zu Gunsten der spitzen Welle.

Hier mag noch ein Punkt berührt werden, der auch in ganz eigentümlicher Weise beleuchtet wird, sobald man die reine Sinuslinie verlässt, nämlich die Abhängigkeit des Kernverlustes von der Belastung.

Wenn die Wechselstromquelle so gross ist, dass die Belastung des untersuchten Transformators den Charakter ihrer E. M. K.-Kurve nicht zu ändern vermag, werden die Kernverluste für Leerlauf und Belastung vollkommen gleich sein. Wenn die ursprünglich bei Leerlauf flache Form der E. M. K.-Kurve der Wechselstrommaschine unter dem Einflusse der Belastung des Transformators etwas mehr sich der Sinuslinie nähert, wird der Kernverlust mit wachsender Belastung abnehmen; wenn die E. M. K. der Maschine ursprünglich zugespitzt verlief, unter dem Einflusse der Belastung des Transformators aber sich mehr der Sinuslinie nähert, wird der Kernverlust mit wachsender Belastung grösser werden. Für wissenschaftliche Untersuchungen muss dieser Punkt wohl in Betracht gezogen werden. Auch für die praktische Verwendung der modernen Wechselstrommaschinen hat er einige Bedeutung; diese Maschinen ergeben bei Leerlauf, also am Tage, eine spitz verlaufende E. M. K., welche sich mit steigender Belastung mehr der Sinusform nähert und bei starker Armaturreaktion sogar in die flache Form übergeht. Die Transformatoren einer mit solchen Maschinen versehenen Centrale werden also am Tage mit vermindertem Verluste arbeiten, gegen Abend aber wird der etwas erhöhte Verlust wegen der stärkeren Belastung jedes einzelnen Transformators weniger von Bedeutung sein; auch aus diesem Verhalten resultiert eine geringe Erhöhung des Jahreswirkungsgrades.

Wenn nun auch die Rücksichtnahme auf die Form der E. M. K. für die Verwendung der Transformatoren von Belang ist, so kann dieselbe doch für die Berechnung derselben ausser acht bleiben. Eine Veränderung des Hysteresisverlustes um 10 % entspricht einer Veränderung des Wirkungsgrades und Nutzstromes bei Vollbelastung um etwa 0·5—1 %; Fehler dieser Grössenordnung können aber schon mit Rücksicht auf die Ungenauigkeiten der Fabrikation und die Ungleichheit des Kernmaterials ausser Betracht bleiben. Ausserdem weiss der Konstrukteur eines Transformators nur in den seltensten Fällen, mit welcher E. M. K. derselbe später verwendet werden wird; er wird deshalb seine Transformatoren so berechnen, als ob Ströme und Spannungen sinusförmig verliefen.

Berechnung der Transformatoren.

1. Allgemeines.

Der Gang der Vorausberechnung ist ausserordentlich einfach, sobald man über die Wahl des Modells schlüssig ist und die Dimensionen des Eisengestells angenommen hat. Für die Wahl dieser Dimensionen giebt es wohl eine Reihe von Anhaltspunkten; feste Regeln sind dafür aber nicht aufstellbar. Als solcher Anhaltspunkt kann z. B. die Annahme einer abkühlenden oder ausstrahlenden Oberfläche von 30—40 *qcm* pro Watt Verlust angesehen werden. Abgesehen jedoch von den weiten Grenzen und von der Unsicherheit in der Schätzung der wirklich ausstrahlenden Fläche, muss diese Angabe für dauernd oder intermittierend betriebene Transformatoren, für Transformatoren mit überwiegendem Eisen- oder überwiegendem Kupferverlust ganz verschiedenen Endtemperaturen entsprechen. Man gelangt praktisch am ehesten zu einem brauchbaren Resultate, wenn man sich eine Reihe von Gestellen skizziert, sie durchrechnet und die Resultate kritisch überprüft. Bei einiger Erfahrung gelangt man auf diese Weise sehr rasch zum Ziele, besonders wenn man die Resultate graphisch aufträgt, oder wenn man sich an fertige Modelle anlehnen kann.

Hat man das Gestell angenommen, so wählt man die Induktion pro *qcm*, indem man Rücksicht auf die zulässige Grösse der Eisenverluste nimmt; dann berechnet man aus Induktion und Eisenquerschnitt die Zahl der erforderlichen primären und sekundären Windungen, bestimmt den Durchmesser oder Querschnitt derselben mit Rücksicht auf die zulässigen Werte der Erwärmung und des Spannungsverlustes, wählt die Bespinnungsdicke mit Rücksicht auf die erforderliche Isolation und sieht nach, ob der zur Verfügung stehende Wickelraum die Unterbringung der Windungen und Spulenhülsen gestattet. Ist derselbe zu klein oder zu gross, so verlängert oder verkürzt man das Gestell etwas. Dadurch jedoch hat man auch das

Eisenvolumen und bei konstant gebliebener Induktion den Kernverlust verändert, sodass eine Neurechnung erforderlich werden kann.

Transformatoren mit eisengeschlossenem Kreise.

Die E. M. K. einer Spule von n Windungen, aus welcher N_{max} Kraftlinien mit der Geschwindigkeit ω verschwinden, ist

$$E_{max} = n \,.\, N_{max} \,.\, \omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

in C. G. S.-Einheiten. Will man in Volt messen und statt des Maximalwertes E_{max} den am Voltmeter abgelesenen Mittelwert E einführen, so ist unter der Annahme sinusförmigen Verlaufes der E. M.K. (oder unter Einführung der äquivalenten Sinuslinie)

$$E = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}} = n \,.\, N_{max} \,.\, \omega \,.\, \frac{10^{-8}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}}\, p\, n N_{max} \,.\, 10^{-8}$$

$$= \pi \sqrt{2}\ p \,.\, n \,.\, N_{max}\, 10^{-8} \text{ Volt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

oder

$$0{\cdot}9\ E = 4\ p \,.\, n \,.\, N_{max} \,.\, 10^{-8} \text{ Volt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2a)$$

Zu derselben Gleichung kann man auch auf anderem Wege gelangen. Die gesamten Kraftlinien innerhalb der Spule entstehen zweimal und verschwinden zweimal während einer Periode; die mittlere E. M. K., deren Wert bei sinusförmigem Verlaufe 0·9 E ist, wird sich also bei p Perioden pro Sekunde darstellen lassen durch

$$0{\cdot}9\ E = 4\ p \,.\, n \,.\, N_{max} \,.\, 10^{-8} \text{ Volt} \quad . \quad . \quad . \quad 2a)$$

Besitzt die Spule f *qcm* Querschnitt und ist die maximale Kraftliniendichte

$$B_{max} = \frac{N_{max}}{f},$$

so geht die Gleichung 2a) über in die definitive Form

$$0{\cdot}9\ E = 4 \,.\, p \,.\, n \,.\, B_{max} \,.\, f \,.\, 10^{-8} \text{ Volt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

woraus

$$B_{max} = \frac{0{\cdot}9\ E \,.\, 10^{-8}}{4 \,.\, p \,.\, n \,.\, f} \text{ in C. G. S. Einheiten} \quad . \quad . \quad 4)$$

Zur Hervorrufung einer maximalen Induktion B_{max} ist eine magnetisierende Kraft erforderlich, deren Maximalwert

$$H_{max} = \frac{B_{max}}{\mu} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

sich aus den Magnetisierungskurven für das Eisen des Spulenkernes entnehmen lässt. Nun ist aber ferner

$$H_{max} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n \,.\, (J_0 \sqrt{2})}{l_m} \quad \ldots \ldots \quad 6)$$

wenn mit $(J_0 \sqrt{2})$ der Maximalwert des wattlosen Erregerstromes in Ampère, mit l_m die mittlere magnetische Länge bezeichnet wird. Daraus folgt für den vom Elektrodynamometer angegebenen Mittelwert des Erregerstromes[1])

$$J_0 = \frac{0{\cdot}8\, B_{max} \,.\, l_m}{\sqrt{2} \,.\, \mu \,.\, n} \quad \ldots \ldots \quad 7)$$

Die in dieser Gleichung enthaltene mittlere magnetische Länge ist von der mittleren geometrischen deshalb etwas verschieden, weil die Kraftliniendichte nicht über den ganzen Querschnitt f der Spule die gleiche ist. Bei einem Eisenkerne von ring-

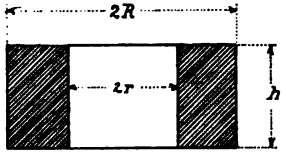


Fig. 239.

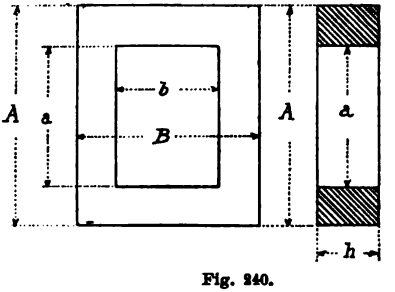


Fig. 240.

förmiger oder rechteckiger Gestalt werden sich die Kraftlinien gegen den inneren Umfang des Ringes oder Rechteckes etwas mehr zusammendrängen, weil an diesem Umfange auf die Längeneinheit eine grössere Zahl von Windungen, also eine höhere magnetisierende Kraft vorhanden sind. Für die zwei in Fig. 239 und 240 abgebildeten Kerne sind

---

[1]) Die mittlere magnetisierende Kraft ist nach 24) p. 356

$$H = 0{\cdot}9 \, \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n J_0}{l_m}$$

die mittlere magnetische Länge bei Fig. 239:

$$l_m = \frac{2\pi (R-r)}{\lg \text{nat} \frac{R}{r}} \quad \left.\begin{matrix} 2R = 40{\cdot}16 \\ 2r = 20{\cdot}08 \end{matrix}\right\} \; l_m = 91{\cdot}00 \text{ (p. 355)} \quad \ldots\ldots\ldots 8)$$

die mittlere geometrische Länge bei Fig. 239:

$$l_g \cdot \pi (R + r) \qquad l_g = 91{\cdot}20 \quad \ldots\ldots\ldots 8a)$$

die mittlere magnetische Länge bei Fig. 240:

$$= 2\left(\frac{A-a}{\lg \text{nat} \frac{A}{a}} + \frac{B-b}{\lg \text{nat} \frac{B}{b}}\right) \qquad \left.\begin{matrix} A = B = 20{\cdot}0 \\ a = b = 10{\cdot}0 \end{matrix}\right\} \; l_m = 58{\cdot}0 \quad \ldots 9)$$

die mittlere geometrische Länge bei Fig. 240:

$$= R\,(A + a + B + b) \qquad l_g = 60{\cdot}0 \quad \ldots\ldots 9a)$$

Die den Formeln beigefügten Zahlenbeispiele zeigen, dass im allgemeinen der Unterschied zwischen mittleren magnetischen und geometrischen Längen so klein ist, dass er bei praktischen Rechnungen vernachlässigt werden kann.

Dies ist umsomehr der Fall, als man bei den meisten Vorausberechnungen von Transformatoren den genauen Verlauf der Kurven der E. M. K. und der gesamten Kraftlinienströmung nicht kennt und somit nur im stande ist, den Erregerstrom angenähert zu bestimmen. Sind die periodischen Kurven für N oder B und die Hysteresiskurven des Eisens bekannt, so kann man nach dem auf p. 424 erläuterten Verfahren den Verlauf des Erregerstromes und daraus auch den vom Dynamometer angegebenen Mittelwert desselben bestimmen. Ist man aber gezwungen, den Verlauf der Kurve des Magnetismus anzunehmen, so genügt es, dass man sinusförmige Variationen von B voraussetzt und einen Mittelwert für die Permeabilität während einer Periode annimmt. Man umgeht dadurch die langwierige, teilweise graphische, teilweise rechnerische Ermittelung des auch bei sinusförmiger Kurve von B deformierten Erregerstromes, erhält aber trotzdem auch bei Transformatoren mit teilweise offenem magnetischen Kreise genügend genaue Resultate.

Fleming hat aus einer Versuchsreihe Ewing's für weiches Schmiedeeisen die empirische Beziehung

$$\mu = 5{\cdot}6\, B^{-1/3} \quad \ldots\ldots\ldots 11)$$

abgeleitet. Dieselbe bringt jedoch Komplikationen der Berechnung mit sich, welche zu der durch ihre Einführung ermöglichten Genauigkeit in keinem Verhältnis stehen. Es genügt bei bekannter Eisensorte, den Wert von μ bezw. von H aus der B-H-Kurve für den nach Gleichung 4) berechneten Maximalwert von B zu entnehmen und in Gleichung 7) einzusetzen; ist die B-H-Kurve nicht genau bekannt, so genügt es fast stets, μ zwischen 1000 und 2000 anzunehmen. Der Grund dafür liegt darin, dass bei eisengeschlossenen Transformatoren der Erregerstrom schon gegenüber der Hysteresiskomponente des Leerstromes klein ist und dass bei magnetisch teilweise offenen Transformatoren die Grösse des Erregerstromes fast ausschliesslich von den Dimensionen der Luftschliessung und fast gar nicht von jenen des Eisens abhängig ist.

Die »Wattkomponente« des Leerstromes ergiebt sich als Quotient aus dem durch Hysteresis- und Wirbelstromverluste, eventuell auch durch Kupferverluste bei Leerlauf bewirkten Energieaufwand W und der E. M. K. E

$$J_{n,0} = \frac{W}{E} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 12)$$

und der gesamte Leerstrom ist

$$J_{g,0} = \sqrt{J_0^2 + J_{n,0}^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 13)$$

Wie primärer und sekundärer Strom, Spannungsverlust, Wirkungsgrad und Effektfaktor für verschiedene Belastungen eines Transformators ermittelt werden können, ist im dritten Kapitel ausführlich erläutert worden. Auch sind die zur Ermittelung der Kupfer- und Eisenverluste erforderlichen Erwägungen und Beziehungen in Kapitel 3 § 2 eingehend behandelt worden. Hier mag deshalb nur noch eine Tabelle zur Ermittelung der Hysteresisverluste[1]) Platz finden.

B	$B^{1.6} \times 10^{-6}$	Werte von η . p. $B^{1.6}$. Vol. . 10^{-7} in Watt für p = 100 Perioden pro Sek. u. Vol. = 1000 *ccm* α = 0.002	= 0·003	= 0·004
1000	0·0631	1·262	1·893	2·524
1500	0·1206	2·412	3·618	4·824
2000	0·1913	3·826	5·739	7·652
2500	0·2732	5·464	8·196	10·928
3000	0·3659	7·318	10·977	17·636
3500	0·4684	9·368	14·052	18·736
4000	0·5800	11·600	17·400	23·200

[1]) Ch. S. Steinmetz, El. Zeitschr. 1892 p. 43.

B	$B^{1\cdot6} \times 10^{-6}$	Werte von η . p. $B^{1\cdot6}$. Vol. . 10^{-7} in Watt für p = 100 Perioden pro Sek. u. Vol. = 1000 *ccm*		
4500	0·7000	14·000	21·000	28·000
5000	0·8288	16·576	24·864	33·152
5500	0·9662	19·324	28·986	38·648
6000	1·1110	22·220	33·330	44·440
6500	1·2610	25·220	37·830	50·440
7000	1·4200	28·400	42·600	56·800
7500	1·5830	31·660	47·490	63·320
8000	1·7580	35·160	52·740	70·320
8500	1·9360	38·720	58·080	77·440
9000	2·1220	42·440	63·660	84·880
9500	2·3130	46·260	69·390	92·520
10000	2·5110	50·220	75·330	100·440
10500	2·7160	54·320	81·480	108·640
11000	2·9250	58·500	87·750	117·000
11500	3·1410	62·820	94·230	125·640
12000	3·3630	67·260	100·890	134·520

Die Werte dieser Tabelle sind, soweit sie bei eisengeschlossenen Transformatoren in der Regel in Betracht kommen, auch in Figur 241 dargestellt; diese Figur enthält ausserdem die

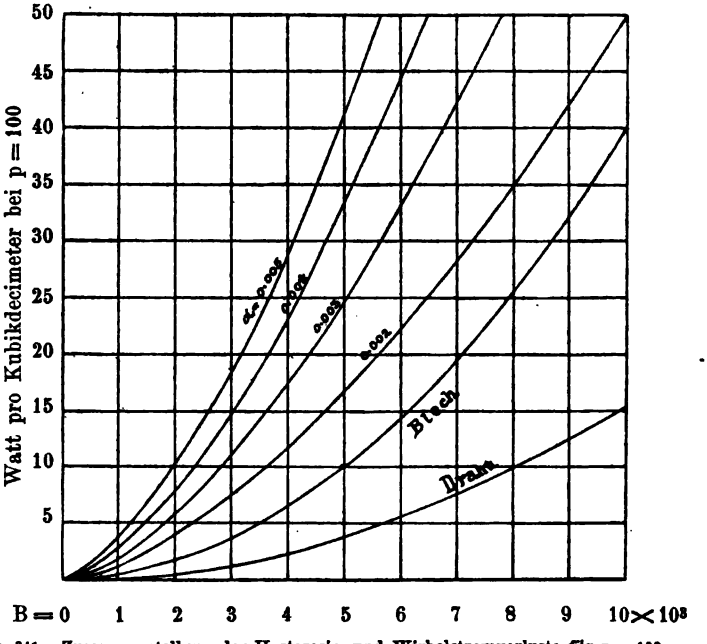


Fig. 241. Zusammenstellung der Hysteresis- und Wirbelstromverluste für p = 100 und verschiedene Werte von B.

Wirbelstromverluste für Eisenblech, bezw. Eisenband und Eisendraht. Sämtliche Verluste sind in Watt pro Kubikdecimeter Eisen für p = 100 Perioden (200 Polwechsel) pro Sekunde ausgedrückt; für die auf dem Kontinent meist gebräuchliche Zahl von p = 50 Perioden pro Sekunde ergeben sich also die Hysteresisverluste bei Division der Tabellen- oder Ordinatenwerte durch 2, die Wirbelstromverluste bei Division durch 4.

Bei der Ermittelung des Eisenvolumens (Vol.) ist der von der Isolation zwischen den Eisenblechen oder -Drähten eingenommene Raum zu berücksichtigen; der effektive Eisenquerschnitt und das effektive Eisenvolumen werden bei Blechen etwa 10—15%, bei Drähten 25—35% kleiner sein als die aus den geometrischen Dimensionen ermittelten Werte.

So waren bei den auf p. 355 und 356 angeführten Transformatoren die durch Ermittelung der Dimensionen und des Eisengewichts festgesetzten Werte der Volumenausnutzung 86% bei dem aus Blech und nur 66·7% bei dem aus Draht gebildeten Kerne. Je schlechter das Volumen ausgenutzt ist, desto höher steigen bei gleichen Dimensionen die Kernverluste und bei gleichen Kernverlusten die Kupfergewichte der Bewickelungen.

2. (Beispiel.) Transformatoren mit einfachem magnetischen Kreise.

Zur Erläuterung der geschilderten Verhältnisse möge ein dem auf p. 355 behandelten ähnlicher Ganz'scher Ringtransformator für 7500 Volt einer Nachrechnung unterzogen werden.

Die Daten dieses Transformators Nr. 1 (Fig. 242) waren:[1])

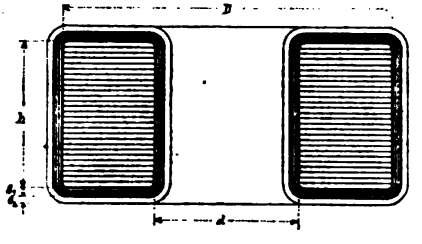


Fig. 242. Transformator nach Ganz & Co. Nr. 1.

Äusserer	Durchm.	des	Ringes	D = 400	*mm*
Innerer	»	»	»	d = 200	»
Höhe	»	»	»	h = 150	»

[1]) Vgl. hierüber auch Fleming, El., London 28, p. 654.

Zahl der prim. Windungnn $n_1 = 1080$ *mm*
» » sek. » $n_2 = 60$ »
Durchm. des nackten prim. Drahtes $d_1 = 1{\cdot}8$ »
» » » sek. » $d_2 = 6{\cdot}0$ »
Kerngewicht = 95 *kg*.

Der Transformator war für sekundär $E_2 = 105$ Volt und $J_2 = 75$ Ampère bestimmt und sollte von Wechselströmen mit $p = 42{\cdot}5$ Perioden pro Sekunde gespeist werden.

Das Volumen des Eisenkerns ergiebt sich als Quotient aus dem Kerngewichte und dem spezifischen Gewichte des verwendeten Bleches zu Vol. $= \frac{95000}{7{\cdot}8} = 12180$ *ccm*. Der effektive Eisenquerschnitt berechnet sich somit, bei einer mittleren geometrischen Länge des Eisenkerns $l_g = 94{\cdot}2$ *cm* zu

$$f = \frac{\text{Vol.}}{l_g} = \frac{12180}{94{\cdot}2} = 130 \text{ } qcm.$$

Daraus folgt für den Maximalwert der Kraftliniendichte

$$B_{max} = \frac{0{\cdot}9\ E_{G,2}\ .\ 10^8}{4\ .\ pf\ .\ n_2} = \frac{0{\cdot}9 \times 105 \times 10^8}{4 \times 42{\cdot}5 \times 130 \times 60} = 7126.$$

Für diese Induktion beträgt
der Hysteresisverlust

$$W_{Hyst} = \alpha\ .\ B^{1{\cdot}6}\ .\ p\ .\ \text{Vol.}\ 10^{-7} = 0{\cdot}00245 \times (71{\cdot}60)^{1{\cdot}6} \times 42{\cdot}5 \times 12180 \times 10^{-7} = 185{\cdot}3 \text{ Watt}$$

der Wirbelstromverlust

$$W_{Foue} = \left(\frac{B \times p\ .\ B}{2{\cdot}5 \times 10^6}\right)^2 \text{Vol.} = \left(\frac{0{\cdot}5 \times 42{\cdot}5 \times 7126}{2{\cdot}5 \times 10^6}\right)^2 \times 12180 = 42{\cdot}7 \text{ Watt}$$

der gesamte Leerverlust also $W_{Hyst} + W_{Foue} = W = 228$ Watt.

Da die primäre Windungszahl achtzehnmal grösser ist als die sekundäre, wird die primäre E. M. K.

$$E_{G,1} = 18 \times 105 = 1890 \text{ Volt sein.}$$

Die primäre Klemmenspannung E_1 muss höher sein als dieser Wert, wenn die sekundäre Klemmenspannung E_2 auch bei Vollbelastung mit 75 Ampère noch 105 Volt betragen soll. Zur Bestimmung des Wertes E_1 bedürfen wir der Grösse der Spannungsverluste und zur Ermittelung dieser sind wieder die Werte des primären und sekundären Widerstandes erforderlich.

Bei dem erwähnten Transformator wurde zunächst der Kern mit einer entsprechend stark gewählten Schicht eines Isolier-

materials umkleidet; auf diese wurde dann der primäre Draht gebracht, der selbst wieder stark isoliert war. Über der primären Wickelung wurde dann abermals eine Isolierschicht angeordnet, und über diese hinweg wurden die Windungen des starken Drahtes in zwei Abteilungen zu je dreissig Windungen gewickelt. Diese zwei Abteilungen waren in Serie geschaltet, für jede Abteilung aber wurden zwei parallel geschaltete Drähte von 6 *mm* Kupferdurchmesser verwendet; die Gesamtzahl der sekundären Windungen betrug somit 120, die Zahl der in Serie geschalteten Windungen jedoch nur $30 + 30 = 60$.

Die mittlere Länge jeder Wickelung berechnet sich aus der angenäherten Beziehung

$$l = D - d + 2\,h + \pi \cdot \delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

wenn δ die gesamte Höhe der Wickelung bedeutet. Bei dem hier vorliegenden Falle wird δ mit genügender Genauigkeit als Mittelwert aus den Höhen der Wickelungen am äusseren und am inneren Umfange des Ringes angenommen werden können. Dies ist nicht genau richtig; da aber der gesamte Spannungsverlust nur etwa 2% betragen wird, wird ein ziemlich bedeutender Irrtum bei der Ermittelung der Widerstände nur von geringem Einfluss auf das Endresultat der Rechnung sein.

Die mittlere Länge einer primären Windung war $l_1 = 56{\cdot}4\,cm$, jene einer sekundären Windung $l_2 = 72{\cdot}5\,cm$. Daraus ergeben sich die Widerstände

$$r_1 = \frac{1080 \times 0{\cdot}564}{57 \times 2{\cdot}8^2 \times \frac{\pi}{4}} = 4{\cdot}2 \text{ Ohm}$$

$$\text{und } r_2 = \frac{60 \times 0{\cdot}725}{57 \times 2 \times \left(\frac{6_2 \times \pi}{4}\right)} = 0{\cdot}0135 \text{ Ohm.}$$

Bei $J_2 = 75$ Ampère wird somit

der sek. Spannungsverlust: $l_2 = 75 \times 0{\cdot}0135 = 1{\cdot}01$ Volt,

die sek. E. M. K. bei 105 Volt Klemmenspannung: $E_{G,2} = 105 + 1 = 106$ V.

die primäre E. M. K. $E_{G1} = 18 \times 106 = 1908$ Volt.

der primäre Spannungsverlust etwa:

$$e_1 \cong \left(\frac{75 \times 106 + 228}{1908}\right) \times 4{\cdot}2 \cong 18 \text{ Volt,}$$

die primäre Klemmenspannung $E_1 = 1908 + 18 = 1926$ Volt.

Wird die primäre Klemmenspannung dauernd auf 1926 Volt erhalten, so würde der Maximalwert der Induktion steigen auf

$B = 7263$ Linien pro *qcm* und der Kernverlust anwachsen auf $W = 237{\cdot}4$ Watt

$$B = \frac{0{\cdot}9\, E_1 \,.\, 10^8}{4 \,.\, p \,.\, f \,.\, n_1} = \frac{0{\cdot}9 \times 1926 \times 10^8}{4 \times 42{\cdot}5 \times 130 \times 1080} = 7263$$

$$W_{Hyst} = 0{\cdot}00245 \times (7263)^{1{\cdot}6} \times 42{\cdot}5 \times 12180 \times 10^{-7}$$
$$= 191{\cdot}0 \text{ Watt}$$

$$W_{Foue} = \left(\frac{0{\cdot}5 \times 42{\cdot}5 \times 7263}{2{\cdot}5 \times 10^6}\right)^2 \times 12180 = 46{\cdot}4 \text{ Watt.}$$

Die in Richtung von E_1 liegende Komponente $J_{n,0}$ des Leerstromes wäre also

$$J_{n,0} = \frac{237{\cdot}4}{1926} = 0{\cdot}128 \text{ Ampère.}$$

Für $B = 7263$ mag die Permeabilität $\mu = 2000$ angenommen werden (Gl. 11 ergiebt $\mu = 2105$). Dann ist der Erregerstrom (nach Gl. 7)

$$J_0 = \frac{0{\cdot}8}{\sqrt{2}} \cdot \frac{B_{max} \,.\, l_m}{\mu \,.\, n_1} = \frac{0{\cdot}8 \times 7263 \times 91}{\sqrt{2} \times 2000 \times 1080} = 0{\cdot}173 \text{ Amp.}$$

Es wird somit der Leerstrom

$$J_{g,0} = \sqrt{0{\cdot}128^2 + 0{\cdot}173^2} = 0{\cdot}215 \text{ Ampère}$$

und der Faktor des Effekts

$$f = \frac{W}{E_1 \,.\, J_{g,0}} = \frac{237{\cdot}4}{1926 \times 0{\cdot}215} = 0{\cdot}58.$$

Der so ermittelte Wert des Leerstromes stimmt gut mit dem vom Verfasser mehrfach beobachteten Werte und mit den Angaben auf Seite 357 überein. Dort ist nämlich für 30 Windungen der zur Erreichung von $B = 7250$ erforderliche (sekundär gemessene) Leerstrom etwa $= 8{\cdot}6$ Ampère; die Länge des magnetischen Kreises war dabei $= 94$ *cm*; wäre der Transformator bei $l_m = 91$ *cm* mit 1080 Windungen bewickelt gewesen, so hätte sich der Leerstrom, in fast genauer Übereinstimmung mit dem eben berechneten Werte, ergeben zu

$$J_{g,0} = \frac{8{\cdot}6 \times 30 \times 91}{1080 \times 94} = 0{\cdot}222 \text{ Ampère.}^1)$$

---

[1]) Fleming giebt a. a. O. für den Leerstrom den Wert 0·17. Diese Angabe scheint auf einem Irrtum zu beruhen, wenn nicht vielleicht eine sehr spitz verlaufende E. M. K. zur Verwendung gelangte.

Der Gesamtstrom des Primärkreises bei voller induktionsfreier Belastung mit sekundär 105 Volt und 75 Ampère wird bei diesem Tranformator also betragen:

$$J_{g,1} = \sqrt{J_{n,1}^2 + J_0^2} = \sqrt{4{\cdot}29^2 + 0{\cdot}173^2} = 4{\cdot}293 \text{ Ampère.}$$

Hierin ergiebt sich $J_{n,1}$ als Quotient aus dem primär aufgenommenen Effekte und der primären Klemmenspannung:

$$J_{n,1} = \frac{W_1}{E_1} = \frac{W_2 + W_{Hyst} + W_{Foue} + J_1^2 R_1 + J_2^2 R_2}{E_1}$$
$$= \frac{7875 + 237 + 75 + 75}{1926} = 4{\cdot}29 \text{ Ampère.}$$

An diesem Repräsentanten der eisengeschlossenen Type kann man deutlich erkennen, dass fast für alle praktischen Zwecke die Ermittelung des Erregerstromes nicht erforderlich ist. Der Wirkungsgrad bei voller Belastung ist

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{7875}{8262} = 95.3\ \%.$$

Bei diesem Transformator betrug die Oberfläche des Kernes 4712 *qcm*, sodass bei 237 Watt Kernverlust etwa 20 *qcm* auf 1 Watt Verlust entfallen. Der Transformator erreicht bei dauernder Einschaltung mit normaler Spannung eine Temperaturerhöhung von etwa 40° C. über die Temperatur seiner Umgebung. Bei der Ermittelung der Oberflächen sind die beiden Cylinderflächen ($D\,\pi\,h$ und $d\,\pi\,h$) und die obere und untere kreisringförmige Fläche des Kernes $\left(2\,.\,(D^2 - d^2)\,\frac{\pi}{4}\right)$ in Betracht gezogen; dies erscheint zulässig, sobald man annimmt, dass bei Belastung des Transformators die Bewickelungen eine wesentliche Veränderung der Kerntemperatur weder im positiven noch im negativen Sinne zu bewirken vermögen. Bei unbelastetem Transformator werden dieselben vielleicht die abkühlende Oberfläche etwas vergrössern, obgleich bei der vorliegenden Anordnung, bei welcher der Kern rings von isolierendem Material, das auch die Wärme schlecht leitet, umgeben ist, diese Wirkung nur wenig zutage treten kann. Es ist ausserdem nicht streng richtig, die Eisenoberfläche mit ihrer vollen Grösse einzuführen; denn offenbar werden die äussere Cylinder- und die obere Deckfläche etwas mehr zur Abkühlung beitragen als die beiden anderen Flächen.

3. Transformator mit mehrfachem magnetischem Kreise.

Als zweites Beispiel mag hier die Durchrechnung eines 20 Kilowatt-Transformators gegeben werden, wie solche von der Maschinenfabrik Oerlikon in den Unterstationen der Züricher Zentrale in Gruppen von 3 bis 6 Stück zur Speisung des sekundären Dreileitersystems verwandt werden. Die Daten dieses Transformators Nr. 2, welche ich von Herrn E. Kolben in liebenswürdiger Weise zur Verfügung gestellt bekam, sind in der folgenden Figur 243 und Tabelle zusammengestellt:

Zahl der primären Windungen $n_1 = 1080$
» » sekundären » $n_2 = 60 + 60$ (i. 2 Spul.) $= 120$
Durchmesser des runden Primärdrahtes $d_1 = 4{\cdot}1$ *mm*
Querschnitt » » Sekundärdrahtes $= 10 \times 11$ »

Versuchsresultate.

Aufgenommener Effekt			Abgegebener Effekt			Wirkungsgrad	Spannungsabfall
Volt	Amp.	Watt	Volt	Amp.	Watt	%	%
1940	0·34	380	220	0·1	20	0	0
1980	0·78	1600	220	4·5	990	61.9	0
1980	1·49	3460	220	11·2	2460	70·0	0
1920	4·22	8320	212·6	35·8	7620	91·5	0.4
1950	5·60	10880	215	46·7	10040	92·3	0·9
1900	10·5	19460	207·5	91·5	19000	96·0	1·7
1900	12·5	23500	205	112.8	23100	98·0	2·95

Die Energiemessungen wurden nach der Dr. Behn'schen Eindynamometermethode (Seite 273 Fig. 123) ausgeführt; die Kontrolle derselben mit dem Ganz'schen oder Siemens'schen Wattmeter ergab namentlich bei geringen Sekundärleistungen wegen der Selbstinduktion der Spannungsspulen etwas höhere Werte. Die Primärspannungen wurden mit Thomson's Milliampèrewage und besonders angeordneten, induktionsfreien Widerständen, die Sekundärspannungen mit einem Dynamometer von Weston gemessen.

Der Eisenquerschnitt des Kernes ergiebt sich bei etwa 85 % Volumausnutzung zu $f = 150$ *qcm*

$$f = 0{\cdot}85\ (14 \times 7 + 12 \times 4 + 10 \times 3) = 150$$

und daraus folgt für den Maximalwert der Induktion bei 220 Volt

$$B_{max} = \frac{220 \times 0{\cdot}9 \times 10^8}{4 \times 50 \times 120 \times 150} = 5550.$$

Da die mittlere (geometrische) Länge 187·5 *cm* beträgt, besitzt

das Gestell ein Volumen von 25310 *qcm*. Der Wirbelstromverlust erreicht somit bei 0·5 *mm* dicken Blechen den Wert

$$W_{Foue} = \left(\frac{0{\cdot}5 \times 50 \times 5550}{2{\cdot}5 \times 10^6}\right)^2 \times 25310 \cong 78 \text{ Watt.}$$

Der Gesamtverlust bei Leerlauf betrug 380 Watt, der Hysteresisverlust somit 302 Watt. Dies entspricht einem Werte

$$\alpha = \frac{302 \times 10^7}{50 \times 5550^{1.6} \times 25310} = 0{\cdot}00244$$

der Steinmetz'schen Gleichung. Nimmt man für B = 5550 die Permeabilität $\mu = 2000$ an, so folgt H = 2·78. Daraus ergiebt sich

$$J_0 = \frac{0{\cdot}8\ H\ .\ l}{n_1 \sqrt{2}} = \frac{0{\cdot}8 \times 2{\cdot}76 \times 187{\cdot}5}{1080\ \sqrt{2}} = 0{\cdot}272 \text{ Amp.}$$

wenn der Unterschied zwischen l_m und l_g als vernachlässigbar betrachtet wird. Die zweite Komponente des Leerstromes ist

$$J_{n,0} = \frac{380}{2000} = 0{\cdot}19 \text{ Amp.,}$$

der Leerstrom somit $J_{g,0} = \sqrt{0{\cdot}19^2 + 0{\cdot}272^2} = 0{\cdot}332$ Amp. Beobachtet wurde 0·34 Ampère primär bei 20 Watt Belastung durch das Voltmeter.

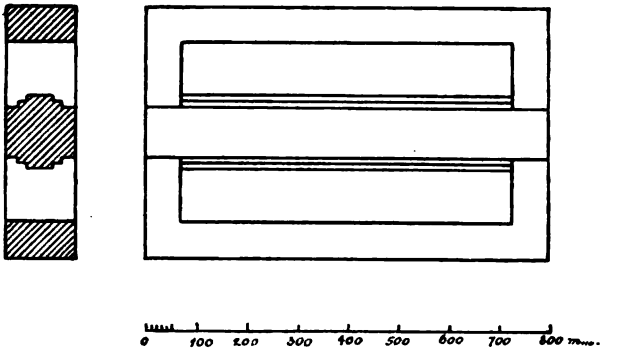


Fig. 243 und 244. 20-Kilowatt Transformator von Oerlikon. Nr. 2.

Man hat hier, trotzdem zwei parallele magnetische Kreise vorhanden sind, die nämlichen Beziehungen, als ob ein einfacher Kreis von gleicher magnetischer Länge und doppeltem Querschnitte vorhanden wäre. Wenn aus irgend einem Grunde die einzelnen Teile des Eisenmantels nicht von gleichem Querschnitte sein oder nicht gleich der Hälfte des Kernquerschnittes sein sollten, würden in dem gesamten magnetischen Kreise ver-

schiedene Sättigungen vorhanden sein. Man kann dann die Sättigung des Kernes und jene des Gehäuses für sich berechnen und für jeden dieser Teile die Hysteresis- und Wirbelstromverluste bestimmen. In dem vorliegenden Falle weisen der Kern 150, die beiden U-förmigen Bügel des Gehäuses je 75 *qcm* Querschnitt auf; der Kern enthält dabei 832500, jeder Teil des Gehäuses je 416250 Kraftlinien total. Doch können auch Fälle vorkommen, bei welchen die Eisenverluste für die einzelnen Teile des magnetischen Kreises bestimmt werden müssen.

Als ausstrahlende Oberfläche können hier nur der äussere Cylindermantel und eventuell die zwei Seitenflächen in Betracht kommen. Da der Durchmesser der Seitenflächen 50 *cm*, die Länge des Transformators 80 *cm* beträgt, berechnet sich die Oberfläche mit genügender Genauigkeit zu 16500 *qcm*

$$O = \left(50 \times \pi \times 80 + 50^2 \times \frac{\pi}{2}\right) = 16493.$$

Dies entspricht bei 380 Watt Kernverlust einer Oberfläche von 43·5 *qcm* pro Watt Kernverlust (bezw. von etwa 23 *qcm* pro Watt Gesamtverlust bei voller Belastung).

Die Kupferverluste lassen sich wie folgt berechnen:

Die Länge des Wickelraumes beträgt nach der Figur 244 650 *mm*; es können also bei 4·8 *mm* Durchmesser des besponnenen Primärdrahtes 135 Windungen nebeneinander gelegt werden. Acht solcher Lagen ergeben 1080 Windungen und besitzen eine Wickelhöhe von etwa $8 \times 4{\cdot}8 \times 0{\cdot}9 \cong 35$ *mm*, wenn berücksichtigt wird, dass die Windungen sich nicht eben aufeinander legen, sondern zum Teile ineinander verschieben. Der Faktor 0·9 soll dem Umstande Rechnung tragen, dass die Drähte der 2., 3. . . . Reihe sich teilweise in die dreieckigen Zwischenräume zwischen den Drähten der 1., 2., . . . Reihe legen.

Der Innendurchmesser des Kernes ist 140 *mm*. Angenommen, es werde durch Umkleiden des Kernes mit einer 5 *mm* dicken Isolierschicht der Innendurchmesser der Wickelung auf 150 *mm* gebracht; dann wird der Aussendurchmesser der primären Spule $150 + 2 \times 35 = 220$ *mm*, der mittlere Durchmesser derselben mit genügender Genauigkeit $= 150 + 35 = 185$ *mm* sein. Daraus berechnet sich die mittlere Länge einer primären Windung zu $\pi \times 185 \cong 550$ *mm* und der primäre Widerstand zu

$$r_1 = \frac{1080 \times 0{\cdot}550}{57 \times 1312} \cong 0{\cdot}8 \text{ Ohm}.$$

Die zwei nebeneinander liegenden Sekundärspulen sollen von der primären abermals durch je eine 5 *mm* dicke Isolierschicht getrennt sein; der Innendurchmesser derselben wird also 230 *mm* sein. Bei einer Bespinnungsdicke von etwa 0·7 *mm* werden in dem 325 *mm* langen Wickelraume $\frac{325}{10{\cdot}7} \cong 30$ Windungen nebeneinander Platz finden und somit 2 Lagen mit einer Wickelhöhe von $2 \times 11{\cdot}7 = 23{\cdot}4$ *mm* erforderlich sein. Die gesamte Wickelhöhe ist somit bei nochmaliger Umkleidung der Sekundärspule mit 5 *mm* starker Isolation $3 \times 5 + 35 + 24 = 74$ *mm*. Die mittlere Länge einer sekundären Windung ist $\pi\,(230 + 10) = 754$ *mm*, der Widerstand der 120 in Serie geschalteten Windungen also

$$r_2 = \frac{120 \times 0{\cdot}754}{57 \times 110} \cong 0{\cdot}0144 \text{ Ohm.}$$

Dieser Widerstand muss jedoch wegen der ungleichmässigen Verteilung des Stromes auf den ziemlich beträchtlichen Kupferquerschnitt nach den auf Seite 159 gegebenen Entwickelungen erhöht werden. Der erste Faktor f_1 der Eigenimpedanz ist etwa = 1·004, könnte also bei der Unsicherheit der übrigen Angaben vernachlässigt werden. Der zweite Faktor f_2 ist bei 80 Perioden für die erste Lage gleich 1, für die zweite Lage = 3. Bei 50 Perioden beträgt derselbe also 1, bezw. $3\sqrt{\frac{50}{80}}$ = 2·4. Die Eigenimpedanz der Sekundärspule beträgt somit:

$$0{\cdot}0072 + 0{\cdot}0072 \times 2{\cdot}4 = 0{\cdot}0245$$

Daraus folgt der sekundäre Spannungsverlust

$$V_2 = 0{\cdot}0245 \times 100 = 2{\cdot}45 \text{ Volt,}$$

der reduzierte primäre Spannungsverlust etwa

$$V_1 = \frac{0{\cdot}8 \times 11{\cdot}5}{9} \cong 1 \text{ Volt.}$$

Zu diesem durch die Widerstände verursachten Spannungsverluste tritt noch der durch Streuung bewirkte Spannungsabfall. Dieser kann nach Swinburne's Entwickelungen für einen cylindrischen Kern (Fig. 245 und 246) vom Durchmesser d_1 und von der bewickelten Länge a, dessen dem Kerne zunächst liegende Primärspule eine Wickelhöhe b_1 und dessen Sekun-

därspule einen Innendurchmesser d_2 und eine Wickelhöhe b_2 besitzt, ausgedrückt werden durch die Formeln

$$e_1 = 50 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{n_1^2 \cdot p}{a} J_1 \left(\frac{d_1 \cdot b_1}{6} + \frac{b_1^2}{4} \right)$$

$$e_2 = 50 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{n_2^2 \cdot p}{a} \cdot J_2 \left(\frac{d_2 \, b_2}{6} + \frac{b_2^2}{4} \right)$$

Im vorliegenden Falle war $d_1 = 15$, $d_2 = 23$, $b_1 = 3{\cdot}5$, $b_2 = 2{\cdot}4$, $a = 65$ *cm* und somit $e_1 = 61$ Volt, $e_2 = 6$ Volt.

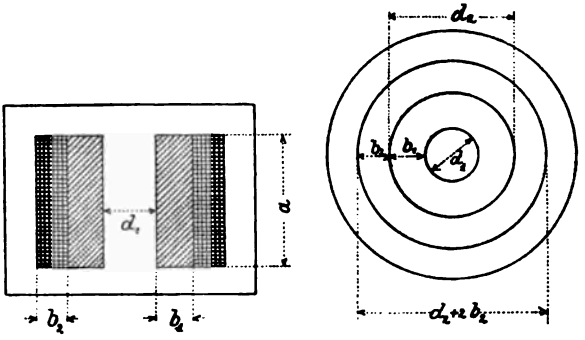


Fig. 245 und 246.

Somit ist die primäre E. M. K.

$$E_1 = \sqrt{1980^2 - 61^2} - 9 = 1970 \text{ Volt}$$

und die sekundäre Klemmenspannung

$$E_2 = \sqrt{219^2 - 6^2} - 2{\cdot}45 = 216{\cdot}5 \text{ Volt.}$$

Die gesamte Spannungsabnahme von 3·5 Volt ist also kleiner als die beobachtete. Dies dürfte darauf zurückzuführen sein, dass auch in den acht Lagen der primären Spule die Wirkung des antieffektiven Kupfers sich geltend macht und dass vielleicht bei den Versuchen die sekundäre Belastung nicht vollkommen induktionsfrei war. Im übrigen muss betont werden, dass die Versuche in der mitgeteilten Form deshalb zu unrichtigen Schlüssen führen könnten, weil mit steigender Belastung die primäre Klemmenspannung und damit die Eisenverluste reduziert wurden. Bei voller Belastung berechnet sich der Wirkungsgrad zu

$$\eta = \frac{21650}{21650 + 380 + 245 + 105} = 96{\cdot}7\,\% \text{ etwa.}$$

4. Wahl der Induktion.

Wir wollen jetzt an einem Zahlenbeispiele untersuchen, welche Folgen die Änderung der Induktion im ungeänderten Eisengestell nach sich zieht. Wir betrachten zu diesem Behufe einen 30 IP. Transformator Nr. 3 von Goolden & Ravenshaw [1]), dessen Daten und Bewickelung in der folgenden Tabelle niedergelegt sind.

Mittlere Länge des magnetischen Kreises .	145 *cm*
Querschnitt » » » . .	95 *qcm*
Gesamtes Eisenvolumen im Kern	13775 *ccm*
Periodenzahl pro Sekunde	70
Windungen primär	680
» sekundär	34
Volt primär	2000
» sekundär	100
Leistung maximal	22500 Watt
Widerstand primär	0·97 Ohm
» sekundär	0·003 »
Effektive Tiefe des Kernes	15·2 *cm*
Dicke der Kernplatten	0·5 »

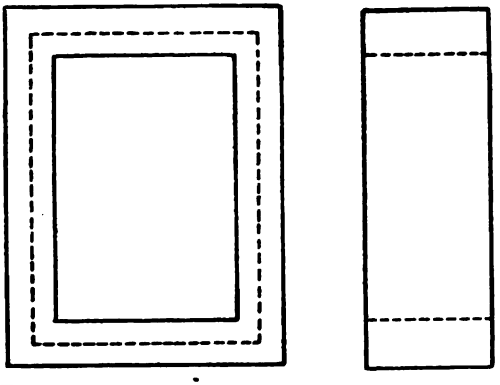


Fig. 247. 30 IP. Transformator. $^1/_{10}$ nat. Grösse. Nr. 3.

Der Transformator besass jedenfalls E-förmige Bleche, mag aber für die Zwecke dieser Untersuchung umgestaltet werden zu einem einfachen magnetischen Kreise; da die Daten keinerlei Aufschluss über die Gestalt des Gestelles geben, skizzieren wir dasselbe etwa so, wie Figur 247 es zeigt. Die Breite des Kernes

[1]) Nach S. Evershed, El. 26, p. 477 ff. Elektr. Zeitschr. 1891, p. 179 ff.

berechnet sich nämlich zu $\frac{95}{15{\cdot}2} = 6{\cdot}25$ *cm*. Wenn wir dann die Seiten des die mittlere Länge des magnetischen Kreises darstellenden punktierten Rechtecks zu 42 und 30·5 *cm* annehmen, ergeben sich die in der Figur angedeuteten Masse; die Tiefe des Kernes mag bei einer Volumausnutzung von etwa 89 % angenommen werden zu 17 *cm*. Dann berechnet sich, bezw. ergiebt sich aus der Figur die Wickelhöhe zu 357·5, die Wickeltiefe zu 242·5 *mm*. Von einer besonderen Isolation der primären und sekundären Wickelungen gegen das Eisengestell sei für die Zwecke dieser Betrachtung Abstand genommen.

Für eine Gesamtleistung von 22500 Watt sekundär werden primär etwa 12 Ampère erforderlich; der Durchmesser des primären Drahtes wird also mit 2·5 *mm* reichlich bemessen sein. Von diesem Drahte, der isoliert 3·5 *mm* aufweisen soll, können 102 Windungen in eine Lage gelegt werden; für $n_1 = 680$ sind also 6 Lagen zu 102 Windungen und 1 Lage zu 68 Windungen erforderlich. Die Wickelhöhe der primären Spule, die z. B. auf dem linken vertikalen Schenkel angebracht werden mag, ist also etwa $0{\cdot}9 \times 7 \times 3{\cdot}5 = 20$ *mm* und die mittlere Länge einer primären Windung mit genügender Genauigkeit

$$2\,(62{\cdot}5 + 10) + 2\,(170 + 10) \cong 500\ mm.$$

Die Leitungsfähigkeit des Kupfers sei 58 Mho. · Daraus folgt der Widerstand der primären Wickelung

$$r_1 = \frac{0{\cdot}50 \times 680}{58 \times 4{\cdot}9} \cong 1 \text{ Ohm}$$

die Länge der primären Wickelung

$$l_1 = 340\ m$$

das Kupfergewicht der primären Wickelung

$$G_1 = 340 \times 4{\cdot}9 \times 0{\cdot}0089 = 14{\cdot}8\ kg$$

der Spannungsverlust in der primären Wickelung

$$v_1 = 12 \text{ Volt} = 0{\cdot}6\ \%.$$

Für den Sekundärkreis, welcher bei 22500 Watt Belastung etwa 225 Ampère führt, ist ein Kabel von etwa 100 *qmm* Querschnitt erforderlich, welches über der Bespinnung einen Durchmesser von 20—21 *mm* besitzen mag. 2 Lagen dieses Kabels ergeben 34 Windungen. Daraus folgt

der Widerstand der sekundären Wickelung

$$r_2 = \frac{0{\cdot}5 \times 34}{58 \times 100} \cong 0{\cdot}300 \text{ Ohm},$$

die Länge der sekundären Wickelung

$$l_2 = 17\ m$$

das Kupfergewicht der sekundären Wickelung

$$G_2 = 15{\cdot}2\ kg,$$

der Spannungsverlust in der sekundären Wickelung

$$v_2 = 0{\cdot}7 \text{ Volt} = 0{\cdot}7\,\%.$$

Bei einem Gesamtkupfergewicht von 30 *kg* beträgt also der gesamte Verlust in den Widerständen der Wickelungen 1·3 %. Hierzu tritt noch ein ziemlich erheblicher Spannungsabfall durch Streuung, doch mag derselbe für die Zwecke dieser Untersuchung ausser Acht gelassen werden.

Das Gewicht des Eisenkerns beträgt etwa 107·5 *kg*. Die maximale Induktion im Eisen ist

$$B_{max} = \frac{0{\cdot}9 \times 2000 \times 10^8}{4 \times 70 \times 95 \times 680} \cong 10000.$$

Daraus folgt, dass der Hysteresisverlust nach der Tabelle auf Seite 437 bei 100 Perioden 75·33 Watt pro *cdm* betragen würde; bei 70 Perioden erreicht er also den Wert

$$W_{Hyst} = 0{\cdot}7 \times 75{\cdot}33 \times 13{\cdot}775 = 725 \text{ Watt}.$$

Der Wirbelstromverlust ist

$$W_{Foue} = \left(\frac{0{\cdot}5 \times 70 \times 10000}{2{\cdot}5 \times 10^6}\right)^2 \times 13{\cdot}775 = 275 \text{ Watt},$$

der gesamte Eisenverlust beträgt also 1000 Watt. Daraus berechnet sich der Wirkungsgrad bei voller Belastung zu

$$\eta = \frac{22500}{22500 + 1000 + 140 + 160} = \frac{22500}{23800} = 94{\cdot}5\,\%.$$

Verdoppelt man jetzt ohne Änderung des Gestelles die Windungszahl, so wird die Länge jeder Windung etwa verdoppelt; es nehmen somit, wenn die Kupferquerschnitte ungeändert bleiben, auch die Widerstände und die Verluste in denselben die doppelten Werte an. Der Eisenverlust jedoch wird erheblich kleiner; es betragen, da die Induktion nur noch die halbe ist, die Hysteresisverluste etwa $^1/_8$, die Wirbelstromverluste genau $^1/_4$ der vorhergehenden Werte.

$$W_{Hyst} = 0.7 \times 24{\cdot}864 \times 13{\cdot}775 = 240 \text{ Watt}.$$

$$W_{Foue} = \frac{275}{4} \cong 70 \text{ »}$$

Der gesamte Eisenverlust beträgt also 310 Watt, der Kupfer-

verlust ist dagegen gestiegen auf 2·6 Volt etwa. Der Wirkungsgrad bei maximaler Belastung ist nur wenig erhöht worden,

$$\eta = \frac{22500}{23420} = 96\,\%$$

dagegen hat der Jahreswirkungsgrad eine beträchtliche Zunahme erfahren. Nimmt man nämlich an, dass der Transformator während des zwanzigsten Teiles eines Jahres, d. i. während 438 Stunden, voll belastet ist, so beträgt der Jahreswirkungsgrad

$$\text{bei } B = 10000$$

$$g = \frac{22500}{22500 + 300 + 20 \times 1000} = \frac{22500}{42800} = 52{\cdot}6\,\%,$$

$$\text{bei } B = 5000$$

$$g = \frac{22500}{22400 + 590 + 20 \times 310} = \frac{22500}{29190} = 77\,\%.$$

Führt man die Rechnung in dieser Art weiter, so erhält man die folgenden, tabellarisch zusammengestellten Werte:

B_{max}	Spannungsverlust	Eisenverlust	Kupferverlust	Kupfergewicht	Wirkungsgrad Maximal	Wirkungsgrad Jährlich
10000	1·3 %	1000 Watt	300 Watt	30 *kg*	94·5 %	52·6 %
9000	1·5 »	837 »	340 »	33·5 »	95·0 »	56·8 »
8000	1·6 »	690 »	360 »	37 5 »	95·5 »	61·4 »
7000	1·8 »	547 »	400 »	43 »	96·0 »	65·4 »
6000	2·2 »	420 »	500 »	50 »	96·1 »	71·7 »
5000	2·6 »	310 »	590 »	60 »	96·2 »	77·0 »
4000	3·3 »	210 »	740 »	75 »	96 0 »	82·0 »
3000	4·4 »	130 »	1000 »	100 »	95·2 »	86·2 »
2500	5·2 »	96 »	1060 »	120 »	95·0 »	88·0 »

Die in Figur 248 niedergelegten Zahlen dieser Tabelle lassen erkennen, dass der Wirkungsgrad bei voller Belastung einen Maximalwert in der Nähe jenes Punktes erreicht, wo die Verluste im Eisen und Kupfer einander gleich sind. Der Jahreswirkungsgrad nimmt freilich mit abnehmender Induktion stetig zu, doch wird gleichzeitig die Regulierung des Transformators immer schlechter. Die Material- und Herstellungskosten der Wickelungen wachsen zudem stetig mit abnehmendem B, sodass die Verminderung von B eine Verbesserung des Transformators nur für die Centrale, eine Verschlechterung desselben für den Konsumenten und den Fabrikanten bedeutet. Das letztere ist um so mehr der Fall, als die Ausgaben für das Kupfer und

die Herstellung der Wickelung den grössten Teil der Fabrikationskosten ausmachen.

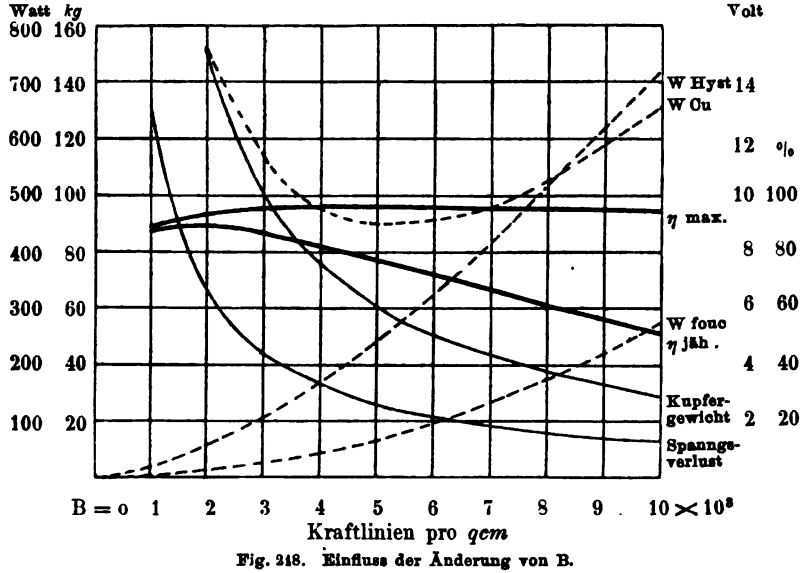


Fig. 248. Einfluss der Änderung von B.

5. Wahl der Periodenzahl.

Im allgemeinen wird man nicht in die Lage kommen, die Periodenzahl für einen neu zu konstruierenden Transformator zu wählen, weil diese bei einer vorhandenen Anlage gegeben ist. Wenn es sich jedoch darum handelt, ein neues System auszuarbeiten, müssen bei der Wahl der Periodenzahl alle von ihr beeinflussten Teile der Anlage berücksichtigt werden.[1]) Dies sind ausser den Transformatoren vor allem die Generatoren, die Leitungen und die Motoren der Anlage. Es ist lange behauptet worden, dass Wechselstrommaschinen sich bei hoher Periodenzahl nicht mehr mit Sicherheit parallel schalten lassen; doch sollen nach Kolben's Angabe Anlagen auf dem Kontinente mit 70, in England mit 100 und in der Centrale an der 80. Strasse in New-York sogar mit 140 Perioden pro Sekunde parallel laufende Generatoren aufweisen. Die Parallelschaltungsfähigkeit lässt sich übrigens nicht durch irgend eine bestimmte Formel ausdrücken, sondern hängt

[1]) E. Kolben, El. Zeitschr. 1894. p. 77.

von der richtigen Dimensionierung, von dem Typus und den Antriebsmotoren der Dynamomaschinen ab. Die Schwierigkeit der Herstellung guter Wechselstrommotoren wächst bedeutend mit steigender Periodenzahl, weil bei hohen Perioden die Polzahl gross gewählt werden muss, wenn die Tourenzahl innerhalb mässiger Grenzen bleiben soll, und weil ferner mit der grösseren Polzahl der Leerlaufstrom und die Streuung grösser und damit das Anlaufen erschwert werden. Bei den Leitungen treten infolge des Zusammenwirkens der Kapazität und Selbstinduktion Impedanz- und unter Umständen Resonanzerscheinungen

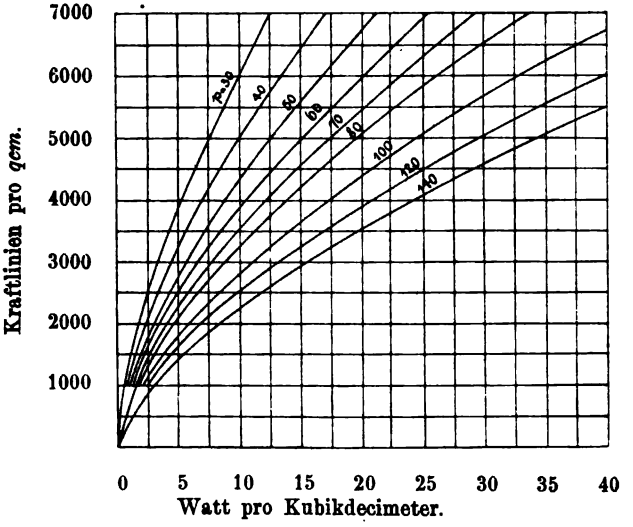


Fig. 249. Verlust durch Hysteresis in weichem Eisenblech von 0,5 *mm* Dicke für 30 bis 140 Perioden pro Sekunde.

zutage, deren Höhe mit der Periodenzahl wächst. So wird durch Selbstinduktion der Spannungsabfall einer 9 *mm* starken Kupferleitung, deren beide Drähte 50 *cm* voneinander entfernt sind, bei 50 Perioden etwa 1·5mal, bei 120 Perioden 3mal grösser als der aus dem Widerstande ermittelte Spannungsverlust, während der der Kapazität einer Linie entsprechende Leerstrom proportional der Periodenzahl wächst. Dieser Leerstrom verursacht zwar keinen grossen Energieverlust, beeinflusst und belastet aber die Generatoren, Leitungen und Motoren in ungünstiger Weise. Alle diese Faktoren weisen also darauf hin, die Periodenzahl niedrig zu nehmen.

Andererseits aber verlangt die Rücksichtnahme auf die Stetigkeit des in Glühlampen und Bogenlampen erzeugten Lichtes, dass die Periodenzahl nicht unter 40 per Minute sinke, weil sonst das Auge die Unterschiede der Helligkeiten der Lampen in verschiedenen Momenten noch deutlich wahrnimmt. Man hat sich also

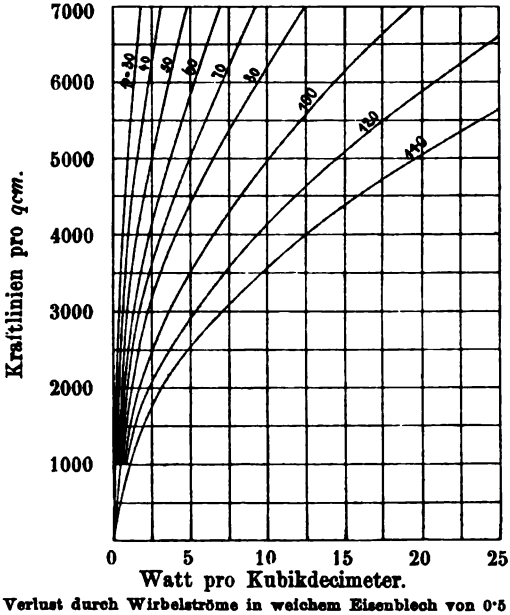


Fig. 250. Verlust durch Wirbelströme in weichem Eisenblech von 0·5 *mm* Dicke für 30 bis 140 Perioden pro Sekunde.

auch hier, wie bei fast allen technischen Annahmen, zwischen zwei entgegengesetzten Forderungen zu bewegen. Auf dem europäischen Kontinente sind die gebräuchlichsten Periodenzahlen 40, 50 und 70; in England sind sie 80 und 100, in Amerika 120—140.

Für das Eisen der Transformatoren ist die Abhängigkeit der Hysteresis-, Wirbelstrom- und Gesamtverluste von der Periodenzahl in den Figuren 248 bis 250 dargestellt. Aus diesen Figuren und den bekannten Beziehungen erkennt man, dass mit steigender Periodenzahl entweder bei gleichem Verluste das Gewicht verringert oder bei gleichem Gewichte der Wirkungsgrad erhöht werden kann.

Um dies besser zu erkennen, betrachten wir[1]) einen Transformator, dessen maximale Leistung W bei dem maximal zu-

[1]) C. Steinmetz, El. Zeitschr. 1893. p. 57.

lässigen Verluste w erreicht wird. Bezeichnen wir die maximale Stromdichte im Kupfer, d. h. die Anzahl der Ampère ($\sqrt{M(i^2)}$) pro Quadratcentimeter mit c, den spezifischen Widerstand des Kupfers mit r, den Eisenquerschnitt mit F, das Eisenvolumen mit V, den Kupferquerschnitt mit f, das Kupfervolumen mit v, so ist der Energieverlust in Watt

$$W = c^2 r v + \alpha p B^{1.6} V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

Hierbei ist angenommen, dass die Wirbelstromverluste entweder überhaupt vernachlässigbar oder doch so klein sind, dass sie durch eine entsprechende Erhöhung der Konstanten α mit genügender Genauigkeit berücksichtigt werden können.

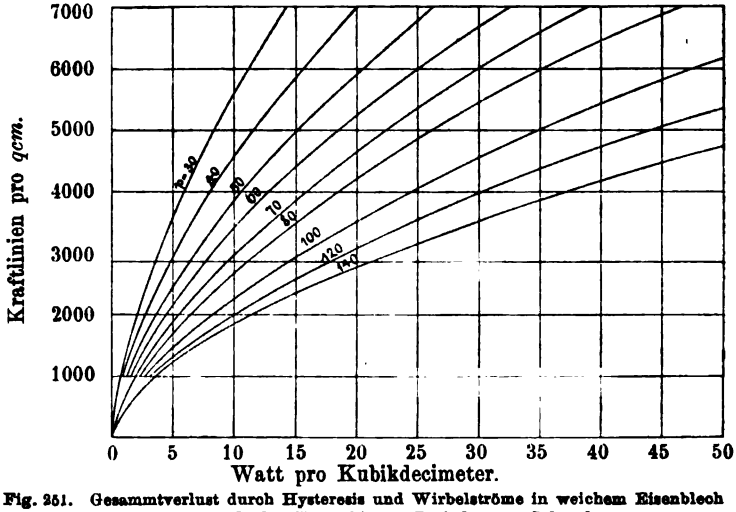


Fig. 251. Gesammtverlust durch Hysteresis und Wirbelströme in weichem Eisenblech von 0·5 *mm* Dicke für 30 bis 140 Perioden pro Sekunde.

Die mittlere E. M. K. ($\sqrt{M(e^2)}$) ergiebt sich aus der bekannten Beziehung

$$E = \sqrt{2}\,\pi\, n\, p.\, B.\, F.\, 10^8 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

in welcher n die Windungszahl bedeutet; der mittlere Strom folgt aus

$$J = \frac{c\, f}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

Hieraus folgt die Leistung in Watt:

$$W = C\, E = \sqrt{2}\,\pi\, .\, c\, f\, .\, F\, .\, p\, .\, B\, .\, 10^8 \quad . \quad 17)$$

und der Verlustkoëffizient, d. h. das Verhältnis des Verlustes zur Leistung

$$\frac{w}{W} = \frac{c^2 r v + \alpha\, p\, .\, B^{1.6}\, V}{\sqrt{2}\,\pi\, c\, f\, .\, F\, .\, p\, .\, B\, .\, 10^{-8}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

Aus dieser Gleichung ergiebt sich, dass der Verlustkoëffizient seinen minimalen und somit bei gegebenem Verlust w die Leistung ihren maximalen Wert erreicht, sobald die Verluste im Kupfer und Eisen einander gleich sind.

$$c^2 r v = \alpha . p . B^{1.6} V = \frac{w}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

Will man die Maximalleistungen eines Transformators bei verschiedenen Periodenzahlen vergleichen, so müssen die Stromdichte im Kupfer und das Produkt $p B^{1.6}$ konstant sein. Die dem Vergleiche zu grunde zu legenden konstanten Werte

$$c = \sqrt{\frac{w}{2 r v}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

und

$$p B^{1.6} = \frac{w}{2 \alpha V} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

ergeben, wenn man sie in Gl. 17) einsetzt, die Maximalleistung W als folgende Funktion der Periodenzahl

$$W = \pi f . F. \left(\frac{w}{r v}\right)^{1/2} \left(\frac{w}{2 \alpha V}\right)^{5/8} . p^{3/8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 22)$$

Die maximale Leistungsfähigkeit eines Transformators von gegebenem Gewichte ist also der $^3/_8$ten Potenz der Periodenzahl proportional, und seine maximale Induktion

$$B = \left(\frac{w}{2 \alpha V}\right)^{5/8} \cdot \left(\frac{1}{p}\right)^{5/8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

muss umgekehrt proportional der $^5/_8$ten Potenz der Periodenzahl gewählt werden. Diese Beziehung gilt jedoch nur so lange, als diese maximale Induktion noch nicht jenen Grenzwert erreicht hat, bei welchem eine starke Verzerrung der periodischen Kurven und eine wesentliche Erhöhung des Leerstromes auftreten. Vorausgesetzt ist ausserdem noch, dass das Kupfervolumen v zwar konstant ist, aber beliebig unterteilt werden kann.

Je niedriger also die Periodenzahl ist, desto höher muss zur Erreichung maximalen Wirkungsgrades die Induktion B gewählt werden. Da nun aber die maximale Induktion einen bestimmten Maximalwert nicht überschreiten darf, kann der Eisenverlust nicht mehr der Hälfte des Gesamtverlustes gleich genommen werden, sodass mit mehr und mehr abnehmender Periodenzahl die Leistungsfähigkeit W des Transformators sich mehr und mehr einfacher Proportionalität mit p nähert.

Betrachtet man andererseits nicht den Transformator, sondern die Leistung desselben als gegeben, so ergiebt sich aus 2) für den Eisenquerschnitt

$$F = \frac{E\sqrt{2}}{2\pi p \,.\, B \,.\, n \,.\, 10^{-8}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2b)$$

Da nun aber für wachsende Werte von p die Induktion nur proportional der $^5/_8$ten Potenz reduziert zu werden braucht, so könnte bei konstantem Eisenvolumen V der Eisenquerschnitt umgekehrt proportional der $^3/_8$ten Potenz der Periodenzahl verringert werden. Wegen der geringeren Windungslänge wird dann aber auch das Kupfergewicht reduziert und zwar bei quadratischer Form des Eisenquerschnittes umgekehrt proportional der $^3/_{16}$ten Potenz der Periodenzahl. Wir wollen diese akademischen Untersuchungen hier nicht weiter fortsetzen. Man wird in jedem vorkommenden Falle sowohl den Querschnitt als das Volumen des Eisens etwas reduzieren, die Eisen- und Kupferverluste ermitteln und dann kontrollieren, ob die Kupferwindungen vom erforderlichen Querschnitte in dem zur Verfügung stehenden Wickelraume untergebracht werden können und ob die Oberfläche zur Ausstrahlung der verlorenen Energie ohne übermässige Erwärmung genügt.

6. Einfluss der Vergrösserung der linearen Dimensionen[1]).

Angenommen, wir hätten sämtliche Dimensionen eines gegebenen Transformators verdoppelt, dabei aber die Windungszahlen der Spulen und die Induktion pro *qcm* beibehalten. Das Volumen des Eisengestells, sein Gewicht und der Hysteresis- und Wirbelstromverlust sind dann mit der dritten Potenz der linearen Dimensionen vergrössert worden, betragen also 8mal soviel als vorher. Der Querschnitt des Eisenkerns ist mit dem Quadrate der Dimensionen gewachsen, folglich viermal so gross als zuvor. Die Länge des Drahtes hat um (etwas mehr als) das Doppelte zugenommen; wenn also berücksichtigt wird, dass der Querschnitt um (etwas mehr als) das 4fache vergrössert worden ist, kann der gleiche totale Spannungsverlust bei der doppelten und der gleiche prozentische Spannungsverlust bei der 8fachen Stromstärke erreicht werden. Die Leistung des Transformators könnte also auf das 32fache, d. h. im Verhältnis der 5. Potenz der linearen Dimensionen gesteigert werden,

[1]) Vgl. G. Kapp, die el. Wechselstr. Deutsch von H. Kaufmann. p. 97.

wenn dabei der Transformator nicht zu heiss werden würde. Da aber bei Verdoppelung der Dimensionen die ausstrahlende Oberfläche nur um das 4fache wächst, muss notwendigerweise die Leistung des vergrösserten Modells erheblich geringer genommen werden, als hier angegeben wurde. Ein allgemeines Gesetz über den Zusammenhang zwischen Leistung und linearen Dimensionen lässt sich nicht geben; doch lässt sich behaupten, dass bei geschickter Anordnung der ausstrahlenden Flächen die Leistung eines mittelgrossen Transformators bedeutend, die Leistung eines grossen Transformators nur wenig stärker zunimmt als die sämtlichen linearen Dimensionen. Die Frage hat mehr ein akademisches Interesse; im allgemeinen wird man nicht sämtliche linearen Dimensionen in gleichem Verhältnis, sondern nur einige derselben und auch diese nicht in konstantem Verhältnis vergrössern. Man wird dann in jedem Falle auf die Transportfähigkeit, den zur Verfügung stehenden Aufstellungsraum, die üblichen Blechgrössen und ähnliche praktische Punkte Rücksicht nehmen und alle Transformatoren bei Dauerbetrieb eine als zulässig erkannte Erwärmung erreichen lassen. Die folgende Tabelle lässt erkennen, in welcher Weise bei rationell gebauten Transformatoren die Gewichte und Leistungen zusammenhängen.

Tabelle der Gewichte und Wirkungsgrade der normalen Oerlikon-Transformatoren.

Leistung in Kilowatt	0·5	1	2	4	6	8	10	15	20	30	40	60
Totalgewicht in *kg* . .	60	80	100	150	240	300	370	430	600	880	1120	1850
Verhältnis von Kupfer zu Eisen	0·6	0·55	0·6	0·55	0·7	0·7	0·7	0·75	0·85	0·8	0·8	0·8
Wirkungsgrad bei voller Belastung in %	89	92·5	93	94·5	95·5	96·2	96·5	96·7	97·2	97·3	97·5	97·8
Eisenverluste in % . .	7·5	5	4·8	3·6	2·8	2·2	2·1	2·0	1·8	1·7	1·6	1·5
Kupferverluste in % . .	3·5	2·5	2·2	1·9	1·7	1·6	1·4	1·3	1·0	1·0	0·9	0·5

7. Änderung des Eisengestelles.

Will man den Einfluss der Änderung des Eisengestelles auf Herstellungs- und Materialpreis der Transformatoren und den Jahreswirkungsgrad derselben studieren, so unterwirft man ein bestimmtes Modell einer eingehenden rechnerischen Untersuchung. Als solches wählen wir den in Fig. 252 dargestellten 10 IP. Transformator Nr. 4 von Goolden & Ravenshaw, für welchen Evershed die folgenden Daten angiebt:

Leistung bei voller Belastung . .	W = 7500 Watt
Periodenzahl	V = 70
Gesamtes Eisenvolumen	V = 6600 *qcm*
Eisenquerschnitt	F = 58·5 *qcm*
Mittlere Länge des magn. Kreises	l_g = 112 *cm*
Breite der Transformatorbleche . . .	10·2 *cm*
Dicke » » . . .	0·05 »
Volt primär	2000
Volt sekundär	100
Widerstand primär	3·8 Ohm
» sekundär	0·0094 »
Windungen primär	1120
» sekundär	56

Diese Daten sind nicht vollständig genügend zur Rekonstruktion des Transformators; wir wollen zunächst annehmen, dass der Transformator einfachen magnetischen Kreis und die in Fig. 252 dargestellten Dimensionen besessen habe.

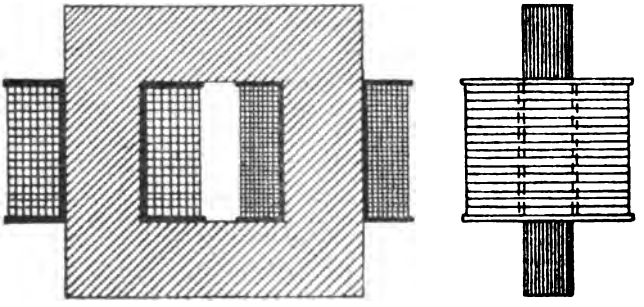


Fig. 252. Transformator Nr. 4.

Die Länge der quadratischen Seiten des Kernes ist

$$A = a = 39{\cdot}0 \text{ } cm$$
$$B = b = 18{\cdot}6 \text{ } »$$

Daraus folgt, dass die geometrische Länge des magnetischen Kreises $l_g = 115{\cdot}2$ *cm*, etwas grösser ist, als Evérshed angiebt. Die mittlere magnetische Länge ist

$$l_m = \frac{4 \times 20{\cdot}4}{\lg \text{nat} \frac{39}{18{\cdot}6}} = 110{\cdot}6 \text{ } cm$$

Bei etwa 90 % Volumausnutzung ist der effektive Eisenquerschnitt F = 58·5 *qcm* und somit das Eisenvolumen

$$V = F \cdot l_g = 58{\cdot}5 \times 115{\cdot}2 = 6740 \text{ } qcm.$$

Die maximale Induktion

$$B_{max} = \frac{0{\cdot}9 \times 2000 \times 10^8}{4 \times 70 \times 1120 \times 58{\cdot}5} \cong 9800,$$

der Eisenverlust somit = 507 Watt.

$$W_{Hyst.} = 0{\cdot}003 \times 70 \times 9800^{1{\cdot}6} \times 6740 \times 10^{-7} = 347 \text{ Watt.}$$

$$W_{Foue.} = \left(\frac{0{\cdot}5 \times 70 \times 9800}{2{\cdot}5 \times 10^6}\right) 2 \times 6740 = 160 \text{ Watt.}$$

Der Erregerstrom ist, bei $\mu = 1500$,

$$J_0 = \frac{9800 \times 110{\cdot}6}{1500 \times 1{\cdot}26 \times 1120 \times \sqrt{2}} = 0{\cdot}37 \text{ Ampère,}$$

der Leerstrom also

$$J_{g,0} = \sqrt{\left(\frac{507}{2000}\right)^2 + 0{\cdot}37^2} = 0{\cdot}45 \text{ Ampère.}$$

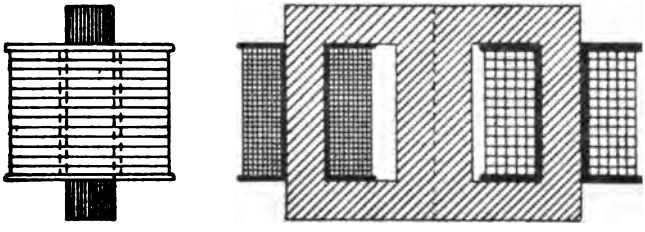


Fig. 253. Transformator Nr. 5.

Für die Kupferbewickelung kann primär 1·9 *mm* Draht, sekundär Kabel oder Band von 55 *qmm* Querschnitt verwendet werden. Die hierauf bezüglichen Daten des Transformators sind dann

	Primär.	Sekundär.
Mittlere Länge einer Windung	0·545 *m*	0.525 *m*
Zahl der Windungen	1120	56
Querschnitt der Windungen	2·83 *qmm*	55 *qmm*
Länge des Drahtes oder Kabels	610 *m*	29·4 *m*
Gewicht » » » »	15·4 *kg*	14·4 *kg*
Widerstand	3·8 Ohm.	0·0094 Ohm.

Versuchen wir nun den Transformator Nr. 4 in einen solchen Nr. 5 mit mehrfachem magnetischen Kreise umzugestalten, dessen Querschnitt F und Maximalinduktion B die gleichen seien wie vorher. Der Transformator Nr. 5 könnte dann etwa die in Figur 253 dargestellten Dimensionen annehmen und würde somit nur ein Eisenvolumen von 4460 *ccm* und einen Eisenverlust von etwa 335 Watt aufweisen.

Die Wickeldaten dieses Transformators Nr. 5 wären:

	Primär.	Sekundär.
Mittlere Länge einer Windung	0·450 *m*	0·44 *m*
Zahl der Windungen, wie vorher	1120	56
Querschnitt der Windungen	2·26 *qmm*	46 *qmm*
Länge des Drahtes oder Kabels	505 *m*	24·6 *m*
Gewicht	10·2 *kg*	10·1 *kg*
Widerstand	3·9 Ohm	0·0094 Ohm.

Trotz erheblicher Verringerung des Eisen- und Kupfergewichtes würde dieser Transformator Nr. 5 also in Bezug auf den Eisenverlust günstiger, in Bezug auf den Widerstand der Bewickelungen ebenso günstig sein als jener mit dem einfachen magnetischen Kreise Nr. 4. Aber er würde erheblich grösseren Spannungsabfall durch Streuung aufweisen, weil die Streuflächen bei ihm nur halb so weit voneinander entfernt sind. Bei der praktischen Ausführung wird man deshalb die Spulen stets neben- oder übereinander liegend um den Mittelsteg des E-Transformators anordnen; um dies aber durchführen zu können, muss man den Wickelraum vergrössern, sodass er etwa dem freien Raume in Fig. 252 gleichkommt. Der so erhaltene Transformator Nr. 6 nimmt dann etwa die Gestalt der Fig. 254 an; sein Volumen wird 6840 *ccm*, sein Eisenverlust etwa 515 Watt, seine Streuung ist allerdings erheblich kleiner als zuvor. Auch sein Kupfergewicht muss zugenommen haben, weil die primären Windungen jetzt den breiten Mittelsteg umfassen, die sekundären Windungen aber noch über die primären weg gelegt sind. Diese Betrachtungen führen uns dazu, die Vor- und Nachteile der Kern- und Manteltype der Transformatoren gegeneinander abzuwägen.

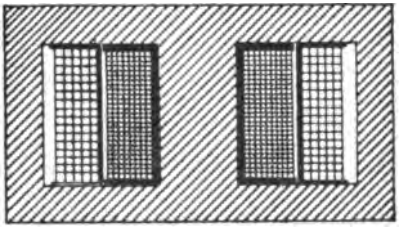


Fig. 254. Transformator Nr. 6.

Die erste eingehende Behandlung sowie die Bezeichnung stammt von Gisbert Kapp. Kapp[1]) verglich 1888 die zwei Formen der alten Ganz'schen Transformatoren miteinander und gelangte zu der Ansicht, dass die Korntype der Manteltype überlegen sei, weil bei ersterer die

[1]) El. London, 20, p. 338.

freiliegende Kupferbewickelung mehr Energie ohne Übersetzung zu leisten vermöge. Nach dem heutigen Standpunkte der Erfahrung würde man ohne weiteres die Manteltype vorziehen, weil man einsehen gelernt hat, dass bei Dauerbetrieb fast nur die Eisenverluste zu berücksichtigen sind; die Kerntype wird also als Laboratoriumsapparat, die Manteltype als Betriebsapparat höhere Belastungen zu ertragen vermögen. Die auf Seite 219 gegebenen Figuren stellen den Fall dar, dass durch entsprechende Umlegung des einen Teiles des Kernes aus einem Kerntransformator (Fig. 100) ein Manteltransformator von gleichem Wickelraume geschaffen werden kann, welcher ausser dem Vorteile grösserer ausstrahlender Eisenfläche unter Umständen etwas geringere Eisenmasse aufweisen kann. Bei der Manteltype kann als ausstrahlende Oberfläche die Eisenfläche eingesetzt werden, wie wir dies bisher auch gethan haben; bei der Kerntype muss man die ausstrahlende Oberfläche etwas kleiner nehmen, als den geometrischen Abmessungen entsprechen würde, indem man z. B. als gesamte Oberfläche die von Spulen freie Eisenfläche und etwa 50—70 % der von Spulen umschlossenen Fläche einsetzt. Führt man dies für einen 1000 Watt-Transformator durch, der bei 40 Perioden pro Sek. max. 5 % Spannungsverlust aufweist und welcher im Jahresdurchschnitt 2 Stunden täglich in Betrieb ist, so erhält man[1]) für Kern- und Manteltype die folgenden Resultate:

	Kerntype				Manteltype			
Induktion pro *qcm* . .	5000	4000	3000	2000	5000	4000	3000	2000
Kupfergewicht in *kg*	84	98	118	152	77	99	116	141
Eisenvolumen in *ccm*	10038	13068	18000	33680	8904	11194	15664	23955
Hyst. u. Wirbelstromvrl.	116	104	80	85	103	90	78	61
Tägl. Wirkgsgrad in %	80·7	81·7	82·9	83·3	81·7	82·9	83·7	85·3
Ausstrahl. Oberfl. in *qcm*	3970	4650	5600	8290	3725	4405	5570	6930

Bei der Manteltype wurde hier nur die Eisenfläche, bei der Kerntype auch die Fläche der Spulen mit 75 % der von ihnen umschlossenen Eisenfläche in Rechnung gebracht. Obgleich also die Kerntype in der vorstehenden Tabelle etwas grössere Oberflächen aufweist, werden die Endtemperaturen und damit die Widerstandszunahmen der Transformatoren mit gleicher Induktion pro *qcm* sehr nahe gleich sein. Die Hysteresisverluste wurden nach der Formel

$$W_{Hyst.} = 0{\cdot}003\ B^{1.6} \times \text{Vol.} \times 10^{-7}$$

[1]) C. L. Imhoff El. Ztschr. 1892. p. 456.

ermittelt; die Wirbelstromverluste ergeben sich aus der Beziehung

$$W_{Fouc.} = \left(\frac{0{\cdot}5 \times 40 \quad B}{2{\cdot}5 \times 10^6}\right)^2 \times \text{Vol.}$$

Die Tabelle lässt den Einfluss der Induktion auf das Kupfer- und Eisengewicht deutlich erkennen; sie zeigt ferner, dass, falls man die Erhöhung des Spannungsverlustes und Spannungsabfalles nicht scheut, zur Erreichung gleicher Endtemperaturen die Leistung des Transformators um so mehr steigern kann, je mehr man seine Induktion verringert. Die Überlegenheit der Manteltype tritt aber besonders dann zutage, wenn man nach Imhoff's Vorschlag einen Schritt weiter geht und den an keine Abmessungen gebundenen äusseren Mantel so weit verstärkt, dass seine Sättigung erheblich geringer wird als jene der inneren Querstege. Man kann dann an Kupfer etwas sparen und erhält, allerdings unter Aufwendung von erheblich mehr Eisen, eine grössere ausstrahlende Oberfläche, also entweder etwas geringere Endtemperatur oder etwas höhere Leistung.

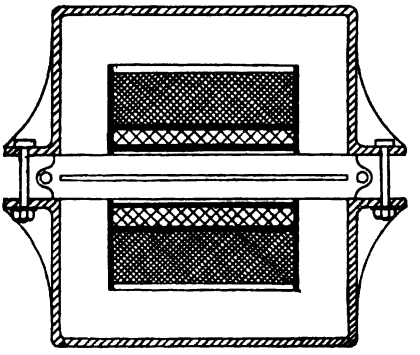


Fig. 255. Manteltransformator nach Imhoff. (Nr. 7.) $^1/_{10}$ nat. Gr.

Fig. 255 zeigt einen nach diesem Prinzipe von Imhoff gebauten Transformator Nr. 7 für 1000 Watt bei 50 Perioden pro Sekunde. Das Übersetzungsverhältnis desselben war 20:1, die Zahl der primären Windungen 3000, jene der sekundären 150 Ohm. Die konzentrisch angeordneten Spulen besassen eine Länge von 150 *mm* bei 190 *mm* Durchmesser, und der die Spulen tragende Kern arbeitete mit einer 1·7 mal höheren Sättigung als die äusseren Windungen. Der Widerstand der primären Spule betrug nach 10stündigem Betriebe 60 Ohm, derjenige der sekundären Spule 0·13 Ohm, sodass sich ein Spannungsverlust (bei induktionsfreier Belastung) von 2·8 Volt etwa ergab. Der Leerverlust betrug 32 Watt, die Erwärmung bei Dauerbetrieb etwa 50° C. Die beigefügte Kurve des Wirkungsgrades Fig. 256 lässt erkennen, dass es Imhoff ge-

lungen ist, allerdings unter Aufwand von verhältnismässig viel Eisenblech, dem kleinen Transformator günstigen Wirkungsgrad zu verleihen. Im allgemeinen wird durch die Imhoff'sche Anordnung allerdings eine Ersparnis an Kupfergewicht, nicht aber immer eine Erhöhung des täglichen Wirkungsgrades erreichbar sein; denn es kann sehr wohl sich der Fall ereignen, dass die Verringerung des Hysteresisverlustes pro *ccm* im Gehäuse durch die Erhöhung des Volumens des Gehäuses kompensiert wird. Es ist aber auch hier, wie bei allen Vorausberechnungen dieser Art, der günstigste Transformator nur dann zu erreichen, wenn man auf Grund weitgehender Erfahrung das Kompromiss zwischen technischen und kommerziellen Anforderungen zum richtigen Abschluss zu führen gelernt hat.

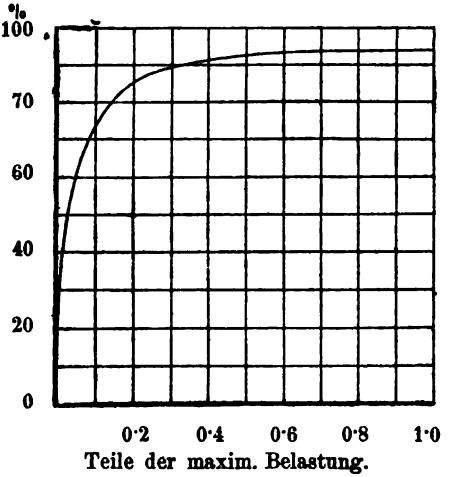


Fig. 356. Kurve des Wirkungsgrades von Nr. 7.

Kommerzielle Rücksichten sind es auch, die trotz der erwähnten Vorteile der Manteltransformatoren manche hervorragenden Firmen zur Beibehaltung der Kerntype veranlassen. Die Manteltransformatoren erfordern bei der praktischen Bearbeitung häufig ein Abhobeln oder Nachschleifen der Stossflächen, oder eine besondere Formung oder Biegung der über und in die fertigen Spulen zu schiebenden Bleche. Diese Arbeiten aber verteuern die Herstellung ganz wesentlich. Bei den Kerntransformatoren umfassen die Spulen die Schenkel des Kernes, und es ist deshalb leichter, mit einfach geformten, einander überlappenden Blechen zu arbeiten, welche von einer oder von beiden Seiten in die Spulen geschoben werden.

8. Rücksichtnahme auf den Jahreswirkungsgrad.

Will man einen Transformator bauen, der den Ansprüchen der Centrale, des Konsumenten und des Fabrikanten vollkommen genügt, so muss man die Eisenverluste, den Spannungsabfall

und die Gewichte des Eisens und Kupfers möglichst klein machen. Dies ist jedoch unmöglich, da jede der Forderungen die andere teilweise ausschliesst. Der Konstrukteur muss also zwischen diesen einander widersprechenden Anforderungen hindurchsteuern, indem er nach Möglichkeit der in einem bestimmten Falle wichtigeren Forderung grössere Zugeständnisse macht, ohne dabei die übrigen ausser Acht zu lassen. Die wichtigsten Anforderungen sind diejenigen der Centralen, welche für Apparate mit geringem Eisenverlust und möglichst vollkommener Selbstregulierung schon um deswillen etwas höhere Preise zu bezahlen vermögen, weil die Erhöhung des Anlagekapitals mehr als kompensiert wird durch die Verringerung der Betriebskosten. Zur Erhöhung des Jahreswirkungsgrades stehen uns drei Wege offen, deren Vor- und Nachteile leicht gegeneinander abzuwägen sind und welche sämtlich eine

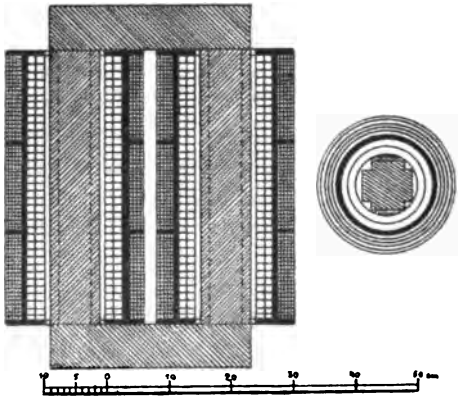


Fig. 257. Transformator von Dobrowolsky. Nr. 8.

Erhöhung des Kupfergewichtes erfordern. Es sind dies die Verringerung der Periodenzahl, der Induktion oder des Eisens. Wenn das Kupfergewicht vergrössert wird, kann entweder das Volumen oder der Verlust grösser werden.

Lassen wir zunächst einen grösseren Verlust im Kupfer zu, so erhalten wir die von Swinburne[1]) angedeutete und von Dobrowolsky[2]) in weiterer Ausführung vorgeschlagene Type der Transformatoren, deren Vor- und Nachteile bereits auf Seite 219 behandelt worden sind. Fig. 257 und 258 stellen zwei Trans-

[1]) Swinburne, El., London, 23, p. 492. El. Zeitschr. 1889, p. 541. 210. Dobrowolsky El. Zeitschr. 1892, p. 222.

formatoren Nr. 8 und 9 der A. E. G., Berlin, dar, von welchen der erste für 3500 Watt bei 40 Perioden, der zweite für 20000 Watt bei 80 Perioden bestimmt ist. Der kleinere Trans-

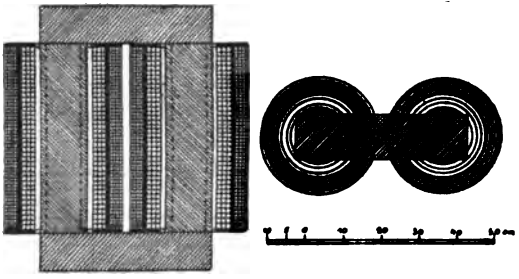


Fig. 258. Transformator von Dobrowolsky. Nr. 9.

formator Nr. 9 setzt von 1000 auf 100 Volt um und besitzt primär 3600 Windungen von 2·3 *mm* Durchmesser, sekundär 360 Windungen eines rechteckigen Kupferbandes von 5×8 *mm*, dessen Querschnitt wegen der abgerundeten Ecken 37 *qmm* beträgt. Die Widerstände betragen nach mehrstündigem Betriebe 9 und 0·064 Ohm und verursachen somit einen Spannungsverlust von 5·3 %. Das lang und schmal gehaltene Eisengestell von 50*kg* Gewicht reicht zur Aufnahme dieser 120 *kg* schweren Kupferbewickelungen mit Isolierschichten und Endplatten bequem aus. Der Leerverlust beträgt bei einem effektiven Eisenquerschnitt von 42 *qcm* und einer Induktion

$$B_{max.} = \frac{0{\cdot}9 \times 1000 \times 10^8}{4 \times 40 \times 42 \times 3600} = 3860$$

rund 50 Watt = 1·4 % der Maximalleistung. Vergleicht man mit diesem Transformator einen solchen mit hohem (4 %) Eisen- und kleinem (2 %) Kupferverluste, so erkennt man, dass die Kurve des Wirkungsgrades für schwache Belastungen bei dem ersteren erheblich höher liegt. (Fig. 259.) Dasselbe Ergebnis liefert der 20 Kilowatt-Transformator Nr. 10 von Dobrowolsky, welcher bei 80 Perioden von 5000 auf 100 Volt umsetzt und primär 3760 Windungen von 2 *mm* Durchmesser, sekundär 76 Windungen eines rechteckigen Drahtes von 120 *qmm* Querschnitt besitzt. Die Widerstände sind 34 und 0·0121 Ohm in warmem Zustande; der Kupferverlust beträgt bei voller Leistung 5 %, das Kupfergewicht erreicht rund 330 *kg*. Aus den in der

Fig. 258 angegebenen Massen folgt unter Berücksichtigung eines wirklichen Eisenquerschnittes von 110 *ccm* eine Kraftliniendichte von

$$B_{max.} = \frac{0{\cdot}9 \times 5000 \times 10^8}{4 \times 80 \times 3760 \times 110} = 3410,$$

ein Eisengewicht von etwa 160 *kg* und ein Leerverlust von etwa 160 Watt = 0·8 % der maximalen Leistung. Auch für diesen Transformator liegen die Wirkungsgrade bei schwachen Be-

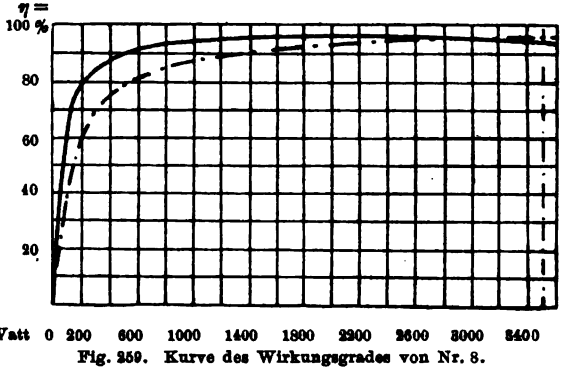


Fig. 259. Kurve des Wirkungsgrades von Nr. 8.

lastungen höher als bei einem gleich grossen Transformator der gebräuchlicheren Art, bei welchem der Spannungsverlust und der Leerverlust je 2 % betragen (Fig. 260). Vergleicht man die täglichen Wirkungsgrade im Winter, so erhält man für den

	3·5 Kilowatt-Transf.		20 Kilowatt-Transf.	
	bei 2 % im Fe und 5 „ „ Cu	bei 4 % im Fe u. 2 „ „ Cu	bei 0·8 % im Fe u. 5 „ „ Cu	bei 2 % im Fe u. 2 „ „ Cu
Nutzarbeit in Kilowattstdn.	573·0	573·0	573·0	573·0
Verlust „ „	54·7	103·5	38·2	55·4
Tägl. Wirkungsgrad in %	91·25	84·7	93·7	91·2

Es mag auffallen, dass bei diesen Transformatoren 8 u. 9 die Eisenkerne so lang und schmal gehalten sind; dies ist aber zur Unterbringung der Wickelungen notwendig. Wenn man die Rücksichtnahme auf den Spannungsverlust nach Dobrowolsky's Vorschlag für überflüssig erklärt, so kann man die Frage nach der günstigsten Gestaltung einer gegebenen Eisenmasse nur dahin beantworten, dass man einen möglichst grossen Wickelraum erhalten muss. Indem man aber das Eisen möglichst ausdehnt, um genügenden Raum für die Windungen zu schaffen, muss man abermals Vorsicht walten lassen; infolge

des wachsenden Umfanges der Windungen wird nämlich für einen bestimmten, wenn auch grossen Spannungsverlust das Kupfergewicht rascher wachsen als die Leistung. Auch in dieser Beziehung führen also die Folgerungen aus dem Dobrowolsky'schen Vorschlage zu Forderungen, welche den gebräuchlichen entgegengesetzt sind. Man strebte besonders vor einigen Jahren noch nach möglichst gedrungener Bauart der Eisenkerne, um kleinen Erregerstrom und kleinen Leerverlust zu haben. Es lässt sich leicht einsehen, dass jener Transformator den geringsten Eisenverlust bei einem bestimmten Wickelraum aufweisen wird, dessen mittlerer Kraftlinienweg am kleinsten ist.

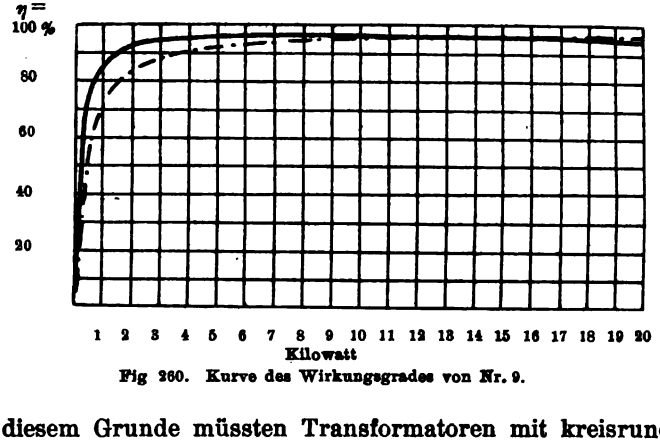


Fig 260. Kurve des Wirkungsgrades von Nr. 9.

Aus diesem Grunde müssten Transformatoren mit kreisrunden oder quadratischen Kernen, deren Kraftlinienweg und Wickelungsumfang nahezu quadratisch oder kreisrund war, die vorteilhaftesten Formen sein, wenn nicht praktische Erwägungen dafür sprächen, der länger gestreckten Form den Vorzug zu geben. Die gedrungene Form erschwert nämlich wegen der Übereinanderlagerung vieler Windungen das Wickeln und bewirkt leicht grösseren Spannungsabfall durch Streuung. Die günstigste Form kann also auch nur nach Abwägung einer Reihe von widersprechenden Anforderungen am besten dadurch gefunden werden, dass man mehrere Modelle skizziert und durchrechnet.

Für die folgenden Vergleiche der übrigen zur Verbesserung des Jahreswirkungsgrades vorliegenden Methoden soll stets ein Spannungsverlust von etwa 3 % zu grunde gelegt werden.

a) Verminderung der Periodenzahl. Zum Vergleiche greifen wir auf den 10 IP Transformator Nr. 4 Fig. 252 zurück,

dessen Daten auf Seite 460 bereits mitgeteilt wurden. Bei einer Periodenzahl von $p = 70$ pro Sekunde betrug

der maximale Wirkungsgrad:

Maximale Leistung . .	7500	Watt
Verlust im Eisen . . .	507	»
$J_1^2\, r_1 = 4{\cdot}04^2 \times 3{\cdot}8 =$	62	»
$J_2^2\, r_2 = 75^2 \times 0{\cdot}0094 =$	53	»
	8122	Watt

$$\eta = \frac{7500}{8122} = 92{\cdot}5\,\%$$

$$v = \frac{15{\cdot}4}{20} + 0{\cdot}7 \cong 1{\cdot}5 \text{ Volt}$$

der tägliche Wirkungsgrad:

Nutzarbeit	5000	Watt	à	6	Stdn.	= 30000	Wattstdn.
Verl. im Eisen	507	»	»	24	»	= 12168	»
» durch Erregerstr. etwa $0.45^2 \times 3{\cdot}8$	27	»	»	24	»	= 18	»
» » Primärstrom »	24	»	»	6	»	= 162	»
» » Sekundärstr. »						= 144	»
						42492	»

$$G = \frac{30\,000}{42\,492} \simeq 71\,\%$$

Reduzieren wir jetzt p auf 35 Perioden pro Sekunde, indem wir zur Aufrechterhaltung von $B = 9800$ die Zahl der Windungen verdoppeln. Da nun der Wickelraum gegeben ist, können wir den Querschnitt des Kupfers nicht vergrössern, sondern müssen ihn sogar bedeutend verkleinern. Dadurch wird der Widerstand und der Spannungsverlust erheblich grösser. In dem vorliegenden Falle, wo der Transformator Nr. 4 noch etwas freien Wickelraum aufweist, müssen die Querschnitte des primären und sekundären Drahtes auf etwa die Hälfte reduziert werden, während die Längen um etwa 20 % wachsen. Dadurch steigen die Widerstände auf etwa $r_1 = 8{\cdot}6$, $r_2 = 0{\cdot}0225$ Ohm.

Es ist dann

der maximale Wirkungsgrad von Nr. 10:

Maximale Leistung . .	7500	Watt
Verlust im Eisen . . .	253	»
$J_1^2\, r_1 = 4^2 \times 8{\cdot}6$. =	138	»
$J_2^2\, r_2 = 75^2 \times 0{\cdot}0225$ =	127	»
	7988	Watt

$$\eta = \frac{7500}{7988} \cong 94\ \%$$

$$v = \frac{36}{20} + 1{\cdot}7 = 3{\cdot}5\ \%$$

der tägliche Wirkungsgrad von Nr. 10.

Nutzarbeit	5000 Watt	à 6 Stdn.	= 30000	Wattstdn.
Verl. im Eisen	253·5 »	» 24 »	» 6084	»
» durch Erregerstrom .	$0{\cdot}2{\cdot}3^2 \times 8{\cdot}6$ »	» 24 »	» 11	»
» » Primärstrom . . .	61 »	» 6 »	» 366	»
» » Sekundärstrom . . .	56 »	» 6 »	» 336	»
			36797	»

$$G = \frac{30000}{36797} \cong 81{\cdot}5\ \%$$

Der Spannungsverlust ist hier bei Nr. 10 also mehr als doppelt so hoch wie bei Nr. 4, trotzdem das Kupfergewicht noch 60 % des früheren beträgt. Der maximale und der tägliche Wirkungsgrad sind gestiegen. Doch ist das günstige Verhalten gerade dieses Transformators darauf zurückzuführen, dass noch ziemlich viel freier Raum zwischen den Spulen vorhanden war; gewöhnlich ist dies nicht der Fall, und dann muss eine so bedeutende Reduktion des Kupferquerschnittes eintreten, dass im Interesse der Betriebssicherheit die Maximalleistung des Transformators reduziert werden muss. Auch hier sind schon die verringerten Kupferquerschnitte einem länger andauernden Betriebe mit voller Leistung kaum gewachsen. Wie man zur Erzielung maximaler Leistung B mit p verändern müsste, ist bereits in § 5 dieses Kapitels erörtert worden.

b) Auch die Verminderung der Induktion hat ähnliche Nachteile und Veränderungen zur Folge wie die Verringerung der Periodenzahl. Man kann auch hier nur dadurch zum Ziele gelangen, dass man die Windungszahl erhöht. Dann ist aber in den meisten Fällen gleichzeitig auch eine Änderung des Eisengestelles erforderlich, wenn man weder übermässige Erwärmung haben, noch auf Kosten der Bespinnungsdicke und Isolation etwas grösseren Wickelraum erkaufen will. Dazu kommt noch, dass man in beiden Fällen die Streuung stark erhöht. Es bleibt also nur noch als drittes Mittel.

c) Die Änderung des Eisengestells. Dieses Mittel führt jedoch in Verbindung mit den beiden anderen zum Ziele. Greifen wir wieder auf den 10 IP.-Transformator Nr. 4, Fig. 252, zurück und vergrössern wir unter Beibehaltung der Fläche F des Eisens

die mittlere Länge des magnetischen Kreises um 30%, dann werden (bei Nr. 11) Volumen und Gewichte des Eisens um 30% grösser; gleichzeitig aber wächst der Wickelraum um 110% etwa. Man hat also genügend Raum für die doppelte Windungszahl. Da aber die mittlere Windungslänge um etwa 10% grösser geworden ist, muss man dem Kupfer zur Erzielung gleichen Verlustes etwa 10% mehr Querschnitt verleihen. Man hat dann das Kupfergewicht um 140% erhöht, den Verlust im Kupfer aber auf 3% belassen. Reduziert man jetzt, bei p = 70, B auf 4900, so ist der Kernverlust gesunken auf

$$W_{Hyst.} = 0{\cdot}003 \times 70 \times 4900^{1{\cdot}6} \times 8750 \times 10^{-7} = 147 \text{ Watt.}$$

$$W_{Foue.} = \left(\frac{0{\cdot}5 \times 70 \times 4900}{2{\cdot}5 \times 10^6}\right)^2 \times 8750 = \frac{53 \text{ Watt.}}{200 \text{ Watt.}}$$

Es ist dann das Eisenvolumen von No. 12 = 8750 *ccm*, der Primärwiderstand = 716, der Sekundärwiderstand = 0.0188 Ohm und

die maxim. Leistung	=	7500 Watt
Verlust im Eisen . .	=	200 »
$J_1^2 r_1 = 4^2 \times 7.6$	=	122 »
$J_2 r_2 = 75^2 \times 0.0188$	=	106 »
		7928 Watt.

$$\eta = \frac{7500}{7928} \cong 90\,\%$$

$$v = \frac{3908}{20} + 1{\cdot}4 \cong 3 \text{ Volt.}$$

die tägl. Nutzarbeit . .	5000 Watt	à	6 Stdn.	=	30000 Wattstd.
der Verlust im Eisen .	200 »	à	24 »	=	4800 »
» » d. Erregstr. etw.	$0{\cdot}3^2 \times 5{\cdot}3$	à	24 »	=	12 »
» » im Primärkreis	44 Watt	à	6 »	=	324 »
» » » Sekundärkreis	58 »	à	6 »	=	288 »
					35424 Wattstd.

$$G = \frac{30000}{35424} = 84{\cdot}7\,\%$$

Wir können jetzt noch einen Schritt weiter gehen und das Eisenvolumen des zuerst behandelten Transformatorgestells Nr. 4 derart verändern (Nr. 12), dass sein Kupferverlust von 1.5% auf 3% steigt. Wir brauchen dann bei gleichem Werte von B (= 9800) nur die halben Windungen, erhalten also die Möglichkeit, den Transformator 20% im Wickelraum zu reduzieren. Sein Volumen wird dann $0{\cdot}8 \times 6740 = 5400$ *ccm*; sein Kupfer-

gewicht kann um mehr als die Hälfte, etwa um 55%, reduziert werden, weil sein Umfang etwa 10% geringer ist. Der tägliche Wirkungsgrad ergiebt sich dann zu G = 74%.

Tägl. Nutzarbeit	5000 Watt	à	6 Stdn.	=	30000 Wattstdn.
Verlust im Eisen	507 × 0.8	»	à 24	»	=	9734	»
» durch Erregerstrom	$0.95^2 \times 7.6 \times 24$	»	à 24	»	=	144	»
» im Primärkreis . .	54	»	à 6	»	=	324	»
» » Sekundärkreis .	48	»	à 6	»	=	288	»
					Gesamte aufgenommene Arbeit	40490 Wattstdn.

Trotzdem also dieser Transformator Nr. 12 nur 80% des Eisens und etwa 55% des Kupfers enthält, mit welchem der ursprüngliche Transformator versehen war, ist sein täglicher Wirkungsgrad höher. Allerdings weist er dafür den doppelten Spannungsverlust auf und erreicht er eine höhere Endtemperatur, weil seine Oberfläche um etwa 10% kleiner ist. Erheblich besser wird schliesslich aber der Transformator, wenn wir unter gleichzeitiger Verringerung der Aussenmasse den Eisenquerschnitt des Transformators reduzieren, etwa halbieren (Nr. 13 Fig. 261).

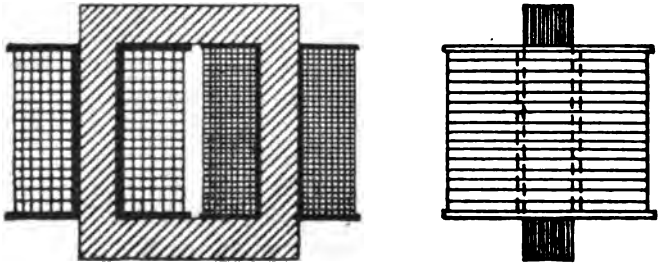


Fig. 261. Transformator Nr. 13. $^1/_{10}$ nat. Grösse.

Der Wickelraum wird dadurch nicht ganz verdoppelt; da aber die mittlere Länge kleiner geworden ist, kann man die doppelte Windungszahl unterbringen und den doppelten Widerstand erhalten, sobald man den Drahtdurchmesser etwas verkleinert. Die Durchrechnung dieses Beispiels ergibt für die mittleren Längen der Bewickelungen $l_1 = 0{\cdot}48\ cm$, $l_2 = 0{\cdot}40\ m$. Wenn man primär Draht von $1{\cdot}8\ mm$ Durchmesser, sekundär solchen von 48 *qmm* Querschnitt verwendet, beträgt das gesamte Kupfergewicht etwa 46 *kg*, während das gesamte Eisengewicht nur etwa 25 *kg* erreicht. Das Eisenvolumen ist 3220 *ccm*, der Kernverlust also nur etwa 242 Watt bei B = 9800.

Es ist dann der maximale Wirkungsgrad

Max. Leistung	7500	Watt
Verlust im Eisen . . .	242	«
$J_1^2 r_1 = 4^2 \times 7{\cdot}6$	= 122	«
$J_2^2 r_2 = 75^2 \times 0{\cdot}0188$	= 106	«
	7970	Watt

$$\eta = \frac{7500}{7970} = 94{\cdot}2\,\%$$

$$v = 1{\cdot}6 + 1{\cdot}4 = 3{\cdot}0 \text{ Volt.}$$

der tägliche Wirkungsgrad

Tägl. Nutzarbeit	5000	Watt	à	6	Stdn. =	30000 Wattstdn.
Verlust im Eisen	242	»	à	24	» =	5808 »
» durch Erregerstr. etwa $0{\cdot}3^2 \times 76$	»	à	24	» =	12 »	
» im Primärkreis . .	54	»	à	6	» =	324 »
» » Sekundärkreis .	48	»	à	6	» =	288 »

$$G = \frac{30000}{36432} = 82.4\,\%$$

Dieser Transformator Nr. 13 ist also in Bezug auf den Jahreswirkungsgrad günstig, in Bezug auf die Herstellungskosten erheblich günstiger als die vorher behandelten gleicher Leistung; doch darf nicht ausser Acht gelassen werden, dass er wegen seiner kleineren ausstrahlenden Oberfläche auch wärmer wird als jene. Den höchsten Jahreswirkungsgrad weist Nr. 11 auf, man wird aber doch der grösseren Materialersparnis wegen Nr. 13 vielleicht den Vorzug geben.

Es liegt nun die Frage nahe, ob und in wie weit man durch noch weitere Reduktion der Eisenmassen den Kernverlust reduzieren kann. Man gelangt dadurch zu den

Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise.

Dem Beispiele Evershed's folgend, haben wir bei allen Ermittelungen des Jahreswirkungsgrades für die Transformatoren den durch den Leerstrom in der primären Bewickelung erzeugten Verlust berücksichtigt, obgleich derselbe in den bisher behandelten Fällen stets vernachlässigbar war. Sobald wir jedoch übergehen zu Transformatoren mit nur teilweise eisengeschlossenem Kreise, wird der durch den Leerstrom im Laufe des Jahres erzeugte Verlust nicht mehr vernachlässigbar sein. Zur Klarlegung des Unterschiedes wird es vielleicht am zweckmässigsten sein, den Transformator Nr. 13 dadurch in einen magnetisch offenen Nr. 14 umzugestalten, dass ohne Änderung

der Spulen die zwei in Fig. 259 kreuzweise schraffierten Stücke B B weggelassen, die Stücke A A (Fig. 262) zusammengestossen und die Spulen aneinander gerückt werden. Die gesamte Länge des Eisenkernes ist dann 68 *cm*, jene der Spulen 48·6 *cm*, sodass die Länge der aus den Spulen herausragenden nackten Eisenflächen je 10·2 *cm* beträgt. Das Eisenvolumen beträgt dann nur noch 2000 *ccm*, der Eisenquerschnitt 29 *qcm*, die mittlere Eisenlänge 68 *cm* und die Leistung bei $p = 70$ auch wie zuvor 7500 Watt. Da Windungszahl, Eisenquerschnitt, Periodenzahl und Spannung sich gleich geblieben sind, wird auch die Induktion denselben Wert wie zuvor erhalten; der Jahreswirkungsgrad müsste also unbedingt höher sein als zuvor, wenn der durch den Erregerstrom bewirkte Verlust immer noch nahezu vernachlässigbar wäre. Dies ist jedoch nicht mehr der Fall. Wir können den Wert des Erregerstromes für jeden Transformator leicht aus den bekannten Beziehungen zwischen

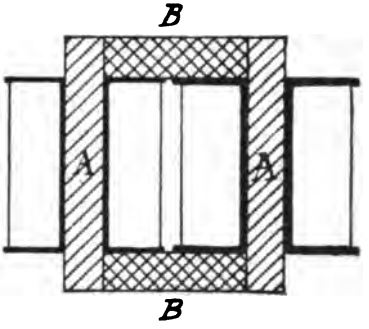


Fig. 262.
Transformator Nr. 18.

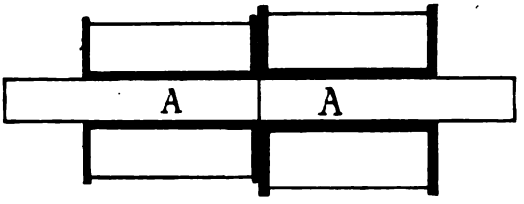


Fig. 263. Magnetisch offener Transf. Nr. 14, entwickelt aus Fig. 262.

magnetomotorischer Kraft M, totaler Kraftlinienzahl N und magnetischem Widerstand ϱ ermitteln. Es ist nämlich einmal

$$M = N \cdot \varrho = \frac{E\sqrt{2} \cdot 10^8}{2\pi p \cdot n} \varrho = B_{max} \cdot f \cdot \varrho$$

und dann auch $M = \frac{4\pi}{10} \cdot n J_0 \sqrt{2}$.

Daraus folgt $J_0 = \frac{0{\cdot}8\, M}{n\sqrt{2}} = \frac{0{\cdot}8\, E \cdot 10^8}{2\pi p \cdot n^2} \cdot \varrho$

Der Erregerstrom ist also dem gesamten Widerstande des magnetischen Kreises einfach proportional.

Die Ermittelung des magnetischen Widerstandes eines Transformators von der in Fig. 263 dargestellten Form lässt sich nun mit genügender Genauigkeit unter einer vereinfachenden Annahme durchführen. Der Luftwegwiderstand kann für einen langen und sehr dünnen Eisenstab, an dessen Enden Eisenkugeln vom Radius a *cm* befestigt sind, unter der Annahme berechnet werden, dass die sämtlichen Kraftlinien radial aus den Oberflächen jeder Kugel austreten und radial unendlich weit verlaufen. Der Widerstand von der Oberfläche einer Kugel bis nach der unendlich fernen Endfläche des Kraftlinienbündels ist dann $\frac{1}{4\pi a}$; der Widerstand von der Unendlichkeit bis zurück zum anderen Pol weist die nämliche Grösse auf, und der Luftwiderstand von einer Polfläche zur anderen ist somit $\varrho_1 = \frac{1}{2\pi a}$.

Versuchen wir den Übergang von diesem imaginären Transformator zu dem Transformator Nr. 14, so müssen wir annehmen, dass nicht die Gestalt, sondern nur die Grösse der freien Eisenflächen an den Enden des stabförmigen Teiles den imaginären Verlauf der Kraftlinien beeinflusst. Die Oberfläche jedes freien Endes ist 268 *qcm*, und eine Kugel von gleicher Oberfläche hätte $a \cong 4.6$ *cm* Radius. Da nun aber ein beträchtlicher Teil des von Polende zu Polende übergehenden Kraftlinienstromes umbiegt und nach rückwärts durch die Spulen verläuft, so schlägt Evershed vor, nur $^3/_4$ der Gesamtoberfläche der den Kugelflächen äquivalenten freien Eisenflächen in der Gleichung für den Luftwiderstand des Kraftlinienweges einzusetzen. Wir behalten dann für den Luftwiderstand

$$\varrho_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2\pi a} = \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 29} \cong \frac{4}{87} = 0{\cdot}046$$

und für den Eisenwiderstand

$$\varrho_{fe} = \frac{l_m}{\mu f} = \frac{68}{2000 \times 29{\cdot}2} = 0{\cdot}00117,$$

für den Gesamtwiderstand $\varrho = 0{\cdot}046 + 0{\cdot}0012 = 0{\cdot}0472$.

Daraus folgt für den Erregerstrom

$$J_0 = \frac{0{\cdot}8 \times 2000 \times 10^8}{2\pi \times 70 \times 2240^2} \times 0{\cdot}0472 = 3{\cdot}43 \text{ Ampère},$$

ein Wert, welcher dem Strome bei voller Belastung nahezu

gleich ist. Denselben Wert des Erregerstroms hätte man auch ohne Formel erhalten können. Da nämlich $B_{max.} = 9830$, $f = 29{\cdot}2$ ist, so muss $N = 287036$ sein. Folglich ist

$$M_l = N \,.\, \varrho = 287036 \times 0{\cdot}046 = 13284$$

Für das Eisen ist

$$M_{Fe} = H \times l_m = 5 \times 68 = 340;$$

die gesamte M. M. K. ist also $M = 13624$ und der Erregerstrom somit

$$J_0 = \frac{0{\cdot}8 \times 13624}{\sqrt{2} \,.\, 2240} = 3{\cdot}43 \text{ Ampère wie oben.}$$

Sucht man die Einführung des magnetischen Widerstandes überhaupt zu umgehen, so genügt es anzunehmen, der Querschnitt des Luftweges sei gleich der Oberfläche der freien Eisenenden und die äquivalente Länge dieses Luftweges sei gleich dem Durchmesser 2 a jener Kugel, deren Oberfläche gleich derjenigen der freien Enden ist. Dann stellt sich die Rechnung wie folgt, wenn man berücksichtigt, dass wegen der auftretenden Streuung nur $^3/_4$ der freien Polflächen als effektiver Querschnitt des Luftweges zu berücksichtigen sind.

	Eisen	Luft
Kraftlinienzahl	$N = 287040$	$N_l = 287040$
Querschnitt	$f = 29{\cdot}2$ *qcm*	$f_l = 0{\cdot}75 \times 268 = 200$ *qcm*
Maximale Induktion . . .	$B = 9830$	$B_l = 1435$
Länge des magn. Kreises .	$l = 68$ *cm*	$l_l = 9{\cdot}2$ *cm*
Ampèrewindgn. pro *cm* Länge	$0{\cdot}8H = 0{\cdot}8 \times 5 = 4$	$= 0{\cdot}8 \times 1435 = 1150$
Ampèrewindungen total . .	272	10580

Daraus folgt, dass für Eisen und Luft zusammen 10852 AW erforderlich sind; dies giebt bei 2240 Windungen als Maximalwert des Erregerstroms 4·85 Ampère. Der vom Dynamometer angezeigte Mittelwert aber würde, wie oben, sein:

$$J_0 = \frac{4{\cdot}85}{\sqrt{2}} = 3{\cdot}43 \text{ Ampére}$$

Trotz des ausserordentlich hohen Erregerstroms arbeitet der Transformator Nr. 14 aber recht günstig. Sein Kernverlust ist nämlich nur noch $\frac{2000}{3220} \times 242 = 150$ Watt, sein Spannungsverlust (durch Widerstände) etwa 3 Volt, wie vorher,

und sein maximaler und täglicher Wirkungsgrad berechnen sich nahezu gleich jenen von No. 13. Denn es ist

Maximale Leistung . . .	=	7500 Watt
Verlust im Eisen . . .	=	150 »
$J_1^2 r_1 = (4^2 + 3 \cdot 43^2) \times 7 \cdot 6$	=	212 »
$J_2^2 r_2 = 75^2 \times 0 \cdot 0188$ . .	=	106 »
		7968 Watt

$$\eta = \frac{7500}{7968} = 94 \cdot 2\,\%.$$

Nutzarbeit	5000 Watt	à	6 Stdn.	=	30000	Wattstdn.
Verlust im Eisen	150 »	à	24 »	=	3600	»
» durch Erregerstrom $3 \cdot 43^2 \times 7 \cdot 6$	»	à	24 »	=	2160	»
» im Primärwiderstand	94 »	à	6 »	=	564	»
» » Sekundärwiderstand	48 »	à	6 »	=	288	»
					36612	Wattstdn.

$$G = \frac{30000}{36612} = 82 \cdot 0\,\%$$

Trotzdem also der Kern von Nr. 14 etwa 40 % weniger Eisen enthält als jener Nr. 13, ist sein täglicher Wirkungsgrad kaum merklich verringert. Dies weist zum Mindesten darauf hin, dass Transformatoren mit offenem magnetischen Stromkreise billig zu beschaffen und bei passender Wahl der Konstruktion auch mit gewissem Vorteil zu verwenden sind.

10. Einfluss der Gestalt der Polflächen.

Aus dem eben durchgeführten Beispiele ergiebt sich ohne weiteres, dass das Bestreben des Konstrukteurs darauf gerichtet sein müsse, ohne wesentliche Erhöhung des Eisenvolumens dem offenen Transformator möglichst grosse und günstig geformte Polflächen zu verleihen. Wenn wir versuchen, den Radius der den Polflächen äquivalenten Kugelfläche dadurch zu vergrössern, dass wir eine grössere Masse unterteilten Eisens an den Polenden anordnen, werden wir bald erkennen, dass wir die Eisenmasse stärker vergrössern als die Oberfläche der Polenden. Wenn wir dagegen die Kernplatten an den an den Spulen hervorstehenden Enden in feine Bänder zerschlitzen und diese Bänder vertikal nach allen Richtungen ausbreiten, so dass sie sich etwa der Gestalt einer Halbkugel nähern, erhalten wir einen Übergang zu Swinburne's glücklicher Lösung des vorliegenden Problems. Wenn wir jedoch bei dem so erhaltenen Transformator Nr. 15 die Oberfläche der äquivalenten Kugeln bestimmen wollen, stossen

wir auf eine neue Schwierigkeit; die radial aufgebogenen Eisenbänder bilden keine kontinuierliche Fläche, und der wirkliche Wert der von ihnen gebildeten Eisenfläche wird je nach der Geschicklichkeit des den Kern bauenden Arbeiters verschieden sein. Wenn wir jedoch die willkürliche Annahme machen, dass die Kugelfläche der Bänder als kontinuierlich betrachtet und dafür die Fläche der beiden Wangen der Spule vernachlässigt werden darf, werden wir wahrscheinlich eine zu kleine Oberfläche erhalten, also einen die Sicherheit erhöhenden Irrtum begehen. Man bemerkt, dass die Berechnung der Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise auf einer Reihe ungenauer und eigentlich auch unhaltbarer Voraussetzungen aufgebaut ist; doch zeigt die Praxis, dass die auf Grund dieser fast willkürlichen Annahmen berechneten Werte nur verhältnismässig wenig von den an praktischen Transformatoren erhaltenen abweichen. Wir werden dies auch im Verlaufe der vorliegenden Untersuchung noch bestätigt finden.

Der Transformator Nr. 15 kann bei $B = 9830$ und $p = 70$ eine Maximalbelastung von 7500 Watt ertragen und weist dabei, da seine Spulen gleiche Widerstände wie bei Nr. 12 und Nr. 13 besitzen, einen Spannungsverlust in den Widerständen von 3 Volt

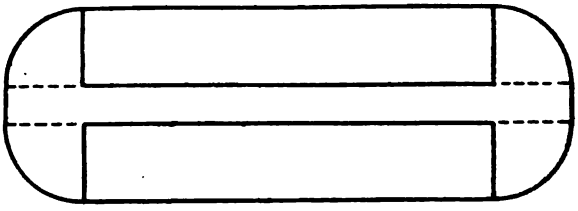


Fig. 264. Transformator Nr. 15. $^1/_{10}$ nat. Grösse.

etwa auf. Der Radius der halbkugeligen Enden ist ungefähr 13 *cm*, ihre Oberfläche somit 106 *qcm*, und der Radius der äquivalenten Kugelfläche $a = 9{\cdot}2$ *cm*, gegen $a = 4{\cdot}6$ *cm* bei Nr. 14. Der Erregerstrom wird also etwa im Verhältnis 1 : 2 reduziert sein und nur noch etwa 1·8 Ampère betragen. Es wird nämlich

$$M = \frac{13284}{2} = 6642, \quad M_{fe} = 76 \times 5 = 380 \quad \text{und} \quad M = 7022.$$

Der Erregerstrom wird also $J_0 = 1{\cdot}78$ Ampère.

Der Eisenverlust ist etwas grösser als zuvor, weil das Gesamtvolumen 2230 *ccm* beträgt; er berechnet sich zu 168 Watt etwa. Es ist dann

Maximale Leistung . . .	=	7500 Watt
Verlust im Eisen . . .	=	168 »
$J_1^2 r_1 = (4^2 + 1{\cdot}8^2) \times 7{\cdot}6$	=	146 »
$J_2^2 r_2 = 75^2 \times 0{\cdot}0188.$.	=	106 »
		7920 Watt

$$\eta = \frac{7500}{7920} = 94{\cdot}7\,\%$$

Nutzarbeit	5000	Watt	à 6	Stdn.	= 30000	Wattstdn.
Verlust im Eisen	168	»	à 24	»	= 4032	»
» durch Erregerstrom $1{\cdot}8^2 \times 7{\cdot}6$		»	à 24	»	= 590	»
» im $J_1^2 r_1$	66	»	à 6	»	= 396	»
» » $J_2^2 r_2$	48	»	à 6	»	= 288	»
					35306	Wattstdn.

$$G = \frac{30000}{35306} = 85{\cdot}0\ \%$$

Trotz des etwas grösseren Eisenvolumens und -verlustes arbeitet also Nr. 15 günstiger als Nr. 14 sowohl in Bezug auf

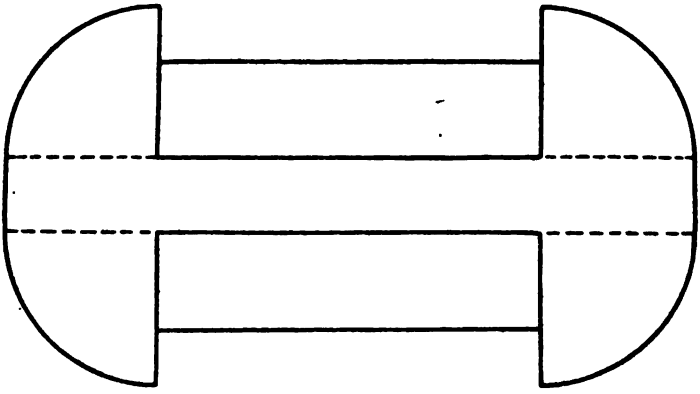


Fig. 265. Transformator Nr. 16.

den täglichen Wirkungsgrad als auch in Bezug auf den Erregerstrom. Nr. 15 ist in Bezug auf den Wirkungsgrad sogar dem eisengeschlossenen Transformator mindestens ebenbürtig, und es liegt nahe, den Wirkungsgrad durch Verminderung der Induktion noch etwas zu steigern. Wandeln wir nach dem eben beschriebenen Verfahren Nr. 12 in die Imitation eines Igeltransformators um, so erhalten wir das Modell Nr. 16, dessen

Polenden, gegenüber jenen von Nr. 15, Halbkugeln von doppeltem Radius sind. Bei der Umwandlung des ursprünglichen Transformators Nr. 4 in das Modell Nr. 11 wird das ursprüngliche Volumen von 6740 *ccm* erhöht auf 8730 *ccm*; wenn wir jedoch Nr. 11 in einen Igeltransformator umwandeln, brauchen wir nur 5450 *qcm* Eisen, sodass sein Kernverlust jetzt nur noch

$$200 \cdot \frac{5450}{8730} \cong 125 \text{ Watt}$$

beträgt. Die Wirkungsgrade ergeben sich dann aus folgender Tabelle:

Maximale Leistung . .	= 7500 Watt
Verlust im Eisen . . .	= 125 »
$J_1^2 r_1 = (4^2 + 1^2) \times 7{\cdot}6$	= 130 »
$J_2^2 r = 75^2 + 0{\cdot}0188$.	= 106 »
	7861 Watt

$$\eta = \frac{7500}{7861} = 95{\cdot}5\,\%$$

Nutzarbeit	5000	Watt	à	6	Stdn.	= 30000	Wattstdn.
Verlust im Eisen	125	»	à	24	»	= 3000	»
» durch Erregerstr. $1^2 \times 7{\cdot}6$		»	à	24	»	= 182	»
» im primären Kreis	0·7	»	à	6	»	= 342	»
» » sekundären » . . .	48	»	à	6	»	= 288	»
						33812	Wattstdn.

$$G = \frac{30000}{33812} = 88{\cdot}8\,\%.$$

Der Erregerstrom beträgt dabei jetzt etwa 0·9 Ampère. Der Transformator Nr. 11 ist also durch Verringerung des Eisenvolumens und Anbringung von Igelenden besser und billiger geworden, doch hat die Umänderung auch einige nachteilige Folgen gehabt. Der hohe Erregerstrom verursacht zunächst einen während des Jahres dauernd auftretenden Verlust von nicht mehr vernachlässigbarer Grösse und belastet die Leitungen des Kabelnetzes, sodass dieselben mit Rücksicht auf die maximal zulässige Beanspruchung ihrer Kupferquerschnitte stärker genommen werden müssen als bei Verwendung eisengeschlossener Transformatoren. Der starke und stark gegen die Spannung verschobene Leerstrom beeinflusst aber auch noch in anderer Weise die Betriebskosten der Centrale. Der stark verschobene Strom erhöht nämlich die Armaturreaktion der Wechselstromdynamos derartig, dass auch für den Tagesbetrieb grosse

Maschineneinheiten zur Verwendung gelangen müssen, obgleich der thatsächlich abgegebenen Energie nach kleinere Einheiten ausreichen müssten; er veranlasst ausserdem eine derartige Erniedrigung der Maschinenspannung, dass zur Ausgleichung derselben auch die Erregerdynamos fast stets mit der gleichen und zwar nahezu der vollen Leistung in Betrieb gehalten werden müssen. Der Übergang vom Tag- zum Nachtbetriebe wird sich also bei einer mit offenen Transformatoren arbeitenden Centrale nicht durch grössere Ausschläge der Ampèremeter anzeigen, sondern nur dadurch vollziehen, dass zwischen der konstant gehaltenen Spannung und dem nahezu konstant bleibenden Strome die Phasenverschiebung abnimmt. Der dauernde Betrieb der grösseren Maschineneinheiten verursacht jedoch wegen der grösseren Leerlaufsverluste derselben eine Erhöhung der Betriebsausgaben für Heiz- und Schmiermaterial und von Anfang an eine beträchtliche Erhöhung des Anlagekapitals wegen der grösser zu wählenden Masseinheiten und stärker zu bemessenden Wickelungen und Kabel.

Bei den bisher durchgeführten Rechnungen für Transformatoren mit magnetisch offenem Kreise sind ausserdem einige Punkte ausser Acht gelassen worden. So wird vor allen Dingen die Streuung bei diesen Transformatoren im allgemeinen erheblich höhere Werte erreichen als bei den eisengeschlossenen Typen; da aber die Streuung durch geschickte Anordnung der Windungen und sorgfältige Bemessung der Dimensionen und Wickelräume auf ein Minimum reduziert werden kann, mag mit Recht hier von einer weiteren Ermittelung der bei den erwähnten Modellen auftretenden Streuungen Abstand genommen werden. Die Streuung nach den freien Polen hin wird dadurch berücksichtigt werden müssen, dass man die Windungszahlen nicht genau proportional dem Übersetzungsverhältnis wählt, sondern der sekundären Wickelung einige Zusatzwindungen verleiht. Dies ist übrigens auch bei Transformatoren der eisengeschlossenen Type erforderlich, wenn die Spulen von ziemlich grossem Durchmesser sind. Die Rücksichtnahme auf die Streuung gebietet auch die Verwendung sorgfältig unterteilter Kabel statt der bei eisengeschlossenen Transformatoren häufig angewendeten Bänder von rechteckigem oder quadratischem Querschnitte; es könnten sonst in den Kupfermassen der Windungen Wirbelströme von beträchtlicher Grösse auftreten.

Solche Wirbelströme waren vermutlich die Ursache der von Fleming beobachteten, verhältnismässig hohen Leerverluste der

Swinburne'schen Igeltransformatoren. Swinburne[1]) selbst giebt für einen 1500 Watt-Transformator die folgenden Daten:

Länge des Kernes	34·2	*cm*
Durchmesser desselben	6·35	»
Effektiv. Eisenquerschnitt n. Abzug d. Mittelstegs	24	*qcm*
Maximale Induktion	4800	
Primäre Windungszahl	3920	
Sekundäre »	200	
Übersetzungsverhältnis	$\frac{2000}{100}$	Volt
Zahl der Perioden pro Sekunde	100	
Durchmesser der primären Windungen	1·07	*mm*
» » sekundären »	19×1·07	»
Widerstand » primären »	37	Ohm (warm)
» » sekundären »	0·0098	« «

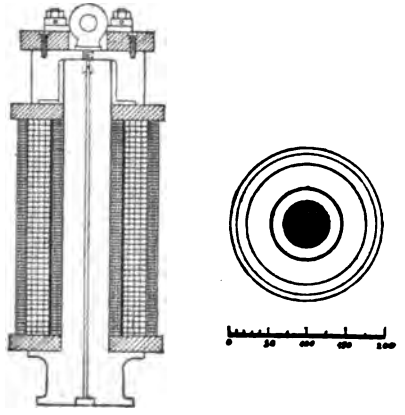


Fig. 266. Igeltransformator nach Swinburne. Nr 17.

Das Eisenvolumen von Nr. 17 ist etwa 800 *ccm*; der Kernverlust berechnet sich somit zu 30 Watt, wenn man Eisendrähte von 1 *mm* Durchmesser für den Kern annimmt

$$W_{Hyst} = 0{\cdot}003 \times 4800^{1{\cdot}6} \times 100 \times 800 \times 10^{7} = 18{\cdot}6 \text{ Watt}$$

$$W_{Foue} = \left(\frac{1{\cdot}0 \times 100 \times 4800}{4 \times 10^{6}}\right) \times 800 \qquad = 11{\cdot}4 \text{ »}$$

30 Watt.

[1]) El., London 26, p. 546. Swinburne giebt den Kernerlust zu 1·5 Watt, den Erregerstrom zu $J_0 = 0{\cdot}3$ Ampère an. Diese Werte scheinen jedoch nur angenommen zu sein.

Die massstäbliche Zeichnung Fig. 266 giebt als Radius der Igelenden etwa 8 *cm*, als Oberfläche derselben also etwa 410 *qcm*. Daraus ergiebt sich der Radius der äquivalenten Kugelfläche $a = 5{\cdot}7$ *cm* und der magnetische Widerstand der Luftschliessung $\varrho = \frac{1}{2\pi \times 5{\cdot}7} = 0{\cdot}028$. Die magnetomotorische Kraft für den Luftweg ist somit $M_1 = 4800 \times 24 \times 0{\cdot}028 = 3226$; jene für das Eisen ist etwa = 100, die gesamte M. M. K. also $M = 3326$. Daraus folgt der Maximalwert des Erregerstromes $\frac{3326 \times 0{\cdot}8}{3920} = 0{\cdot}68$ Ampère, und $J_0 = \frac{0{\cdot}68}{\sqrt{2}} = 0{\cdot}48$ Amp.[1])

Der tägliche Wirkungsgrad dieses Transformators ergiebt sich aus folgender Tabelle:

Tägliche Nutzleistung:	1500 Watt	à 2 Stunden	=	3000 Wattstdn.
Verlust im Kern	30 »	à 24 »	=	720 »
» durch Erregerstr.	$0{\cdot}5^2 \times 37$	à 24 »	=	222 »
» durch	$J_1^2 r^1 = 0{\cdot}8^2 \times 37$	à 2 »	=	48 »
» »	$J_2^2 r_2 = 15^2 \times 0{\cdot}1$	à 2 »	=	45 »
				4035 Wattstdn.

$$G = \frac{3000}{4035} = 74{\cdot}5\,\%.$$

Der Wirkungsgrad bei voller Belastung ist

$$\eta = \frac{1500}{1500 + 30 + 9 + 24 + 23} = \frac{1500}{1586} = 94{\cdot}6\,\%.$$

Der Transformator wäre also für seine geringe Leistung besonders günstig, wenn nicht nach Fleming's Ermittelungen die im Kerne und in den Bewickelungen auftretenden, unvorhergesehenen Wirbelströme vorhanden wären.

Evershed[1]) hat auch die Daten eines 10 IP. Transformators von Swinburne (Nr. 18) mitgeteilt. Für diesen Transformator waren etwa:

Länge des Kernes	73	*cm*
Querschnitt des Kernes	40	*qcm*
Volumen » »	3000	*ccm*

[1]) Es ist hier gestattet, die ebenen Flächen an den Wangen der Spulen mit in Betracht zu ziehen, weil bei Verwendung der diametralen Drähte die Oberfläche kontinuierlich wurde. Hätte man bei Nr. 18 die Wangen weggelassen, so hätte man erhalten $J_0 = 1{\cdot}68$ Ampère. Hätte man umgekehrt die Wangen bei Nr. 17 in Betracht gezogen, so hätte sich J_0 ergeben zu 0·39 Ampère. Der Wirbelstromverlust bei 17 ist vielleicht etwas zu gross, weil die Eisendrähte dort 1 *mm* stark angenommen waren

Radius der sphärischen Enden	13	*cm*
Durchmesser der Eisendrähte im Kern	0·56	*mm*
Maximale Induktion	6800	
Primäre Windungszahl	1670	
Sekundäre »	84	
Übersetzungsverhältnis	$\frac{2000}{100}$	Volt
Zahl der Perioden pro Sekunde	100	
Widerstand der primären Windungen	3·87	
Widerstand der sekundären »	0·0072	

Der Transformator ähnelt in seinen Abmessungen stark dem imitierten Igeltransformator Nr. 15 (Fig. 264), nur dass Swinburne infolge geringerer Bespinnungs- und Isolationsdicken die Widerstände niedriger wählen konnte. Die Oberfläche jedes sphärischen Endes ist $2\,\pi \times 13^2$; fügen wir hierzu noch die ebenen Oberflächen der Spulenwangen, so erhalten wir als gesamte Oberfläche $3\,\pi \times 13^2 = 1600$ *qcm*. Der Radius a der äquivalenten Kugelfläche ist dann $a = 11{\cdot}3$ *cm*, und der Widerstand der Luftschliessung ist $\varrho = \frac{1}{2\,\pi \times 11{\cdot}3} = 0{\cdot}014$. Die gesamte Kraftlinienströmung ist $N = 6800 \times 40 = 272000$, und $M_1 = 272000 \times 0{\cdot}014 = 3840$. Für den Kern kommen hierzu noch $M_{Fe} = 3 \times 73 \cong 210$ etwa, sodass $M = 4050$ wird. Daraus folgt für den Erregerstrom $J_0 = 1{\cdot}37$ Ampère, während beobachtet wurden $J_0 = 1{\cdot}35$ Ampère. Die Übereinstimmung ist für die rohen Annahmen über den Luftwiderstand sehr gut.[1])

Der Kernverlust berechnet sich zu 150 Watt, der tägliche Wirkungsgrad bei zweistündigem Betriebe zu $G = 79\,\%$, der Wirkungsgrad bei Maximalbelastung zu $\eta = 96{\cdot}6\,\%$.

Die Übereinstimmung der für die Ermittelung des Erregerstromes angegebenen Berechnungsweise mit den Beobachtungen ergiebt sich auch aus den folgenden Angaben über einen von Evershed[2]) gebauten kleinen Transformator (Nr. 19) für 200 Watt. Dimensionen und Daten sind in Fig. 267 und folgender Tabelle zusammengestellt:

---

[1]) Evershed, El. London 26, p. 725

[2]) Evershed, El. London 26, p. 724.

Länge des Eisenkernes . . . . . = 40·4 *cm*
Effektiver Eisenquerschnitt . . . . . = 4·5 *qcm*
Länge der vorstehenden Enden . . . . . = 7·0 *cm*
Mittlerer Durchmesser der prim. Spule . . = 5·5 »
Primäre Windungszahl . . . . . = 15000
» Spannung . . . . . = 2000 Volt
» Widerstand . . . . . = 470 Ohm
Zahl der Perioden pro Sekunde . . . . = 75

Daraus folgt für die gesamte Kraftlinienzahl

$$N = \frac{0{\cdot}9 \times 2000 \times 10^8}{4 \times 70 \times 15000} = 40000,$$

und für die maximale Induktion

$$B = \frac{40000}{4{\cdot}5} = 8900$$

Man kann sich nun den Verlauf der Kraftlinien in zwei parallele Wege aufgelöst denken, von denen der eine durch den Kern

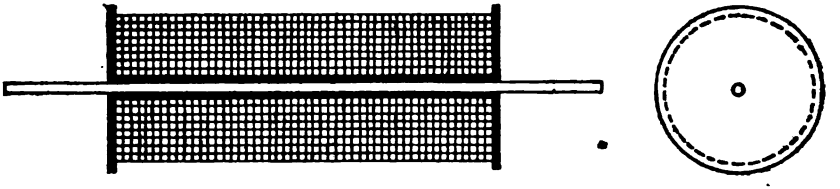


Fig. 267. Transf. Nr. 19 nach Evershed. $^1/_{10}$ nat. Grösse.

und die Luft, der andere durch den mittleren Querschnitt der Primärspule und die Luft verläuft. Diese Anschauungsweise ist hier deshalb am Platze, weil die primäre Spule so grossen Raum gegenüber dem Kern einnimmt. Wir berechnen den magnetischen Widerstand dieser beiden Wege gesondert und ermitteln dann in bekannter Weise den gesamten magnetischen Widerstand der beiden parallel geschalteten Zweige. Der Umfang des Kernes ist 8·5 *cm*, der cylindrische Teil der vorstehenden Enden beträgt somit $8{\cdot}5 \times 7 = 59{\cdot}5$ *qcm*; dazu kommen noch 5·7 *qcm* für die ebene Endfläche, sodass die Gesamtfläche jedes Polendes 65·2 *qcm* beträgt. Eine Kugel von dieser Oberfläche hat 2·20 *cm* Radius, sodass der Widerstand des Luftweges von Pol zu Pol $\frac{1}{2 \times 2{\cdot}28} = 0{\cdot}07$ ist.

Von der durch eine mittlere primäre Windung eingeschlossenen Fläche von 24·5 *qcm* sind nur 4·5 *qcm* durch Eisen, die

übrigen 20 *qcm* durch Luft oder unmagnetisches Material ausgefüllt. Der magnetische Widerstand dieses zweiten Teiles ergiebt sich aus der Länge (40·4 — 14) = 26·4 *cm* zu $\frac{26{\cdot}4}{20} = 1{\cdot}32$. Der magnetische Widerstand des durch die Mitte der Primärspule und den äusseren Luftraum verlaufenden magnetischen Kreises ist also

$$\varrho_2 = 0{\cdot}07 + \frac{40{\cdot}4 \times 6}{40000} = 0{\cdot}076.$$

Daraus ergiebt sich der gesamte magnetische Widerstand

$$\varrho = \frac{\varrho_1 \varrho_2}{\varrho_1 + \varrho_2} = \frac{0{\cdot}076 \times 1{\cdot}39}{0{\cdot}076 + 1{\cdot}39} = 0{\cdot}072$$

Die gesamte M. M. K. wird also

$$M = N \,.\, \varrho = 40000 = 0{\cdot}072 = 2880$$

und der Erregerstrom somit

$$J_0 = \frac{0{\cdot}8 \times 2880}{\sqrt{2} \times 15000} = 0{\cdot}108 \text{ Ampère.}$$

Hätte man sich mit der bisher üblichen Ermittelung des Erregerstromes begnügt, indem man nur den Luftwiderstand berücksichtigte, so hätte man $J_0 = 0{\cdot}105$ Ampère gefunden. Beobachtet wurde ein Erregerstrom von 0·09 bis 0·1 Ampère. Zur Messung dieser Stromstärke diente ein als Ampèremeter verwendetes Cardew-Voltmeter, zur gleichzeitigen Messung der Spannung ein sorgfältig geaichtes elektrostatisches Voltmeter. Die Ablesungen des letzteren waren innerhalb 1—2 % richtig; die Ablesungen am Cardew-Voltmeter waren weniger genau, lagen aber innerhalb der erwähnten Grenzen. Die Methode der Einführung der äquivalenten Kugelflächen giebt also Resultate, die mit der Praxis genügend übereinstimmen; die ihr zu Grunde liegenden Annahmen lassen zudem voraussehen, dass die beobachteten Erregerströme etwas kleiner sein werden als die berechneten.

Die beiden letzten Beispiele hätten auch ohne Einführung des magnetischen Widerstandes wie folgt gerechnet werden können.

---

[1]) Hier ist $\mu = 1500$ angenommen.

Bei dem 10 IP Igeltransformator war

$N_{Luft} = 272000\ f_1 = 1600\ B = 170\ l_1 = 22{\cdot}6$

also die $AW_1 = 0{\cdot}8 \times 170 \times 22{\cdot}6 = 3080$

$N_{Eisen} = 572000\ f = 40\ B = 6800\ l = 73$

also die $AW_{fe} = 0{\cdot}8 \times 3 \times 73 = 175$

also die $AW_{total} = 3255$

$$\text{und somit } J_0 = \frac{3255}{1670\sqrt{2}} = 1{\cdot}38 \text{ Ampère.}$$

Bei dem kleinen Evershed-Transformator war das Verhältnis des magnetischen Luftwiderstandes zum Eisenwiderstande, wenn nur der von der primären Spule bedeckte Teil des Kreises von 26·4 *cm* Länge berechnet wird, umgekehrt proportional dem Produkte aus den entsprechenden Flächen und Permeabilitäten. Die gesamte Fläche der primären Spule besass 24·5 *qcm*, wovon 4·5 *qcm* auf das Eisen entfielen, dessen Permeabilität 1500 war. Der Rest von 20 *qcm* besass die Permeabilität 1. Die Widerstände der beiden Kreise verhalten sich also wie $\frac{4{\cdot}5 \times 1500}{20} = 338$, und die gesamte Zahl der durch die primären Spulen streuenden Kraftlinien wird also etwa $\frac{40000}{338} = 120$ sein. Daraus folgt:

N_{Luft}	= 39880	f_e	= 65·2	B_e	= 610	l_e	= 4·56	
				AW_e	= 0·8 × 514 × 4·56		=	2240
N_{Eisen}	= 40000	f	= 4·5	B	= 9000	l	= 40·4	
				AW	= 0·8 × 6 × 26·4		=	194
Streuung	= 120	f_s	= 20	B_s	= 6	l_s	= 26·7	
				AW_s	= 0·8 × 6 × 26·4		=	127
				AW_{total}	=			2541

$$\text{und somit } J_0 = \frac{2544}{15000\sqrt{2}} = 0{\cdot}12 \text{ Ampère}$$

Diese nur angenähert richtige Rechnungsweise ergiebt also grössere Abweichungen von den beobachteten Werten als die Methode der äquivalenten Kugelflächen; aber sie gestattet einen rascheren Überblick über die Folgen einer Veränderung des einen oder anderen Faktors. Der berechnete Wert von J_0 muss zu gross ausfallen, weil einmal die Zahl der Kraftlinien in der Luftschliessung kleiner und dann die Zahl der streuenden Linien zwar grösser, aber ihre Länge erheblich kleiner sein wird, als angenommen wurde.

10. Verminderung des Erregerstromes durch Kondensatoren.

Wenn wir dem vom Transformator zur Maschine zurückfliessenden Strome, bevor er die Maschine erreicht, Gelegenheit geben, in ein elastisches Reservoir zu entweichen, wird er in dieses strömen, bis die Spannung der Hauptleitungen gerade durch die elastische Rückwirkung abbalanciert wird.[1]) Ist dann das Reservoir in seinen Abmessungen derart gewählt, dass die elastische Rückwirkung in jedem Momente der Spannung der Hauptleitungen gleich ist, so wird ein Zurückfluten des Stromes beginnen, die in dem Reservoir aufgespeicherte Elektrizitätsmenge wieder aus dem Reservoir gepresst werden und durch die Leitungen zurück zum Transformator fliessen.

Der Fall der Parallelschaltung eines Kondensators und eines Induktionswiderstandes ist auf Seite 103 und 105 bereits behandelt worden. Ein an Wechselstromleitungen mit der Hemmungsdifferenz E voll angeschlossener Kondensator von der Kapazität C Farad vermag (nach Gl. 17, p. 85) bei p Perioden einen der Spannung voreilenden Erregerstrom

$$J_0 = \omega\, C\, E = 2\,\pi\, p\, C\, .\, E$$

Ampère zu liefern. Ein Kondensator, welcher bei 2000 Volt und 100 sekundlichen Perioden 1 Ampère zu liefern vermag, müsste also eine Kapazität

$$C = \frac{1}{2\,\pi \times 100 \times 2000} = 0{\cdot}8 \times 10^{-6} \text{ Farad}$$
$$= 0{\cdot}8 \text{ Mikrofarad}$$

besitzen. Da nun 1 Mikrofarad $= 10^{-15}$ magnetische Einheiten, so müssen wir zur Ermittelung der Grösse, Zahl und Dicke der dielektrischen Schichten des Kondensators die magnetischen Einheiten in elektrostatische umwandeln, indem wir sie mit dem Quadrate der Geschwindigkeit der Fortpflanzung elektrischer und leuchtender Strahlen multiplizieren. Diese Geschwindigkeit ist 300 000 *km* oder 3×10^{10} *cm*. Somit entsprechen 0.8 Mikrofarad $0.8 \times 10^{-15} \times 9 \times 10^{20} = 7{\cdot}2 \times 10^5$ elektrostatischen Einheiten. Wenn jede isolierende Schicht des Kondensators 1000 *qcm* Fläche und eine Dicke von 0·05 *cm* besitzt und wenn wir weiterhin als Dielektrizitätskonstante 2 annehmen, wird die Kapazität dieser Lage

$$\frac{2 \times 1000}{4\,\pi \times 0{\cdot}05} = 3200 = 0{\cdot}032 \times 10^5$$ elektrostatischen Einheiten sein,

[1]) Dieses anschauliche Bild der Wirkung eines Transformators rührt von S. Evershed her. El., London 26. p. 725.

und es werden somit $\frac{7 \cdot 2}{0 \cdot 032} \simeq 225$ Schichten etwa die gewünschte Kapazität von 0·8 Mikrofarad ergeben. Wenn die leitenden Schichten des Kondensators die halbe Dicke der dielektrischen Schichten besitzen, wird die ganze Höhe des Kondensators

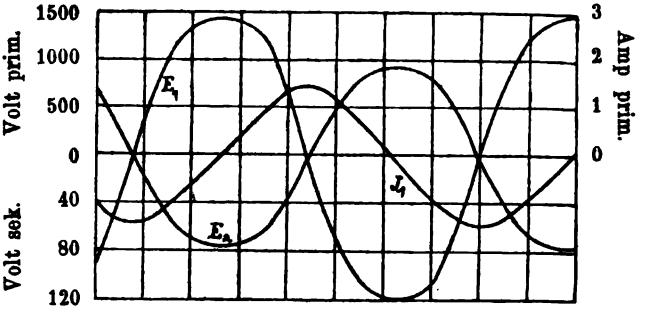


Fig. 268. Igeltransformator ohne Belastung.

17 *cm* sein, und der ganze Kondensator wird sich bequem in einem Kasten von etwa $20 \times 35 \times 35$ *cm* unterbringen lassen. Dieser Kondensator würde etwa zur Parallelschaltung mit dem Igeltransformator Nr. 16 geeignet sein, dessen Leerstrom etwa

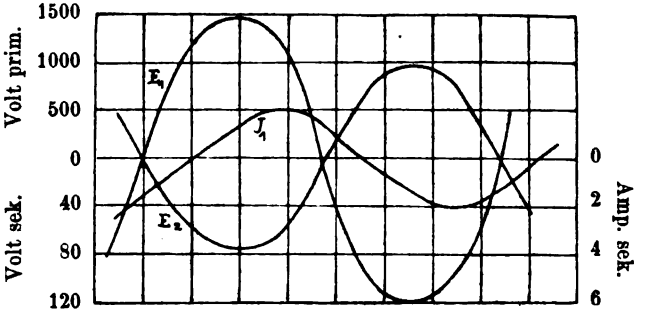


Fig. 269. Prim. 1157 Watt; sek. 1109 Watt. $^1/_4$ Belastung.

0·9 Ampère war. Die Vorausberechnung der erforderlichen Kapazität wird in den meisten Fällen nur einen Anhaltspunkt geben, da man bei der wirklichen Verwertung die Abgleichung der Kapazität in solcher Weise vornehmen würde, dass ein vor die Kombination von Transformator und Kondensator geschaltetes Ampèremeter den geringsten Strom anzeigt. Es ist im vorhergehenden Kapitel bereits betont worden, dass ein Konden-

sator niemals imstande sein wird, die der Grundschwingung beigesellten Nebenschwingungen 3 ω, 5 ω, zu beseitigen; man mag dieselben aber einfach als der Grundschwingung superponiert betrachten und zur Feststellung der erforderlichen Kapazität sich nur mit der Grundschwingung befassen.

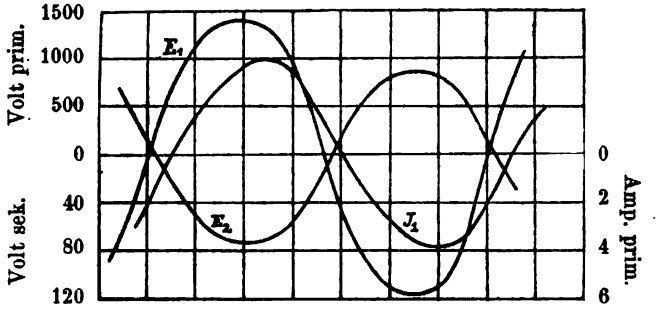


Fig. 270. Prim. 2840 Watt; sek. 2740 Watt. $^3/_4$ Belastung.

Die erste eingehende Untersuchung der Kurven eines Igeltransformators und eines ihm parallel geschalteten Kondensators ist von Bedell, Miller und Wagner[1]) unter Verwendung der Methode des momentanen Kontakts und mit einer der Fig. 205

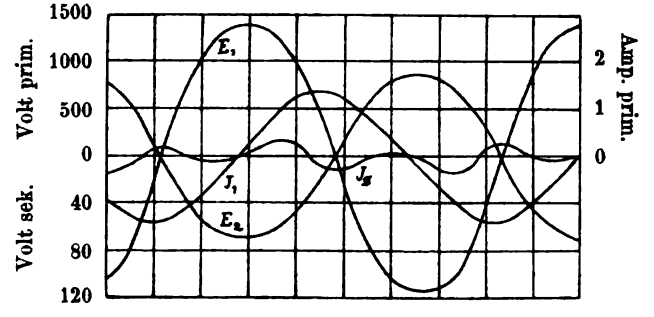


Fig. 271. Igeltransformator und Kondensator. Ohne Belastung.

ähnlichen Schaltung durchgeführt worden. Die Ergebnisse der an einem Igeltransformator für 3600 Watt bei 30 Perioden angestellten Messungen sind in den 6 Figuren 294 bis 299 niedergelegt. Diese Figuren beziehen sich auf Leerlauf, viertel und dreiviertel Belastung des Transformators und lassen erkennen, dass

[1]) Lum. él 50, p. 486 ff. El. Ztschr. 1893, p. 738.

1) ohne Verwendung des Kondensators die bei Leerlauf der primären E.M.K genau entgegengesetzte sekundäre E.M.K. bei wachsender Belastung eine kleine Verzögerung erleidet, welche einer Zunahme der magnetischen Verluste zuzuschreiben ist,

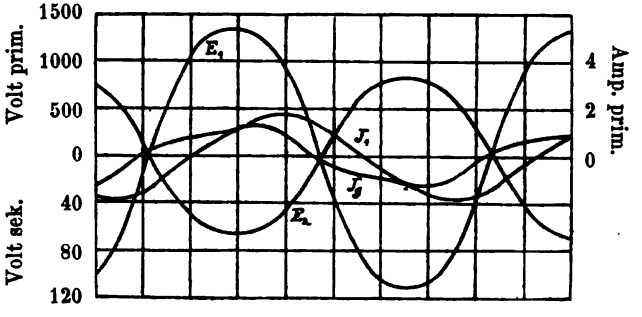


Fig. 272. Transformator und Kondensator. $^1/_4$ Belastung.

während der bei Leerlauf um fast eine viertel Periode gegen die primäre E.M.K. verschobene Primärstrom auch noch bei starker Belastung verhältnismässig grosse Verschiebung aufweist;

2) bei Verwendung des Kondensators der Strom der Linie erheblich keiner ist als der primäre Strom des Transformators.

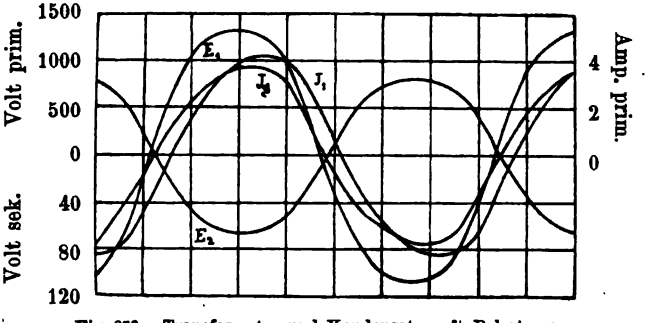


Fig. 273. Transformator und Kondensator. $^3/_4$ Belastung.

Der Transformator besass primär 1426 Windungen eines 1·8 *mm* starken Drahtes, der in zwei Lagen angeordnet war; sein Widerstand betrug 2·75 Ohm, sein Gewicht etwa 13 *kg*. Die Sekundärwickelung bestand aus 73 Windungen eines Kabels von 19 Litzen von je 1·47 *mm* Durchmesser und war gleichfalls in zwei Lagen untergebracht; ihr Widerstand war 0·0149 Ohm,

ihr Gewicht etwa 6 *kg*. Der Transformator war für 1000 Volt primär bei 131 Perioden bestimmt; probiert wurde er nur bei der ersten Versuchsreihe ohne Kondensator mit 1154 Volt bei 133 Perioden. Auf diese Versuchsreihe beziehen sich die Figuren 268, 269 und 270.

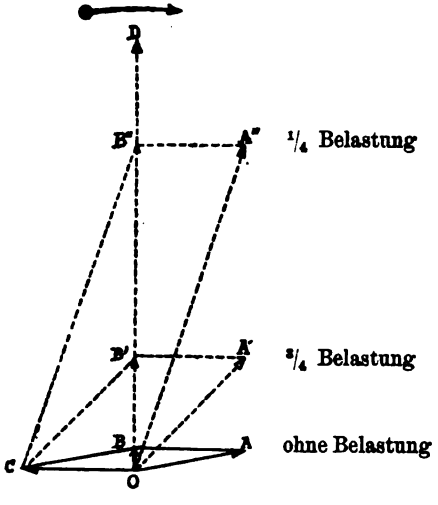


Fig. 274. Stromdiagramm.

Die bei der zweiten Versuchsreihe verwendeten 6 Kondensatoren waren nach Stanley gebaut und für 500 voltige Stromkreise bestimmt. Ihre Belegungen bestanden aus 2×60 Blättern von Zinnfolie von 0·002 *cm* Dicke, 27 *cm* Länge und 20 *cm* Breite, zwischen welche gewachstes Papier von etwa 0.01 *cm* Dicke gelegt war. Die Kapazität jedes Kondensators war 1·5 Mikrofarad; sein Verlust betrug bei 574 Volt 4·4 Watt, sein Wirkungsgrad also 96·9 %. Diese 6 Kondensatoren konnten nun in verschiedener Weise parallel oder hintereinander geschaltet

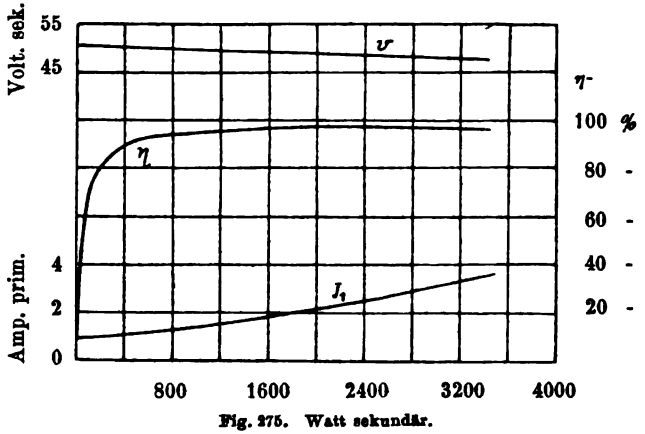


Fig. 275. Watt sekundär.

werden, sodass ihre Gesamtkapazität zwischen 0·25 und 2·25 Mikrofarad lag, und es galt zunächst jene Kapazität zu ermitteln, für

welche der Gesamtstrom minimal war, d. h. am vollkommensten mit der Spannung koinzidierte. Diese Kapazität ist für alle Belastungen nahezu konstant und betrug für den vorliegenden Transformator etwas weniger als 1 Mikrofarad. Für diese zweite Versuchsreihe wurde mit Rücksicht auf die zur Belastung des Transformators dienenden Lampen die primäre E.M.K auf 1089 Volt reduziert. Bei Belastung mit 0, 15 und 45 Lampen von je 60 Watt ergaben sich dann die in den Figuren 271, 272, 273 dargestellten Verminderungen des Gesamtstromes in der Zuleitung.

Lampen im Sekundärkreise	Strom im Primärkreise	Strom in der Linie
0	0·95	0·187
15	1·24	0·867
45	3·07	2·73

Der Leerstrom wird also auf nahezu $^1/_5$ seines ursprünglichen Wertes herabgedrückt. Der Gesamtstrom ist in Fig. 274 für 0, 15 und 45 Lampen durch O B, O B′ und O B″ dargestellt, während O C den konstanten Strom des Kondensators, O A, O A′, O A″ den Primärstrom repräsentieren. Die Figuren 271, 272 und 273 lassen erkennen, dass das Diagramm nur angenähert richtig sein kann, weil die Ströme nicht genau sinusförmig variieren. Die unregelmässige Gestalt des Stromes in der Linie ist dem Umstande zuzuschreiben, dass dieser Strom als geometrische Summe zweier für Leerlauf nahezu gleichen und gegen ihn grossen Komponenten die Abweichungen dieser Komponenten von der Sinusgestalt besonders deutlich hervortreten lassen muss. Man bemerkt denn auch bei allen drei Figuren eine flache Stelle in der Kurve des Gesamtstromes. Die Abgleichung ist bei der Belastung mit 15 und 45 Lampen nahezu vollkommen, da der Linienstrom fast phasengleich mit der primären Spannung ist.

Der hier untersuchte Transformator besass (ohne Kondensatoren gemessen) bei 133 Perioden und 1154 Volt einen Leerverlust von 39·6 Watt, wovon 2.58 Watt auf den durch den Erregerstrom verursachten Kupferverlust entfallen. Der Rest von 37·02 Watt entspricht also den Hysteresis- und Wirbelstromverlusten. Da dieser Verlust klein und die Permeabilität des gesamten magnetischen Kreises nahezu konstant ist, scheint es erklärlich, dass die Kurve des Erregerstromes nur unbedeutend von der Sinusform abweicht. Die Kurve des Wirkungsgrades (Fig. 275) steigt wegen dieser geringen Verluste mit wachsender Belastung rasch an und erreicht schon bei $^1/_8$ der vollen Belastung 90 %; von $^1/_4$ Belastung an hält sie sich fast

konstant auf 96·6%, um erst bei Überschreitung der normalen Belastung etwas abzufallen. Der tägliche Wirkungsgrad ergiebt sich unter der Annahme einer zweistündigen Vollbelastung zu etwa 86·5%. Der Spannungsabfall bei 1000 Volt (Kurve v Fig. 275) beträgt für volle Belastung etwa 2·5 Volt. Fig. 275 zeigt schliesslich auch die Zunahme des Primärstromes mit wachsender Belastung.

Da die abgleichende Wirkung des Kondensators sich nur auf die der Grundschwingung entsprechende Komponente des Primärstromes erstrecken kann, ist zur Ermittelung der erforderlichen Kapazität auch die Einführung eines konstanten Selbstinduktionskoëffizienten zulässig, denn die Voraussetzung für die Konstanz des Selbstinduktionskoëffizienten ist eben die Konstanz der Permeabilität und der sinusförmige Verlauf des Erregerstromes. Wenn R und L Selbstinduktionskoëffizienten in Ohm und Henry, E_0 den Maximalwert der sinusförmig verlaufenden E.M.K. des Primärkreises eines Transformators und C die Kapazität eines parallel dazu angeordneten Kondensators in Farad bedeuten, so ist die Amplitude des gesamten Primärstromes

$$E_0 \sqrt{\frac{(1 - C L \omega^2 + C^2 R^2 \omega^2}{R^2 + L^2 \omega^2}}$$

und die Verschiebung derselben gegen E, gemessen in Richtung der Verzögerung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R} \cdot \frac{1 - CL\omega^2}{CL\omega^2} = \frac{1 - CL\omega}{CR\omega}$$

Prof. Perry[1]) hat durch einen seiner Studierenden die Werte des Gesamtstromes und seiner Verschiebung φ für den Fall ermitteln lassen, dass verschiedene Kapazitäten parallel zu einem Igeltransformator angeordnet werden, für welchen

$\frac{E_0}{\sqrt{2}} =$ 2400 Volt, L = 6·23 Henry, R = 24 Ohm, ω = 5·09 war.

Die in Fig. 276 niedergelegten Werte lassen erkennen, dass der Gesamtstrom eine von zwei gegeneinander geneigten Geraden kaum zu unterscheidende Hyperbel bildet und seinen Minimalwert erreicht, wenn $C = \frac{L}{R^2 + L^2 \omega^2} = 0{\cdot}618$ Mikrofarad ist. Die Kurve der Verschiebung zeigt die beachtenswerte Thatsache,

---

[1]) Perry, El. London 31, p. 359.

dass die Nacheilung des Stromes bei einer geringen Änderung der Kapazität in eine Voreilung übergehen kann. Bei den vorerwähnten Versuchen von Bedell u. a. war die verwendete Kapazität etwas zu gross, weil der Gesamtstrom der E.M.K. etwas voreilt.

Wir haben uns bisher auf dem Boden wirklicher Thatsachen bewegt, wollen aber jetzt den vorläufig rein hypothetischen

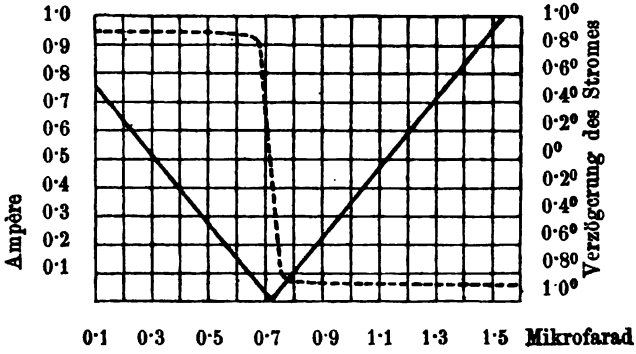


Fig. 276. Igeltransformator und Kondensatoren.

Fall betrachten, dass der tägliche Wirkungsgrad eines Transformators durch vollständige Weglassung des magnetischen Kernes noch weiter erhöht werden kann. Wir gelangen so zum kernlosen Transformator.

11. Kernloser Transformator.

Denken wir uns zur Untersuchung dieses Falles eine kreisrunde, nur aus entsprechend angeordneten primären und sekundären Windungen bestehende Spule, welche mit dem Transformator Nr. 4 gleiche Leistung (7500 Watt), gleiches Kupfergewicht und gleiche Widerstände aufweist; es ist dann nur erforderlich, jene Dimensionen der Spule und Windungszahl zu ermitteln, welche geringsten Erregerstrom geben. Zur Lösung dieser Aufgabe für eine Spule von quadratischem Querschnitt führt Evershed[1]) den Selbstinduktionskoëffizienten L ein, da die Forderung minimalen Erregerstromes J_0 sich mit derjenigen maximalen Wertes von L deckt. Der Selbstinduktionskoëffizient einer Spule, deren mittlerer Durchmesser gross gegenüber dem

[1]) Evershed, El., London 26, p. 785.

Querschnitt der Windungen ist, lässt sich angenähert ausdrücken durch

$$L = 4\,\pi\,n^2\,a\,(\lg\,\text{nat}\,\frac{8\,a}{d} - 2).$$

Hierbei bedeutet n die Windungszahl, d den mittleren geometrischen Abstand der Windungen voneinander und a den mittleren Radius der Spule. Der Querschnitt der letzteren ist $4\,b^2$; nimmt man hiervon die Hälfte für Isolation an, so entfallen $2\,b^2$ auf den Querschnitt des Kupfers und b^2 auf den Querschnitt der primären Windungen. Das Volumen V derselben lässt sich aus dem bekannten Kupfergewichte von Nr. 11 und 16 ermitteln und soll V = 6055 *ccm* betragen.

Der mittlere geometrische Abstand der primären Windungen voneinander lässt sich unter der Annahme, dass primäre und

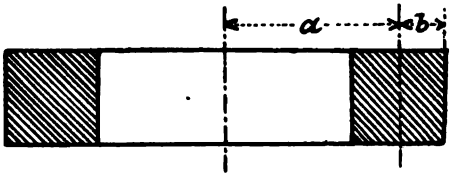


Fig. 277.

sekundäre Wickelung gleichzeitig aufgebracht werden, ermitteln aus

$$d = 0{\cdot}447 \times 2\,b = 0{\cdot}894\,b.$$

Der Wert von b aber ergiebt sich aus der Beziehung, dass der Selbstinduktionskoëffizient maximal wird, wenn

$$\lg\,\frac{4\,V}{0{\cdot}894\,\pi\,b^3} = 2.$$

Aus dieser Gleichung folgt b = 6·38 *cm*
a = 23·7 »
d = 5·7 »
n = 1100 Windungen
L = 49500 Kraftlinien pro Amp.

Da nun im ganzen

$$N = \frac{0{\cdot}9 \times 2000 \times 10^8}{4 \times 70 \times 1100} = 5{\cdot}844 \times 10^5$$

Kraftlinien erforderlich sind, wird der Erregerstrom bei p = 70

$$J_0 = \frac{N}{L\sqrt{2}} = \frac{5{\cdot}844 \times 10^5}{49500\sqrt{2}} = 8{\cdot}5\ \text{Amp.}$$

Dieser Erregerstrom ist natürlich viel zu gross, da der Nutzstrom bei voller Belastung nur 3·75 Ampère beträgt. Will man ihn reduzieren, so muss man entweder die Kupfermasse oder die Periodenzahl erhöhen. Wollte man allein durch Vergrösserung von p den Erregerstrom auf denselben Wert wie bei Nr. 16, d. h. auf 0·9 Ampère reduzieren, so müsste man

$$p = 70 = \frac{8{\cdot}5}{0{\cdot}9} = 660 \text{ Perioden pro Sekunde wählen;}$$

da aber bei einer solchen Periodenzahl die Wirbelstromverluste in allen Teilen des Systems ganz ausserordentliche Verluste bewirken würden, empfiehlt es sich, die Verringerung des Erregerstromes durch gleichzeitige Anwendung eines Kondensators und Erhöhung der Periodenzahl zu bewirken. Bei einem kernlosen Transformator ist fast der ganze Erregerstrom ein wattloser Strom; wenn also derselbe Kondensator wie bei Nr. 16 verwendet werden soll, muss die Periodenzahl erhöht werden auf 215. Der Kondensator von Nr. 16 liefert nämlich 0·9 Ampère bei 70 Perioden, also bei p Perioden

$$J_0 = \frac{0{\cdot}9}{70} \cdot p \text{ Ampère.}$$

Weiter wissen wir, dass zur Reduktion von J_0 auf 0·9 Ampère ohne Kondensator 660 Perioden pro Sekunde erforderlich waren. Bei p Perioden wird also ein Strom

$$J = \frac{660 \times 0{\cdot}9}{p} \text{ Ampère geliefert.}$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt $p = \sqrt{660 \times 70} = 215$ Perioden pro Sekunde und $J_0 = 2{\cdot}76$ Ampère.

Diese Werte sind zwar höher als üblich, doch liegen sie keineswegs ausserhalb der Möglichkeit praktischer Verwendung. Der Transformator hätte bei voller Belastung

als Nutzleistung sekundär . . .	7500	Watt
» Kupferverlust für Erregung .	58	»
» » » Belastung .	212	»
» Effekt primär	7700	Watt

und somit als Wirkungsgrad $\eta = \frac{7500}{7770} = 96{\cdot}5\ \%$

Bei einer täglichen Belastung von 5000 Watt während 6 Stunden wäre

die Nutzarbeit	= 30000	Wattstunden
der Verlust durch Erregerstrom	= 1390	»
» » » Belastung . .	= 470	»
die gesamte zugeführte Arbeit	31860	Wattstunden

und der tägliche Wirkungsgrad

$$G = \frac{30000}{31860} = 94{\cdot}2\ \%.$$

Wenn man also einmal so weit gelangt sein wird, Kondensatoren zu bauen, welche den hohen und rasch wechselnden Spannungen ohne erhebliche Verluste auf die Dauer zu widerstehen vermögen, wird man möglicherweise dazu übergehen, kernlose Transformatoren mit höheren Periodenzahlen zur Anwendung zu bringen.

12. Drosselspulen.

Aus den bisherigen Ableitungen lässt sich ohne weiteres erkennen, dass man Drosselspulen nur mit teilweise geschlossenem magnetischen Kreise ausstatten wird, weil dieselben in der Regel für Ströme von mindestens 5 Ampère bestimmt sind. Es ist also hier mit Rücksicht auf die Materialersparnis wünschenswert, den erforderlichen grossen Erregerstrom der Drosselspulen dadurch zu erreichen, dass man ihren magnetischen Kreis zum grössten Teil aus Luft bestehen lässt. Angenommen, wir wollten den Kern Nr. 14 als Drosselspule vor eine Bogenlampe von $J = 10$ Ampère in einen Stromkreis von $E_g = 100$ Volt schalten. Die Lampe selbst soll $E_1 = 30$ Volt konsumieren; dann werden auf die Drosselspule $E_s = \sqrt{100^2 - 30^2} \cong 95{\cdot}5$ Volt entfallen.

Lässt man dieselbe Induktion zu wie zuvor, so wäre $N = 287036$, $M = 13540$ und somit für $J = 10$ Ampère

$$n = \frac{0{\cdot}8\ M}{\sqrt{2}\ J} = \frac{0{\cdot}8 \times 13540}{\sqrt{2} \times 10} = 766 \text{ Windungen.}$$

Diesen Windungen entspricht bei $p = 70$ Perioden eine E. M. K.

$$E_s = \frac{4\ p}{0{\cdot}9} \cdot N \cdot n \cdot 10^{-8} = 4{\cdot}45 \times 70 \times 766 \times 287036 \times 10^{-8} \cong 68{\cdot}5 \text{ Volt.}$$

Mit dieser Bewickelung wäre also die Drosselspule nur ausreichend für einen Stromkreis von

$$E_g = \sqrt{68{\cdot}5^2 + 30^2} \cong 74{\cdot}7 \text{ Volt Gesamtspannung.}$$

Die richtige Windungszahl $n = 903$ für $E_s = 95{\cdot}5$ Volt ergiebt sich aus den Beziehungen

$$N = \frac{M}{\varrho} = \frac{E\sqrt{2}\,10^8}{2\pi p n}$$

$$\text{und } M = \frac{4\pi}{10} \cdot n J \sqrt{2}. \text{ Hieraus folgt}$$

$$n^2 = \frac{E \cdot \varrho \cdot 10^9}{8\pi^2 \cdot p \cdot J}$$

$$\text{oder } E = \frac{8\pi^2}{10^9} = \frac{p n^2 J}{\varrho}$$

Diese Beziehungen werden nicht mehr richtig sein, sobald die Sättigung so hoch getrieben ist, dass eine starke Verzerrung des Stromes eintritt, weil dann der Maximalwert von J im allgemeinen grösser sein wird als $J\sqrt{2}$. Doch zeigen die folgenden Beispiele, dass die Übereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werten für praktische Fälle vollkommen genügend ist.

a) Drosselspule in Serie zu Lampen.

Eine Spule aus 245 Windungen eines 3 *mm* starken Drahtes wurde auf einen rechteckigen Kern von 25 *cm* Länge aufgeschoben und in Serie zu zwei Bogenlampen für normal 16 Ampère geschaltet. Die Zahl der sekundlichen Polwechsel betrug $p = 42$; der effektive Eisenquerschnitt war $f = 6{\cdot}8 \times 5{\cdot}8 \times 0{\cdot}9 = 35{\cdot}5$ *qcm*; die Oberfläche jedes Polendes berechnet sich zu $O = 165{\cdot}4$ *qcm*. (Fig. 278.)

$$O = 5 \times 2\,(6{\cdot}8 + 5{\cdot}8) = 6{\cdot}8 \times 5{\cdot}8 = 165{\cdot}4 \text{ qcm.}$$

Daraus folgt für den Radius der äquivalenten Kugel $a = 3{\cdot}62$ *cm* und für den magnetischen Widerstand der Luftschliessung

$$\varrho = \frac{1}{2\pi a} = 0{\cdot}044.$$

Der Spannungsverlust in der Kupferbewickelung der Spule und in der Zuleitung betrug rund 5 Volt, die Spannung an jeder

der Lampen rund 30 Volt; es entfallen somit bei 100 Volt Gesamtspannung auf die von der Spule zu vernichtende Spannung $\sqrt{100^2 - 65^2} = 76$ Volt. Dieser Spannung entsprechen die Werte

$$N = \frac{0{\cdot}9 \times 76 \times 10^8}{4 \times 42 \times 245} = 166200$$

$$B = \frac{166200}{35{\cdot}5} = 4680.$$

$$M_{Luft} = N \,.\, \varrho = 166200 \times 0{\cdot}044 \cong 7300$$
$$M_{Fe} = 25 \times 2{\cdot}3 \cong 70$$
$$M_{total} = M_l + M_{Fe} = 7370$$

$$\text{und } J = \frac{0{\cdot}8 \times 7370}{245\sqrt{2}} \cong 17 \text{ Ampère.}$$

Beobachtet wurde J = 16·3 Ampère.

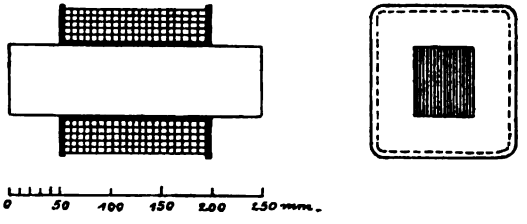


Fig. 278.

Das Eisenvolumen betrug 35·5 × 25 = 887·5 *ccm*, der Verlust im Eisen somit etwa 9 Watt. Hierzu treten für den Verlust im Kupfer der Spule etwa 5 × 17 = 85 Watt. Beobachtet wurden als Verlust in der Spule 95 Watt. Der Gesamtverbrauch des aus Spule und den 2 Lampen bestehenden Stromkreises berechnet sich somit zu 100 Volt und 17 Ampère, entsprechend

$$17 \times 60 + 17 \times 5 + 9 = 1114 \text{ Watt,}$$

während beobachtet wurde 100 Volt und 16·3 Ampère, entsprechend

$$16{\cdot}3 \times 60 + 95 = 1073 \text{ Watt.}$$

Wurde dann in dieselbe Spule ein Kern von 30 *cm* Länge symmetrisch eingeschoben und die so gebildete Drosselspule dann in Serie zu einer normal mit 16 Ampère brennenden Bogen-

lampe von einem 100 voltigen Stromkreise abgezweigt, so ergab die Beobachtung:

	Spule	Lampe	Total
Spannung in Volt	92	29	100
Verbrauch » Watt	105	495	600.

Die Oberfläche der freien Enden war hier:

$$O = 10 \times 2\ (6{\cdot}8 + 5{\cdot}8) + 6{\cdot}8 \times 5{\cdot}8 = 2814\ qcm.$$

Daraus folgt a=4·74 *cm*, $\varrho = 0{\cdot}034$. Nimmt man den Verlust in der Spule und Leitung wieder zu 5 Volt an, so erhält man als Spannung an den Enden der Spule

$$\sqrt{100^2 - 35^2} = 93{\cdot}5 \text{ Volt etwa.}$$

Daraus berechnet sich

$$N = \frac{93{\cdot}5}{76} \times 166200 \cong 205000$$

$$B = \frac{205000}{35{\cdot}5} \cong 5800 \text{ etwa}$$

$$M_l = 205000 \times 0{\cdot}034 \cong 6900$$

$$M_{Fe} = 30 \times 3 = 90$$

$$M_{total} = M_l + M_{Fe} = 7050$$

und somit $J = \frac{7050 \times 0{\cdot}8}{\sqrt{2} \times 245} = 16{\cdot}3$ Ampère.

Beobachtet wurde $J = \frac{495}{29} = 17$ Ampère etwa. Der Kernverlust berechnet sich zu etwa 15 Watt, der Verlust in den Wickelungen und Zuleitungen (der durch andere Wahl der Kupferdimensionen verringert werden kann) zu 82 Watt etwa. Es zeigen also beide Kerne genügende Übereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werten.

b) Drosselspule parallel zu Lampen.

Zur Untersuchung dieses Falles wurde der in Fig. 279 dargestellte Kern mit 576 Windungen bewickelt, deren Widerstand 2 Ohm war. Diese Spule wurde parallel geschaltet zu einer 25 kerzigen Glühlampe, welche bei 25 Volt 85 Watt verbrauchte. Die Klemmenspannung der Lampe und Spule betrug bei den Versuchen stets 23·5 Volt. Die Länge des Schlitzes h betrug bei dem ersten Versuche $l_4 = 2{\cdot}5$ *cm*, die Zahl der Perioden 50 pro Sekunde.

Der magnetische Widerstand des gesamten Stromkreises ergab sich aus der Beziehung:

$$\varrho = \frac{l_1}{\mu_1 f_1} + \frac{l_2}{2\mu_2 f_2} + \frac{l_3}{2\mu_3 f_3} + \frac{l_4}{f_4}$$

wenn mit l die Länge, mit f der Querschnitt und mit μ die Permeabilität bezeichnet werden und die Indices

1) auf den mittleren Kern;
2) auf die beiden horizontalen Stege;
3) auf die beiden vertikalen Lappen;
4) auf den Schlitz h

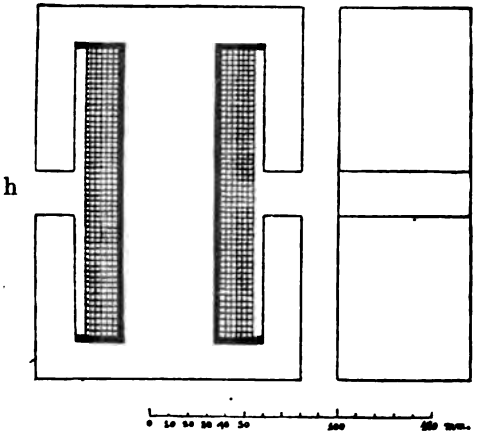


Fig. 279.

sich beziehen. Als Querschnitt des Luftweges kann, solange l_4 klein ist, der Querschnitt der Endflächen eingesetzt werden, sodass $f_4 = f_3$ wird; wenn l_4 jedoch grösser wird, muss man wegen der Ausbreitung der Kraftlinien an den Endflächen $f_4 > f_3$ nehmen und kann dann, wie bei Dynamomaschinen, etwa sagen

$$f_4 = f_3 + \frac{l_4\, h}{2}.$$

Auf Grund dieser Beziehungen ergiebt sich für $f_3 = 73{\cdot}4$ *qcm*, $l_4 = 2{\cdot}5$ *cm*, $h = 7{\cdot}5$ *cm* mit genügender Genauigkeit

$\varrho = \frac{2{\cdot}5}{15 + 8{\cdot}37} = 0{\cdot}115$, wenn zunächst der magnetische Widerstand der Eisenteile vernachlässigt wird. Es ergiebt sich dann

$$N = \frac{0{\cdot}9 \times 23{\cdot}5 \times 10^8}{4 \times 50 \times 576} = 18360;\ B = \frac{18360}{33{\cdot}5} \cong 555$$

$$M = 18360 \times 0{\cdot}115 \cong 2112$$

$$J_0 = \frac{0{\cdot}8 \times 2112}{576\sqrt{2}} = 2{\cdot}08 \text{ Ampère.}$$

Dieser Strom bewirkt in der Bewickelung der Spule einen Verlust von $2{\cdot}08^2 \times 2 = 8$ Watt etwa. Das Eisenvolumen des Kernes beträgt etwa 1200 *ccm*; da aber die Induktion B nur sehr niedrig ist, berechnet sich der Kernverlust nur zu etwa 0·5 Watt. Nehmen wir den Gesamtverlust in der Spule zu 10 Watt an, so ergiebt sich der Gesamtverbrauch in Lampe und Spule zu 95 Watt und der Nutzstrom zu

$$J_n = \frac{95}{23{\cdot}5} = 4{\cdot}25 \text{ Ampère.}$$

Hieraus folgt für den Gesamtstrom $J_g = \sqrt{J_0^2 + J_n^2} = 4{\cdot}6$ Ampère etwa. Beobachtet wurde 5 Ampère.

Wir wollen nun umgekehrt jene Spannung ermitteln, welche an den Klemmen der Spule herrschen wird, wenn von der in einen Serienkreis eingebauten Kombination von Lampe und Drosselspule die Lampe erloschen ist. Es wird dann der in der Centrale auf konstanter Höhe erhaltene Strom $J_g = 4{\cdot}6$ Ampère zum Erregerstrom der Spule werden, $J_g = J_0 = 4{\cdot}6$ Ampère, und die magnetomotorische Kraft der Spule wird sein

$$M = \frac{4\pi}{10} \times 4{\cdot}6 \times \sqrt{2} \times 576 = 4670.$$

Nimmt man den magnetischen Widerstand der Luftschliessung wie zuvor $\varrho = 0{\cdot}115$, so erhält man

$$N = \frac{M}{\varrho} = 40700$$

und somit als Klemmenspannung der Drosselspule allein

$$E = 4 \times 50 \times 576 \times 40700 \times 10^{-8} = 46{\cdot}7 \text{ Volt.}$$

Beobachtet wurde E = 47 Volt. Die magnetischen Widerstände der Eisenteile konnten hier vernachlässigt werden, weil sie gegenüber dem Widerstande der Luftschliessung fast verschwunden sind. Sieht man nämlich von Streuungen ab, so kann man den Kraftlinienstrom N = 18360 für alle Teile des magnetischen Kreises als konstant ansehen und erhält dann aus der Figur die folgenden Werte:

$l_1 =$ 16 *cm* $\quad f_1 = 7{\cdot}45 \times 0{\cdot}9 \times 50 = 33{\cdot}5$

$B_1 \cong 550,\ \mu_1 = 450\ \varrho_1 \cong 0{\cdot}0010$

$l_2 = 2 \times 12$ » $\quad \frac{f_2}{2} = 7{\cdot}45 \times 0{\cdot}9 \times 20 = 13{\cdot}4$

$B_2 \cong 685\ \mu_2 = 500,\ \varrho_2 = 0{\cdot}0018$

$l_3 = 2 \times 8$ » $\quad \frac{f_3}{2} = 7{\cdot}45 \times 0{\cdot}9 \times 20 = 13{\cdot}4$

$B_3 \cong 685\ \mu_3 = 500,\ \varrho_3 = 0{\cdot}0012$

$l_4 = 2 \times 5$ » $\quad f_4 = 13 - 4 + \frac{2{\cdot}5}{2} \times 7{\cdot}45 \times 0{\cdot}9 = 21{\cdot}77$

$B_4 \cong 835\ \mu_4 = 1,\ \varrho_4 = 0{\cdot}1150$

$\varrho = 0.119.$

Der so erhaltene Wert von ϱ weicht so wenig von dem zuerst erhaltenen ab, dass eine Änderung der Rechnung kaum erforderlich erscheint. Die zur Anwendung gebrachte Rechnungsmethode giebt auch noch zuverlässige Resultate, wenn der Schlitz vergrössert wird. So war bei $l_4 = 7{\cdot}8$ *cm* der magnetische Widerstand der Luftschliessung

$$\varrho = \frac{7{\cdot}8}{13{\cdot}4 + \frac{7{\cdot}8}{2} \times 6{\cdot}7} = 0{\cdot}197,$$

und somit musste, da die Klemmenspannung wieder 23·4 Volt betrug, solange die Lampe brannte, N = 18360 und

$$M = 18360 \times 0{\cdot}197 = 3620 \text{ sein.}$$

Hieraus berechnet sich $J_0 = 3{\cdot}56$ Ampère. Wenn nun die Lampe wieder 85 Watt verbraucht und 20 Watt in Kern und Bewickelung der Drosselspule verloren gehen, berechnet sich $J_n = \frac{105}{23{\cdot}5} = 4{\cdot}47$ Ampère. Der Gesamtstrom wäre somit

$\sqrt{3{\cdot}56^2 + 4{\cdot}47^2} = 5{\cdot}7$ Ampère. Beobachtet wurden 5·6 Amp. bei einem Gesamtaufwand von 100 Watt.

Wenn bei dem Erlöschen der Lampe der Gesamtstrom von $J_g = 5{\cdot}7$ Ampère die Windungen der Drosselspule umkreist, entspricht ihm eine M. M. K. $M = 5830$, eine Kraftlinienzahl

$$N = \frac{M}{\varrho} = \frac{5830}{0{\cdot}197} = 29500$$ und eine E. M. K.

$$E = 4 \times 50 \times 576 \times 29500 \times 10^{-8} = 34 \text{ Volt.}$$

Beobachtet wurde eine Klemmenspannung von 38 Volt. Die Übereinstimmung ist also so genau, als man bei den rohen Annahmen nur erwarten konnte.

Sorgfältig dimensionierte, zu den Serienglühlampen parallel geschaltete Drosselspulen haben in neuester Zeit seitens der Aktiengesellschaft Helios für die Beleuchtung des Nordostseekanals eine wohldurchdachte und von vorzüglichem Erfolge gekrönte Anwendung gefunden.

Sachregister.

A.

Abgeleitete und Grundkurve 46.
Abkühlende Oberfläche bei Transformatoren 443.
Abstossung, induktive 311.
Änderung des Effektfaktors mit der Belastung 184, 190.
» des Wirkungsgrades mit der Belastung 213.
» des Übersetzungsverhältnisses 111.
Äquivalente Impedanz 64.
» Kugelfläche 476.
» Plattendicke 152.
Äther und Materie 81.
Aichung, direkte u. indirekte 315, 322.
» eines ballistischen Galvanom. 329.
» Cardewvoltm. als Strommesser 303.
Allgemeines Transformatorendiagramm 192.
Ampèrewindungen u. magn. Kraft 10.
Ampèremetermethode 378, 396.
Analogie zw. elektrischem und magn. Kreise 12, 15.
» zwischen Kapazität und elastischer Reaktion 80.
» zw. Trägheit und Selbstinduktion 3, 80.
Anschluss von Transformatoren an arbeitende Stromkreise 224.
Antieffektives Kupfer 160.
Anwendbarkeit der versch. Instrumente für Wechselstrommessungen 229.
Aperiodisches Elektrometer 275.
Aperiodisches Galvanometer 334.
Arbeitsdiagramme für Transformatoren 19, 21, 202, 203, 205.
Arbeitsstrom 67.
Armaturreaktion 406.
Astatisches Dynamometer 251.
Ausgleichstransformator (Egalisator) 220, 222.

B.

Ballistisches Galvanometer 328.
Ballistische Konstante 329.
» Methode 328.
Belastung eines Transf. durch Induktionswiderstände 203.
» eines Transf. durch Kabel 205.
Beobachtungsresultate an Transformatoren 174 (s. Messungen an Transformatoren).
Berechnung des Erregerstromes bei Drosselspulen 499.
» des Erregerstromes bei Transform. 66, 85, 475, 477.
» der Kapazität eines Kondensators 107, 489.
» des Spannungsabfalles durch Streuung 166, 448.
» des totalen Stromes von Transf. 172.
» des Wirkungsgrades 171.
» von Transform. mit magnetisch geschlossenem Kreise 433.
» von Transform. mit magnetisch offenem Kreise 474.
Bifilare Wickelung 49.
Brückenmethode, magnetische 345.

C.

Cardewvoltmeter 109, 295, 298, 303.
Centiampèrewage 247, 253.
Chemische Definition der Stromstärke 234.

D.

Darstellung der Sinuslinie 44, 53, 194.
Definition der Dynamo und des Transformators VII.
» der mittleren Stromstärke 234.
Deformation der Sinuslinie 405.
» beeinflusst Instrumente 421.
» beeinflusst Transformatoren 424.
Deprezgalvanometer, Aperiodizität dess. 334.
» Nebenschluss dazu 319
» Verwendung dess. 334, 395.
Deptforder Centrale VIII, 111, 120, 128, 169.
Diagramm des Induktionswiderstandes 53, 58, 61, 66.
» eines Transformators 192, 202, 203, 205.
» eines Transformators ohne Einführung von Induktionskoëffizienten 199.
Dielektrizitätskonstante 15, 84.
Differentialmagnetometer 348.
» methode zur Transformatorenuntersuchung 378, 396.
» wattmeter 367.
Dimension und Leistung bei Transform. 458.
Doppelschaltung 232.
Dreiampèremetermethode 375.
Dreidynamometermethode 370.
Dreivoltmetermethode 60, 371.
Drillstreifenampèremeter 301.
Drosselspule 60, 64, 71, 499.
» als Ersatzwiderstand 74, 77, 502.
» in Serie zu Lampen 65, 500.
» parallel zu Lampen 73, 502.
Drosselwiderstand 60.
Durchschnittswirkungsgrad XII. 214 (s. a. Jahreswirkungsgrad).
Dynamische Definition der Stromstärke 234.
Dynamometer (s. Elektrodynamometer und Wattmeter) 240, 254.

E.

Effektfaktor 182.
» Änderung dess. mit der Belastung 184, 190.
» für Transform. mit magnetisch offenem Kreise 189.
» Werte dess. bei Leerlauf 188.
Effektmessung nach Potier 287, 290.
Effektverbrauch im Kondensator 87, 493.
Egalisator 220, 222.
Eigenimpedanz 156, 159, 161, 447.
Einfluss der Deformation der Sinuslinie 421, 424.
» des Eisens auf die Deformation der Sinuslinie 414.
Einfluss der Periodenzahl auf Eiseninstrumente 304.
» der Periodenzahl auf d. Wirkungsgrad 457, 469.
» der Induktion auf den Wirkungsgrad 218, 452, 471.
Eiseninstrumente 231, 303, 310.
Eisenuntersuchung 327.
Eisenverluste 29, 140.
» , Konstanz derselben bei versch. Belastungen 138, 147, 175, 380.
» , Veränderung derselben mit der Periodenzahl 456.
Elektrochemische Wirkungen d. Stromes 229.
Elektrodynamische Wirkung. d. Stromes 231.
» Stromwage 245.
» Dynamometer zur Strommessung 240.
» Dynamometer zur Spannungsmessung 249.
» Dynamometer zur Effektmessung 254.
» magnetische Wirkungen d. Stromes 230.
Elektrolyse durch Wechselstrom 229.
Elektrometer 274, 284, 286, 393.
Elektrometer, Gesetz desselben 276.
» zur Messung von Strom, Spannung und Effekt 274, 287, 290, 393.

Elektrometer, motorische Kraft, induzierte 51.
» motorische Kraft und magnetomotorische Kraft 12.
» motorische Gesamtkraft u. Nutzkraft 55, 56.
ElektrostatischeKapazität v. Transform. 134.
» Kraftlinien 81.
» Voltmeter 279, 294, 286.
» Wage 122, 283.
» Wirkungen 232.
Entwicklung des modernen Transform. VIII.
Erklärung des Ferrantieffekts 113.
Erregerstrom 66, 85, 182.
» bei magn. offenen Transform. 218, 475, 482.
» bei magn. offenen Transform., Reduktion dess. 105, 489.
» bei Drosselspulen 500, 502.
Erweitertes Näherungsverfahren 207.

F.

Faktor des Effekts 182 (s. Effektfaktor.
Ferrantieffekt 109, 112, 120, 128, 169.
Foucaultströme 140, 155, 160, 238, 455 (s. Wirbelströme und Eisenverluste).

G.

Galvanometrische Unters d. Eisens 349.
Ganz'sches Wattmeter 261.
Geometrische Untersuchungsmethode d. Eisens 359.
» Untersuchungsmethode von Transformatoren 388.
Gesamtimpedanz 156
Gesetz des Elektrometers 276.
» der Hysteresis 142, 355, 454.
» der Wirbelströme 155, 438.
Gleichgewicht zw. Selbstinduktion und Kapazität 93.
Grundkurve und abgeleitete Kurve 46.
Günstigste Gestalt der Endfläche be magn. offenen Transform. 479.
» Induktion 449.
» Periodenzahl 453.

H.

Henry, Definition desselben 58.
Hitzdrahtampèremeter 301.
Hitzdrahtvoltmeter 295, 300 (s. Cardewvoltmeter).
Hysteresis, dielektrische 88.
» statische u. viskose 26.
Hysteresiskurven 25, 40, 425, 430.
Hysteresisverluste, Gesetz derselben 142, 355, 437.
» , Konstanz derselben 138, 147, 175, 380.
» bei verschiedenen Periodenzahlen 456.

I, J.

Jahreswirkungsgrad 214, 465 ff.
Igeltransformator XI, 31, 191, 209, 483.
» , Berechnung des Leerstromes 479,
» und Kondensator 105, 489, 495.
Impedanz, äquivalente 64.
» eigene und gesamte 56, 331.
» in Serie geschalteter Widerstände 58.
» oder Impediment 57.
Indirekte Aichung 322.
Induktanz 58.
Induktion, Definition ders. 7, 12.
Induktionsdynamometer 312.
» freie Widerstände 49, 315.
Induktionslinien, magnetische 4.
Induktionsnormale, 330.
» und Zugkraft 8, 341.
» Wahl derselben 449.
Induktionswiderstand, Diagramm 53, 58, 61, 66.
Induktive Abstossung 311.
» Instrumente 310.
» Wirkungen 233.
Jochmethode 339.

K.

Kabel, Kapazität ders. 107.
Kabelprüfung 115.
» Vorsichtsmassregeln bei Ausschaltung 128.
Kalorimeter 291.
Kapazität von Kondensatoren, Berechnung 107, 489.
» von Transformatoren 134.
» Widerstand u. Selbstind. 89, 91.
» bei Wattmetern 259.
» magnetische 16.
Kernloser Transformator 496.
Kerntransformator 219, 262.
Kilowattwage 272.
Kobalt, Magnetisierungskurve 19.
Kompensation bei Weicheiseninstrumenten 310.
» der deformierenden Schwingungen 418.
Kondensator, Effektverbrauch 87, 493.
» Kapazität dess. 107, 489.
» Ladestrom 84, 490.
» und ballistisches Galvanom. 329.
» und Transformator 105, 489, 495.
» Wirkungsweise dess. 79, 489.
Konstantenbestimmung bei Messinstrumenten 243, 248, 250, 255, 260, 276, 293, 318, 323, 325, 329, 348.
Konstanz der Leerverluste bei Transf. 138, 143, 175, 380.
Korrektionen bei Dynamometern 243, 250.
» bei der Dreivoltmetermethode 375.
» bei Elektrometern 275.
» bei Kalorimetern 293.
» bei Wattmetern 256, 320, 325.
Kraftlinienänderung u. E. M. K. 40.
» dichte oder Induktion 7, 12.
» elektrische 8.
» theorie 4.
Kupfer, antieffektives 160.
Kupferverluste 158, 180.
Kurven des Feldes u. der E. M. K. 19, 22, 42.
» der Permeabilität 22.
Kurven von Transformatoren 173, 175, 179, 190, 211, 217, 226, 405, 429. 453, 465, 468.
» von Transformatoren und Kondensatoren 490.
Kurvenzeichner, magnetischer 350.
Kurvenzerlegung 416, 427.

L.

Ladestrom, s. Kondensator 84, 490.
Länge des magnet. Kreises 14, 330, 434.
Leerstrom, s. Erregerstrom 60, 85, 182
Leerverluste, s. Eisenverluste 29, 140.
Leitungs- u. Verschiebungsstrom 82.

M.

Magnetische Brücke 345.
» Kapazität 16.
» Kraftlinien 4.
» Strömung 12, 476.
» Wage 344.
Magnetischer Kurvenzeichner 350.
» Parallelkreis 32.
» Serienkreis 30.
» Widerstand 12, 13, 16, 476.
Magnetisierende Kraft 9.
Magnetisierungskurven 18, 21.
Magnetometermethode 328.
Magnetomotorische Kraft 12, 475.
Manteltransformator 219, 462.
Materie und Äther 81.
Maximaler Wirkungsgrad 171.
Messinstrumente, allgemeines 229.
Messung von Strom, Spannung, Effekt 233, 240, 249, 254, 274, 287, 290, 370, 371, 375.
Messung an Transformatoren, Methoden 361, 366, 369, 371, 375, 378, 383, 390, 398.
Messungen an Transformatoren, Resultate 174, 177, 184, 187, 191, 209, 213, 357, 369, 374, 383, 396, 496.
Methoden zur Eisenuntersuchung 328, 334, 337.

Methoden zur Transformatorenuntersuchung (s. Messungen an Transformatoren).
Mittelwerte der Spannung u. d. Stromes 233, 421, 425.
Mittlere magn. u. geom. Länge 14, 330, 434.
Mnemotechnische Regel für Ausschaltg. von Kabeln 133.
Modelle des Leitungs- u. Verschiebungsstromes 82, 83.
Momentaner Kontakt 388.

N.

Nachrechnung von Transformatoren 433, 474.
Näherungsverfahren 137, 170, 207, 218, 434, 474.
Nebenschluss zu einem Galvanom. 319.
» zu einem Wattmeter 324.
Nickel, Magnetisierungskurven 19.
Normale für Induktion 330
Normalinstrumente 315.
Nullmethode z. Transformatorenprüfung. 367, 378, 396.

O.

Offener magnetischer Kreis bei Transf 105, 189, 207, 375, 489, 207, 375, 489, 495.
Ohm'sches Gesetz 1, 12.
» Gesetz für den magn. Kreis 12, 475.

P.

Parallelschaltung von Induktionswiderständen 61, 74, 77, 502.
» von Induktionswiderständen und Kapazität 101, 489, 495.
» von Transformatoren 162.
Periode und Polwechsel 45.
Periodenzahl, Wahl derselben 310, 453, 469, 498.
Periodische Bewegung 42.
» Kurven, wahre Gestalt derselben 405, 412, 490.
Periodische Kurven, Zerlegung derselben 416, 427.
Permeabilität, 12, 15, 23.
» Variation ders. in einer Periode 415.
Permeameter 342.
Phasometer 314.
Polardiagramm 194.
Polygon der Richtungsgrössen 53.
Prüfspulen für ballist. Galvanom. 329.
Prüfung der Messinstrumente 315, 322.
» der Transformatoren (s Messungen an Transformatoren) 362, 366.
» des Eisens 327.

Q.

Quadrant als Einheit der Selbstind. 58
Quadrantenelektrometer 232, 274 (siehe Elektrometer).

R.

Regulierfähigkeit eines Transform. 180.
Resonanzeffekt bei Kabeln 106, 109, 128.
Resonanzerscheinung 94.
Richtung der induzierten E. M K. 51.
Rotierendes Diagramm 53.

S.

Scherungsverfahren 39.
Schirmwirkung 151, 158.
Schmiedeisen, Magnetisierungskurven 21.
» Hysteresis- und Wirbelstromverluste 142, 355, 437.
Schrittweise Magnetisierung 334.
Secohmmeter 334.
Selbstinduktion 3, 51, 54.
» skoeffizient bei Dynamometern 243, 262, 267.
» snormale 330.
Serienschaltung von Drosselspulen 65, 500.
» von Induktionswiderständen 58, 59, 66, 68, 71, 106.
» von Kapazität u. Widerstand 85, 89, 91.

Serienschaltung von Transformatoren IX.
Sinuslinie, Darstellung ders. 43, 47, 194.
» Deformation ders. 405.
» Kompensation der Deform. 448.
Skalargrössen 54.
Spannungsabfall XI, 161, 166, 203, 383, 448.
Spannungserhöhung 169, 205.
Spannungsmessung 249, 274 (s. auch Elektrometer und elektrostatisches Voltmeter).
Spannungsverlust XI, 64, 66, 203, 383, 448.
Spannungsverteilung in Ferrantikabeln 125.
Streuung XI, 35, 161, 166, 203, 205, 448.
Strommessung 240, 285, 272, 287 (s. auch Elektrodynamometer, Stromwage, Eiseninstrumente).
Stromstärke, Definition der mittleren 234.
Stromstoss, beim Anschlusse v. Transf. 224.
Stromwage 245, 272.

T.

Tabelle der Eigenimpedanz 159, 161.
» der Hysteresisverluste 26, 144, 146, 437, 454.
» der Wirbelstromverluste 152, 155, 455.
Tabellen von Transformatorenuntersuchungen 174, 177, 178, 184, 185, 187, 191, 209, 210, 213, 216, 355, 369, 383, 385, 400–404, 429, 444, 459.
Telephon zur Aufnahme von Kurven 390, 395.
Theorie der Drosselspule 71, 73, 499, 502.
» der Induktionswiderstände 50, 65.
» der Kondensatorwirkung 79, 100, 106, 489.
» der Kraftlinien 4, 11.
» der magnetischen Kreise 30, 327, 499.
Theorie der Messinstrumente 229, 307, 361.
» der Resonanzerscheinungen 94, 106, 128.
» der Transformatoren 136, 192, 207, 222, 224, 406, 424, 434, 474, 496.
Thermische Wirkungen des Stromes 233.
» Messinstrumente, s. Hitzdrahtinstrumente.
Traktionsmethode 8, 341.
Transformatoren, Anschluss 224.
» Bedingung für Parallelschaltung 162.
» Berechnung ders. 434, 474.
» Definition VII.
» Diagramme 192, 199, 202, 205.
» Dimension und Leistung 458.
» elektrostat. Kapazität ders. 134.
» Entwickelung ders. VIII.
» Erregerstrom ders. 66, 85, 182, 218, 475, 482, 500.
» Erregerstrom, Reduktion dess. 105, 489.
» Faktor des Effekts 182, 189.
» Kurven 398, 405, 427, 490.
» Leerlaufsfaktor 188.
» Leerlaufsverlust 29, 138, 175, 380, 456.
» Messungen 361, 366, 378, 383, 390, 398.
» mit geschl. u. offenem magn. Kreis 105, 170, 207.
» mit Igelenden, s. Igeltransform.
» Näherungsverfahren 137, 170, 207, 218, 434, 474.
» ohne magnetischen Kern 496.
» Periodenzahl dafür 453, 498.
» Serienschaltung IX, 65, 500.
» Spannungsabfall XI, 161, 166, 203 383, 448.
» Theorie 136, 192, 207, 222, 406, 424, 434, 474, 496.
» Verluste 140, 154, 156 (siehe Leerverluste).
» Verschiebungswinkel 138.

Transformatoren, Wirkungsgrad XI, 136, 170, 234 (siehe auch Berechnung und Messresultate).
Trennung von Hysteresis und Wirbelströmen 141, 355.

U.

Übersetzungs- oder Umsetzungsverhältnis VIII.
» Änderung dess. durch Belastung 383.
» Änderung dess. durch Kapazität 111.
Untersuchung des Eisens 327.
» von Transformatoren (s. Messungen an Transformatoren) 362, 366.
Unzulässigkeit des magnetomotorischen Gesetzes 15.

V.

Vektoren 54.
Vergleich von Beobachtungs- u. Messresultaten bei Transformatoren 174, 177, 209 (s. Messresultate).
» der monatlichen Wirkungsgrade für verschied. Transformatoren 216.
» zwischen Transformatoren mit grossem und kleinem Eisenverlust 180, 218.
Vergrösserung der linearen Dimensionen bei Transformatoren 458.
Verluste im Eisen der Transformatoren 140 (s. Eisenverluste und Leerverluste).
» im Kupfer der Transform. 156.
» im Wattmeter 265.
Verschiebungsstrom 16, 83.
Verschiebungswinkel 57, 138.
Vertikales elektrostat. Voltmeter 282.
Verzögerung und Voreilung 49. 57.
Vielzelliges elektrostatisches Voltm. 279.
Voltmeter, dynamische 349.
» elektrostatische 122, 279, 282, 284, 286.
Voltmeter, kalorimetrische 291, 295, 300.
» magnetische 231, 303.
» -Methode 60, 371.
Voreilung und Verzögerung 49, 57.
Vorsichtsmassregeln bei verschiedenen Instrumenten 244, 252, 263, 277, 283, 296, 321.
» bei Kabelausschaltung 128.

W.

Wage, elektrostatische 122, 283.
Wahl des Eisengestells 459, 471.
» der Induktion 449, 471.
» der Periodenzahl 310, 453, 469, 498.
Wattlose und Watt-Komponente des Leerstromes 6, 71, 182, 426, 437.
Wattmeter, 254, 259, 261, 268, 271, 273, 287.
» Aichung 318.
» elektrostatische 287.
» Konstanz der Konstanten 320.
» im Nebenschluss 324.
» zur Untersuchung von Transform. 366 (siehe Messungen an Transformatoren).
» zur Untersuchung von Eisensorten 354.
Wechselstromelektrolyse 229.
Wechselstromkurven, Bestimmung ders. 388, 396.
» wahre Gestalt ders. 398, 405, 427, 490.
Weicheiseninstrumente 231, 303.
» Einfluss der Kurvenform 305.
» Einfluss der Periodenzahl 304, 310.
Werte des Effektfaktors 184, 187.
» der Hysteresiskonstanten 26, 144, 437, 454.
Widerstand und Kapazität 84, 89, 91, 100.
Widerstand und Impedanz 50.
» und Selbstinduktion 1, 56, 58, 60.
» magnetischer 12.
» » der Fugen 36.

Widerstand, scheinbarer oder virtueller 56.
» verzögernder 57.
» von Wismut im magn Felde 17, 345.
Winkelgeschwindigkeit des Diagramms 52.
Wirbelstromverluste 140, 143, 149, 455.
» Gesetz derselben 155.
» bei verschiedenen Periodenzahlen 455
Wirkungsgrad, Berechnung dess. 171.
» Bestimmung desselben 366—383.
» durchschnittlicher und jährlicher XII, 214 (siehe Messresultate an Transformatoren und Berechnung derselben).
» und Belastung 214.
» und Induktion 452, 471.
» und Periodenzahl 457, 469.
Wirkungsweise der Kondensatoren 79, 105, 489.
» der Transformatoren 136, 170.
Wirkungsweise der Transformatoren im Momente des Anschlusses 224.
Wismut im magnetischen Felde 17, 345.

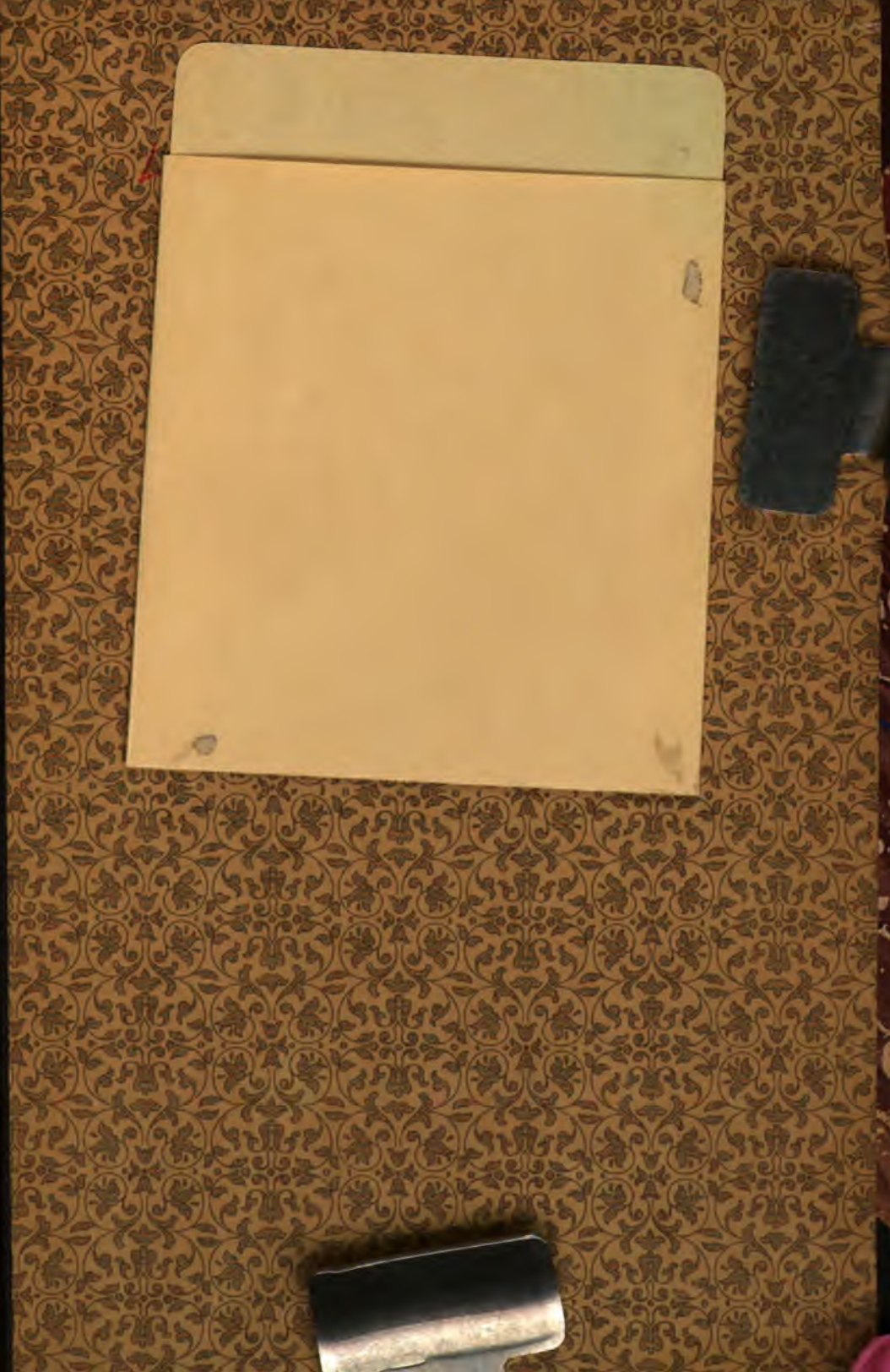
Z.

Zeitkonstante 58, 331.
Zerlegung von periodischen Kurven 416, 427.
Zugkraft und Induktion 8, 341.
Zunahme des Übersetzungsverhältnisses 112.
» des Widerstandes von Wismut im magnetischen Felde 17, 345.
Zusammenhang zwischen Dimension und Leistung 458.
» zwischen Eisenverlust und Induktion 142, 355, 437.
» zwischen Eisenverlust und Periodenzahl 457.
» zwischen Induktion und Wirkungsgrad 452.

Druck von Oskar Leiner in Leipzig. 33549

89089712905

B89089712905A



b89089712905
b89089712905a